

Prüfungsaufgabe - Quadrocopter



Abbildung 1: Quadrocopter Symbolbild

In dieser Prüfungsaufgabe sollen die im Teilbereich Matlab/Simulink erlernten Fähigkeiten gezeigt werden. Hierzu soll innerhalb der Matlab Toolbox Simulink ein Simulationsmodell für einen Quadrocopter erstellt werden.

Bewegungsgleichungen

Dargestellt sind die Bewegungsgleichungen eines Multicopter-Systems. Als Koordinatensysteme werden das körperfeste (rotatorisch) beziehungsweise das erdfeste (translatorisch) verwendet. Als Stellgrößen werden der Schub in z-Richtung (U_1) sowie das Nick- (U_2), Roll- (U_3) und Giermoment (U_4) im körperfesten Koordinatensystem verwendet. Der Parameter L beschreibt den Abstand der Rotoren vom Schwerpunkt, mit I_x, I_y und I_z werden die Massenträgheiten um die jeweiligen Koordinaten bezeichnet und der Parameter J_R stellt die Trägheit der Motoren dar.

Rotatorische Dynamik

$$\ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi} \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \dot{\theta} \frac{J_R}{I_x} \Omega_R + \frac{L}{I_x} U_2 \quad (1)$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi} \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) - \dot{\phi} \frac{J_R}{I_y} \Omega_R + \frac{L}{I_y} U_3 \quad (2)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} U_4 \quad (3)$$

Translatorische Dynamik

$$\ddot{x} = -\frac{U_1}{m} (\cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\psi)) \quad (4)$$

$$\ddot{y} = -\frac{U_1}{m} (\cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \sin(\phi) \cos(\psi)) \quad (5)$$

$$\ddot{z} = \frac{U_1}{m} (\cos(\phi) \cos(\theta)) - g \quad (6)$$

Umrechnung Drehzahlen - Kräfte/Momente

Da die Bewegungsgleichungen des Quadropters die auf das System wirkenden Schub und Momente benötigen, diese aber bei einem Quadropter durch Anpassungen in den Drehzahlen realisiert werden, wird für die vollständige Modellierung außerdem der mathematische Zusammenhang zwischen Drehzahlen und den wirkenden Kräften/Momenten benötigt. Die Parameter b und d bilden die aerodynamischen Eigenschaften der Propeller näherungsweise ab.

$$U_1 = b (\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (7)$$

$$U_2 = b (-\Omega_2^2 + \Omega_4^2) \quad (8)$$

$$U_3 = b (\Omega_1^2 - \Omega_3^2) \quad (9)$$

$$U_4 = d (\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \quad (10)$$

$$\Omega_R = -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4 \quad (11)$$

Parameter

Die für das Modell zu verwendende Parameter lauten wie folgt:

Trägheitsmomente	Gewicht	Geometrie	Rotorparameter
$I_x = 0.0081 \text{ kgm}^2$	$m = 1 \text{ kg}$	$L = 0.24 \text{ m}$	$b = 5.42 \cdot 10^{-5}$
$I_y = 0.0081 \text{ kgm}^2$	$g = 9.81 \text{ m/s}^2$		$d = 1.10 \cdot 10^{-6}$
$I_z = 0.0142 \text{ kgm}^2$			
$J_R = 0.0001 \text{ kgm}^2$			

Tabelle 1: System Parameter

Aufgaben

Die Bewegungsgleichungen des Quadropters sollen in Form von zwei Subsystemen in einem Simulink-Modell realisiert werden.

- Das erste Subsystem, die rotatorische Dynamik, soll als Eingänge die drei Steuermomente Nick- (U_2), Roll- (U_3) und Giermoment und die relative Drehzahl Ω_R und als Ausgänge die sechs Zustände der drei Differentialgleichungen (Winkel ϕ , θ , ψ sowie Winkelgeschwindigkeiten $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\psi}$) besitzen. Innerhalb des rotatorischen Subsystems soll die Dynamik der Differentialgleichungen (1), (2) und (3) simuliert werden. Alle erforderlichen Parameter und Startwerte sollen so implementiert

werden, dass diese variabel sind und aus dem Matlab-Workspace ausgelesen werden. Sehen Sie dies in den entsprechenden Simulink-Blöcken daher entsprechend vor.

- b) Im zweiten Subsystem soll die translatorische Dynamik des Quadrocopters aus den Gleichungen (4), (5) und (6) simuliert werden. Als Eingänge benötigt dieses Subsystem den Schub U_1 sowie die drei Lagewinkel ϕ , θ und ψ des Quadrocopters. Als Ausgänge sollen sowohl die Position x , y , z , die Geschwindigkeit \dot{x} , \dot{y} , \dot{z} , sowie die Beschleunigung \ddot{x} , \ddot{y} , \ddot{z} vorhanden sein. Analog zur Aufgabe a) sollen auch hier alle Parameter und Startwerte variabel gestaltet werden und aus dem Matlab-Workspace ausgelesen werden.

Wie oben im Text beschrieben, werden der Schub und die Steuermomente des Quadrocopters durch Verändern der Drehzahlen Ω_1 , Ω_2 , Ω_3 und Ω_4 erzeugt.

- c) Erstellen Sie eine Matlab-Funktion in dem Simulink-Modell, welches aus den vier Drehzahlen den Schub und die Momente nach den Gleichungen (7), (8), (9) und (10) erzeugt. Überlegen Sie sich hierzu, wie sich dies in Matlab möglichst effizient berechnen lässt (Stichwort: Matrix-Vektor Multiplikation)
- d) Sehen Sie außerdem eine Funktion vor, die aus den vier Drehzahlen die relative Drehzahl Ω_R berechnet (11).

Nun sind alle Subsysteme, die für die Simulation der Quadrocopter Dynamik erforderlich sind, implementiert. Um die Simulation in Betrieb zu nehmen müssen noch einige Aufgaben erledigt werden.

- e) Verbinden Sie alle notwendigen Ein- und Ausgänge der erstellten Subsysteme und Funktionen, um eine erfolgreiche Simulation aller zeitabhängiger Variablen in Abhängigkeit der vier Drehzahlen zu ermöglichen. Sehen Sie außerdem Möglichkeiten vor, um die Ausgänge der beiden erstellten Subsysteme zu visualisieren (*Sinks*).
- f) Legen sie im Matlab-Workspace alle erforderlichen Parameter und Startwerte an und speichern Sie diese in einer Matlab-Datei *init.mat*. Setzen Sie alle erforderlichen Startwerte außer der Höhe z auf Null. Für die Höhe soll ein Wert von $z = 10$ m gesetzt werden.
- g) Abschließend überlegen Sie sich, welchen Schub Sie aufbringen müssen um den Quadrocopter in der durch die Startwerte voreingestellten Lage zu halten (Stichwort: Kompensation von g). Berechnen Sie hieraus die erforderlichen Drehzahlen, und bringen Sie diese als Eingänge in das erstellte Simulations-Modell. Simulieren Sie ganze über einen Zeitraum von $t = 20$ s.

Um das erstellte Modell abzugeben, speichern sie ein lauffähiges(!) Simulink-Modell (lauffähig im Sinne von Aufgabe g)) sowie die für den Betrieb des Modells erforderlichen Parameter im Matlab-Workspace (*init.mat*) in einem Archiv ab, benennen Sie dieses mit den allen Nachnamen ihrer Gruppe und senden sie diese Archiv bis zum 30.10.2017 an die oben auf dem Aufgabenblatt aufgeführte E-Mail Adresse.