

Kontinuierliche Systeme

Lösung der homogenen Differentialgleichung

$$\mathbf{x}(t) = e^{At} \mathbf{x}_0$$

mit der Matrixexponentialfkt.

$$e^{At} = \mathbf{I} + At + \frac{A^2}{2!} t^2 + \frac{A^3}{3!} t^3 + \dots$$

Transitionsmatrix

$$\Phi(t) = e^{At}$$



Zeitdiskrete Systeme

Lösung der homogenen Differenzengleichung

$$\mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k), \quad \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0)$$

, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$k=0: \mathbf{x}(1) = A\mathbf{x}(0)$$

$$k=1: \mathbf{x}(2) = A\mathbf{x}(1)$$

$$= A^2 \mathbf{x}(0)$$

Allgemein: $\mathbf{x}(k) = A^k \mathbf{x}(0)$

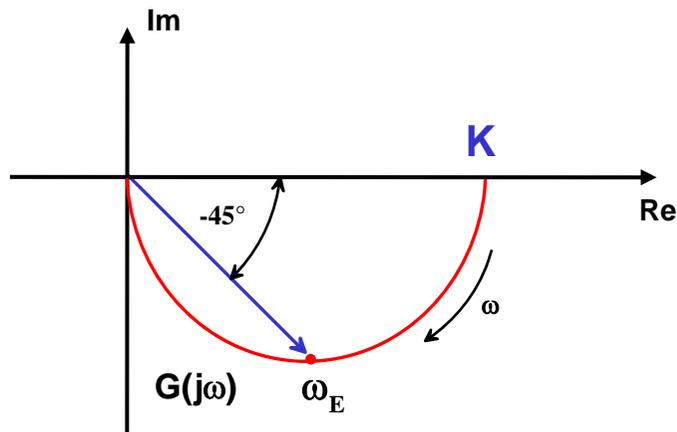
Transitionsmatrix: $\Phi(k) = A^k$

Kenngößen:

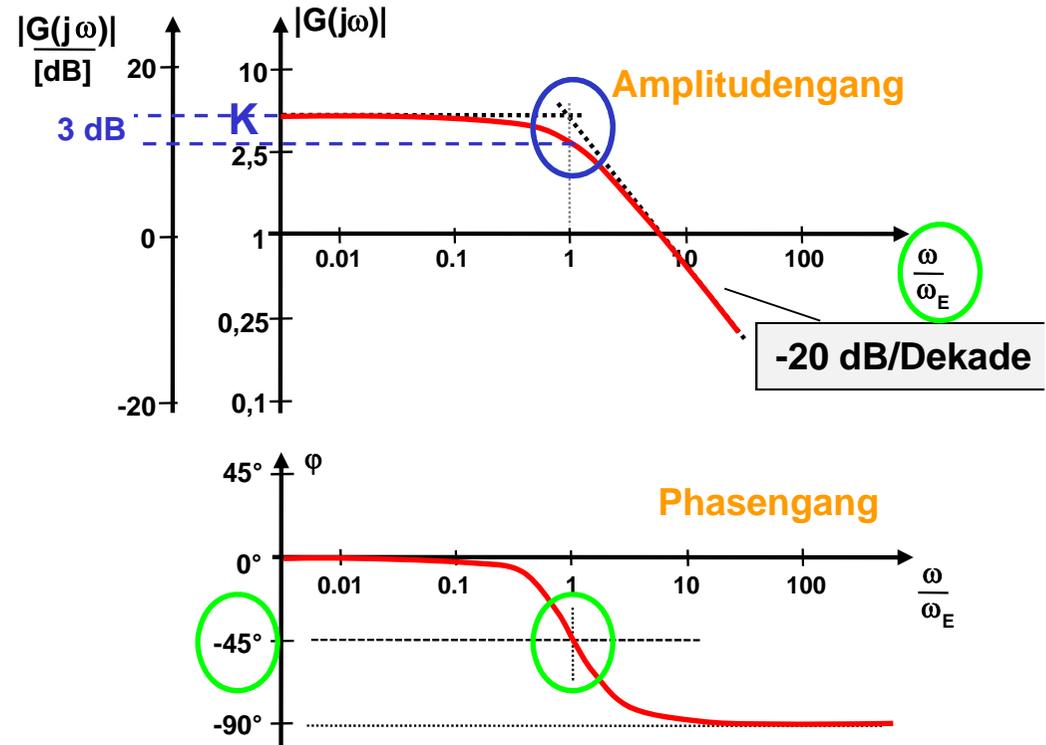
Verstärkung K

Eckfrequenz $\omega_E = 1/T_1$

3 dB-Abfall bei ω_E
(Bandbreite).



Ortskurve

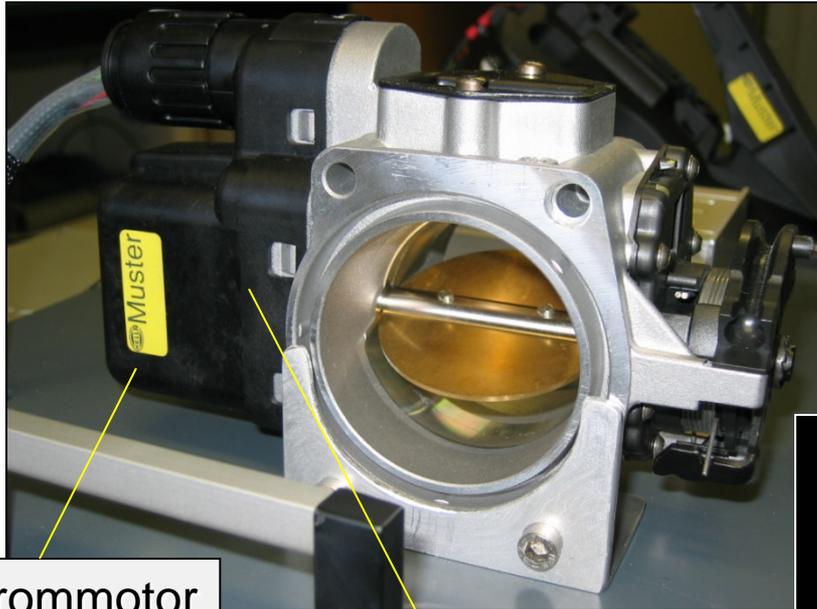


Bode-Diagramm

Ein PT₁-System zeigt
Tiefpassverhalten



Direktangetriebene elektrische Drosselklappe der Firma Hella



Gleichstrommotor

Potentiometer

Einsatz:

BMW 6-Zylindermotoren 1998 -2002

Vorteil:

Entkopplung von Fahrer und Motor
Motormanagement

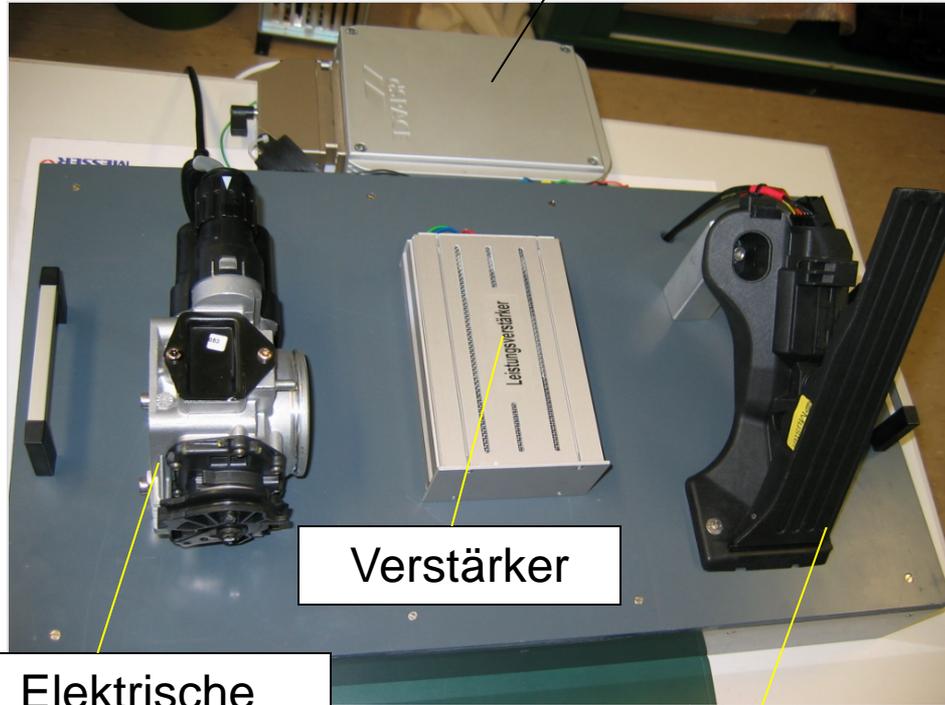


Fahrpedalsensor

Kontaktloser
Induktivsensor

Versuchsaufbau

Elektronisches Steuergerät
(Rapid Control Prototyping)



Verstärker

Elektrische
Drosselklappe

Fahrpedalsensor

dSPACE MicroAutoBox

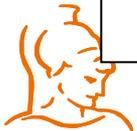


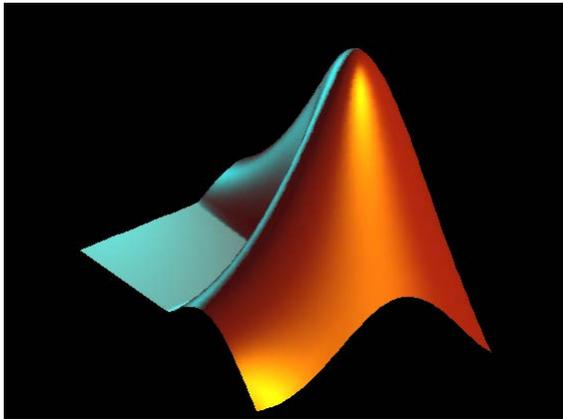
Technische Daten (2002):

- 200 MHz Motorola PowerPC
- 8 MB Hauptspeicher
- 16 MB Flashspeicher
- 4 MB Speicher für Kommunikation zwischen MicroAutoBox und Host-PC
- 16 A/D-Umsetzer (0 – 5 Volt)
- 8 D/A-Umsetzer (0 – 4.5 Volt)

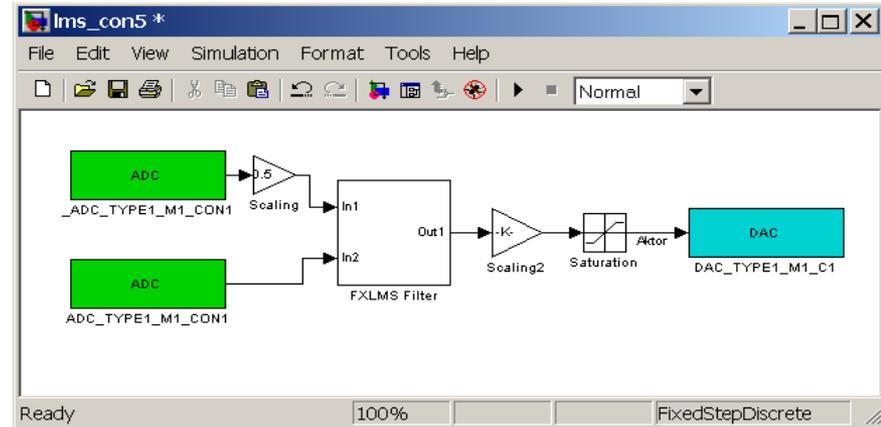
Technische Daten MicroAutoBox II (2015):

- 900 MHz IBM PowerPC
- 16 MB Hauptspeicher
- 16 MB Flashspeicher
- 6 MB Speicher für Kommunikation zwischen MicroAutoBox und Host-PC





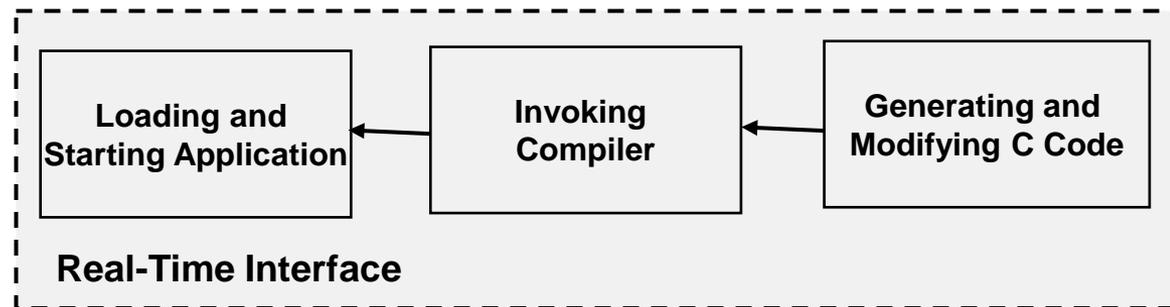
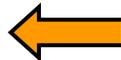
Design and Analysis with Matlab



Implementation of Control Algorithms as Simulink Block Diagrams

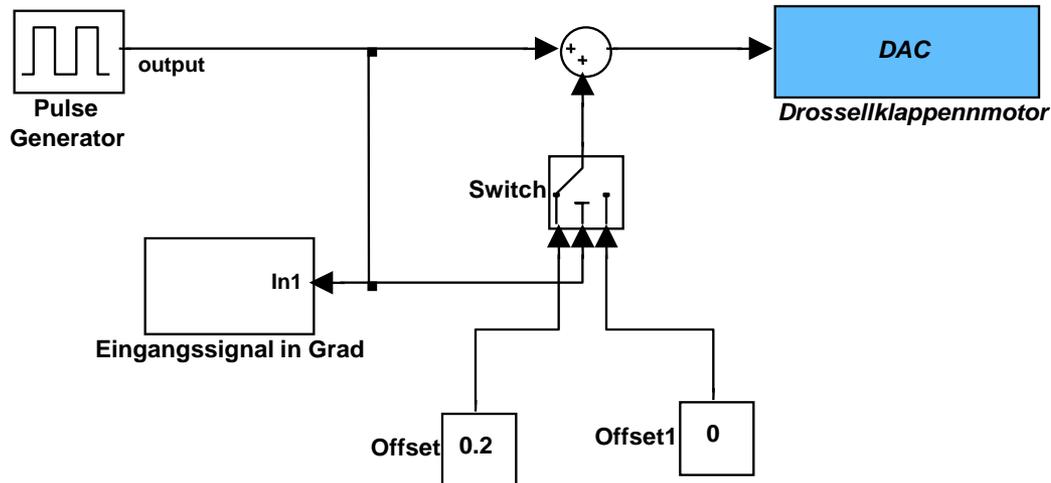
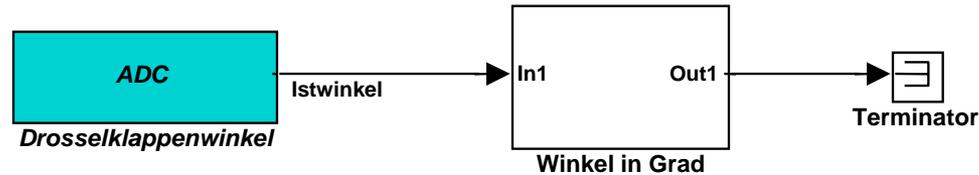


dSpace MicroAutoBox



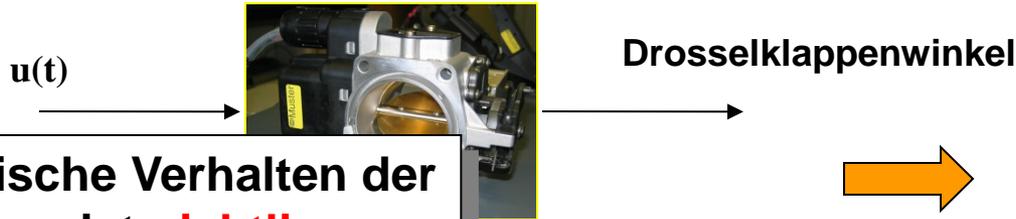
Experimentelle Modellierung

RTI Data

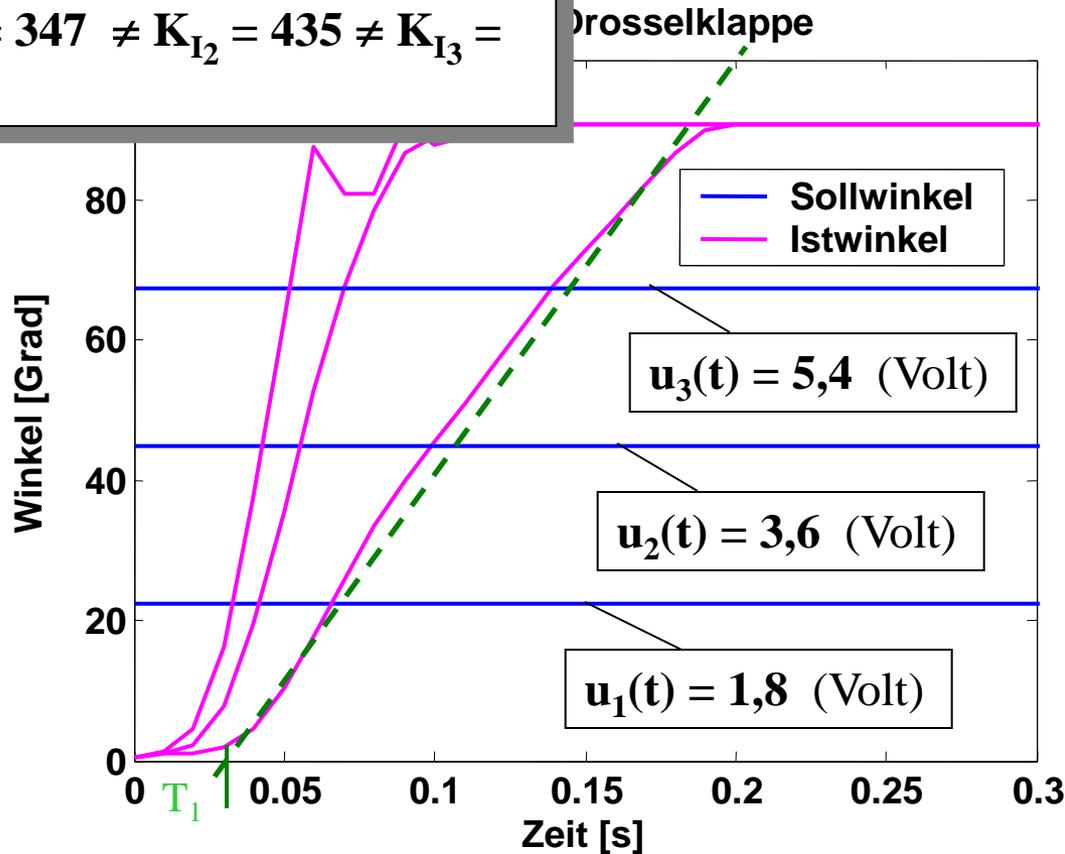


Simulink Blockschaltbild





Das dynamische Verhalten der Drosselklappe ist **nichtlinear**, da $K_{I_1} = 347 \neq K_{I_2} = 435 \neq K_{I_3} = 427$



IT₁-System

Für $u_1(t)$:

$$T_1 = 0,031 \text{ s}$$

$$K_I u_1 = 625 \text{ Grad/s}$$

Für $u_2(t)$:

$$T_1 = 0,025 \text{ s}$$

$$K_I u_2 = 1566 \text{ Grad/s}$$

Für $u_3(t)$:

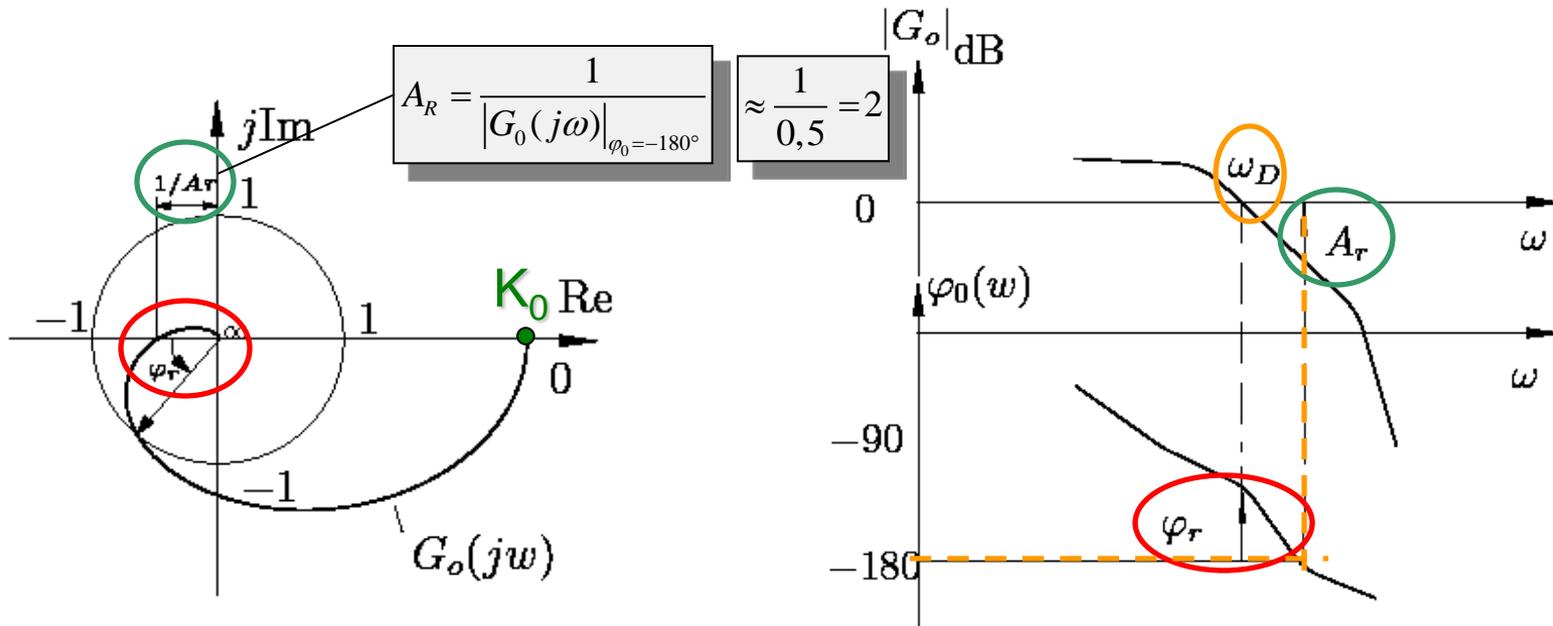
$$T_1 = 0,022 \text{ s}$$

$$K_I u_3 = 2305 \text{ Grad/s}$$



- Eine Stabilitätsreserve ist notwendig, um **Modellunsicherheiten** und **Parameteränderungen** zu berücksichtigen.
- Die Nyquist-Ortskurve zeigt an, wie weit die Ortskurve vom kritischen Punkt (**Stabilitätsrand**) entfernt ist.
- Ein Maß für die Stabilitätsreserve (**robuste Stabilität**) ist der **Amplituden-** bzw. der **Phasenrand**.
- Der **Amplitudenrand** gibt an, wieweit die Verstärkung des **offenen** Kreises erhöht werden kann, bevor der **geschlossene** Kreis **instabil** wird.
- Der **Phasenrand** gibt an, wie groß eine zusätzliche **Phasenverschiebung** im **offenen** Kreis sein darf, bevor der **geschlossene** Kreis **instabil** wird.





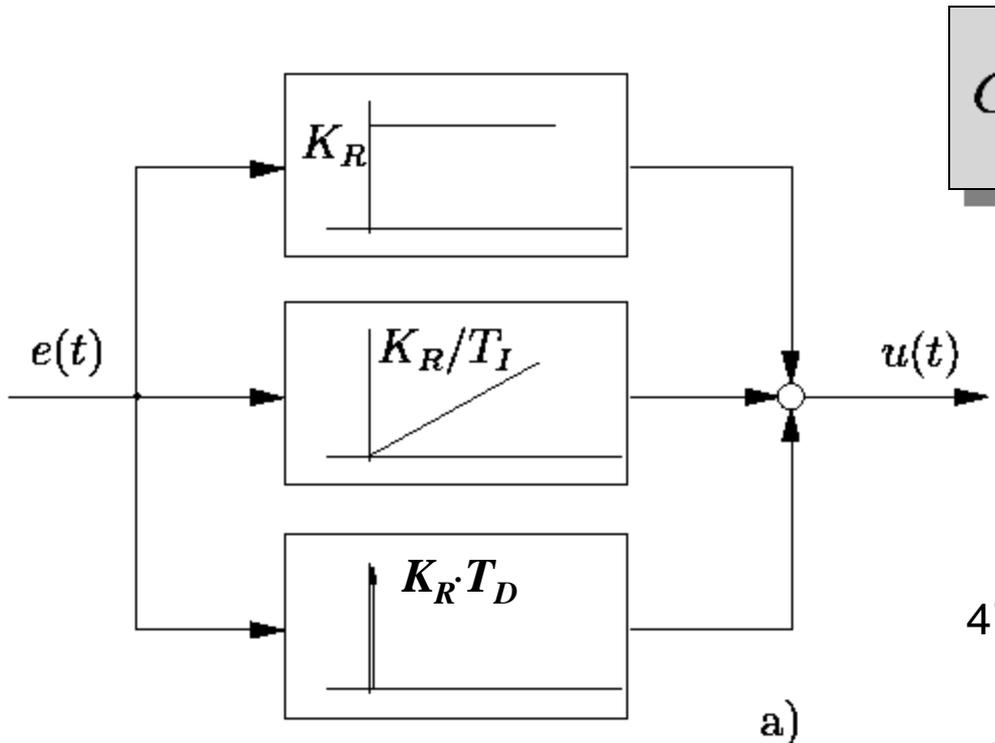
Amplituden- und **Phasenrand** in der Ortskurvendarstellung

Amplituden- und **Phasenrand** im Bode-Diagramm

Durchtrittsfrequenz ω_D : Frequenz, bei der die Amplitudenkennlinie die 0-dB-Linie schneidet.



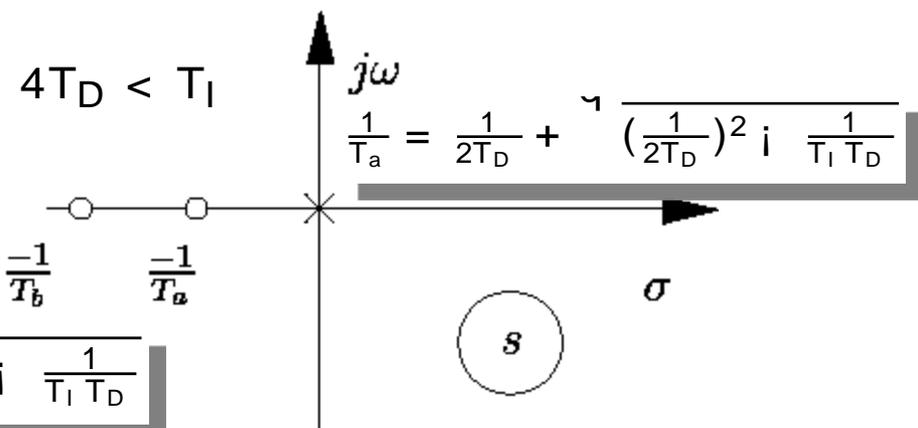
Ein PID-Regler besteht aus einer **Parallelschaltung** eines P-, I- und D-Gliedes:



$$G_R(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{sT_I} + sT_D \right)$$

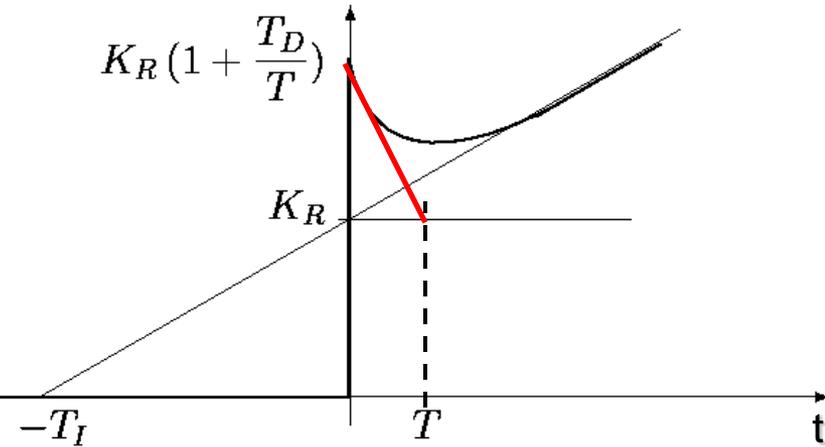
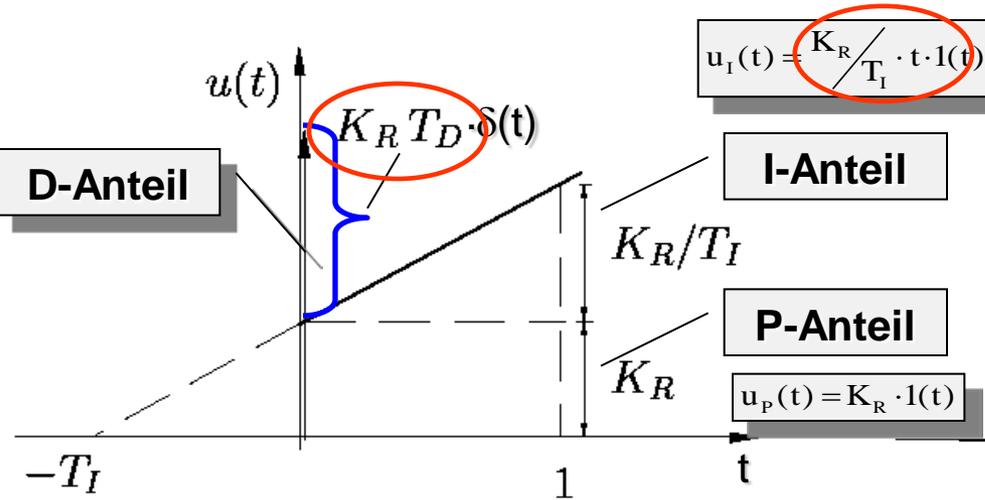
Nachstellzeit

Vorhaltezeit



$$G_R(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{sT_I} + sT_D \right)$$

$$G_R(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{sT_I} + \frac{sT_D}{1 + Ts} \right)$$



Sprungantwort des idealen PID-Reglers

Sprungantwort des realisierbaren PID-Reglers

Die **Nachstellzeit** T_I ist die Zeit, die vergehen muß, damit die **Sprungantwort** des I-Anteils den Wert erreichen kann, den der P-Anteil beim Sprung sofort erreicht.

Die **Vorhaltezeit** T_D ist die Zeit, die vergehen muß, damit die **Rampenantwort** des P-Anteils den Wert erreichen kann, den der D-Anteil bei einer Rampe sofort erreicht.

$$u_D(t) = K_R \cdot T_D \cdot \dot{e}(t) = K_R \cdot T_D \cdot 1(t)$$

$$u_P(t) = K_R \cdot t \cdot 1(t)$$



Für m (Grad $Z(s)$) $>$ n (Grad $N(s)$) gilt

$$G(s) = \frac{Z(s)}{N(s)} = \frac{Z_1(s)}{N(s)} + k_0 + k_1 s + \dots + k_{m-n} s^{m-n}$$

mit Grad $Z_1(s) = n - 1$

➔ **Es treten ideal differenzierende Glieder auf !**

$$u(t) = \sin \omega t$$



$$y(t) = \frac{du(t)}{dt} = \omega \cos \omega t$$

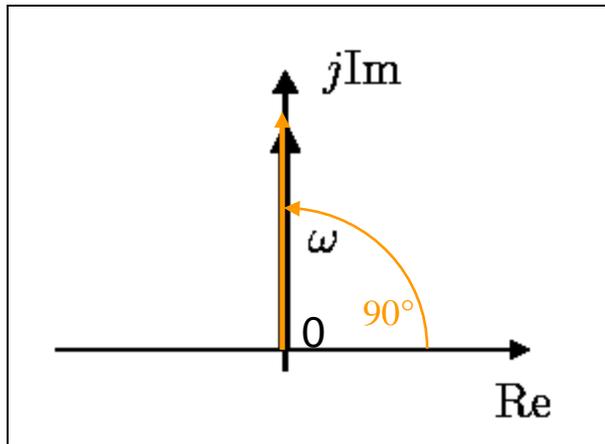
Ideales D-Glied ist technisch nicht realisierbar !!!



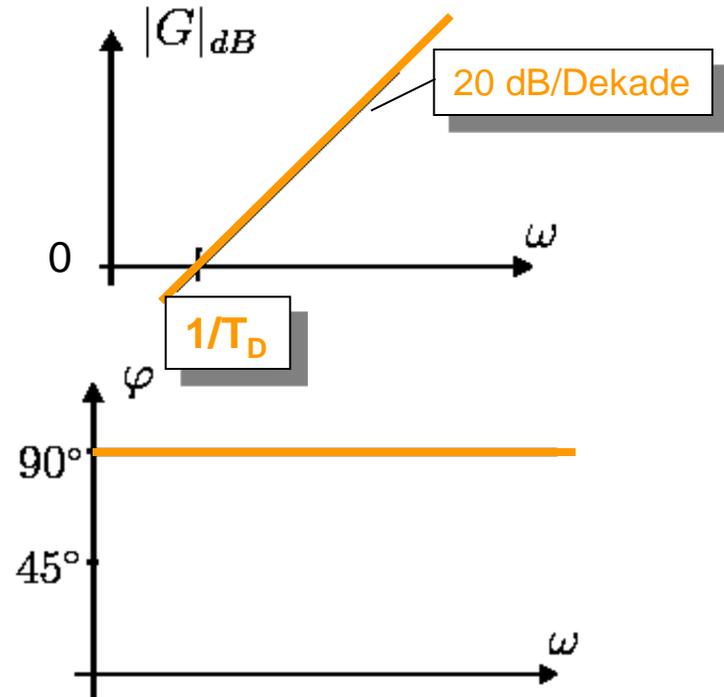
Frequenzgang:

$$G(j\omega) = jT_D\omega \Rightarrow |G(j\omega)| = T_D\omega$$

Ortskurve:



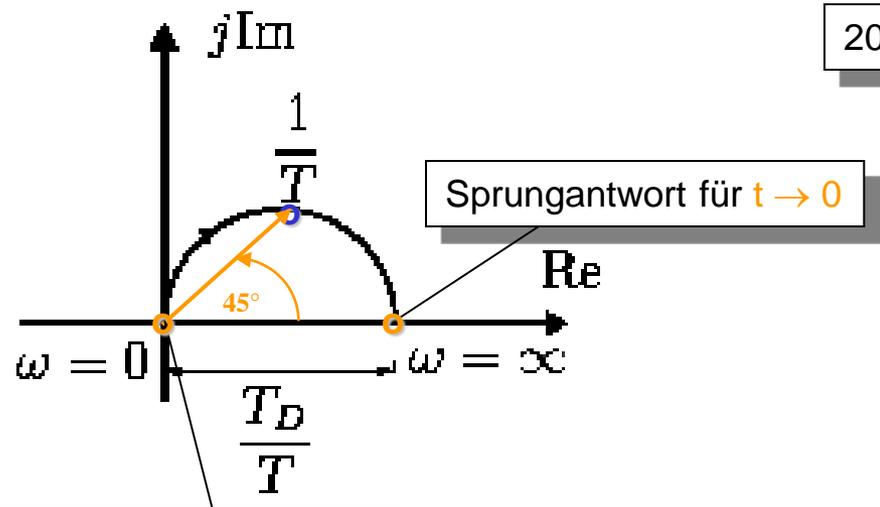
Bodediagramm:



Frequenzgang:

$$G(j\omega) = \frac{T_D j\omega}{(1 + j\omega T)} = \frac{\omega^2 T T_D}{\omega^2 T^2 + 1} + j \frac{\omega T_D}{\omega^2 T^2 + 1}$$

Ortskurve:



Sprungantwort für $t \rightarrow \infty$

Bodediagramm:

