Carsten Herzog, M. Sc.
Universität der Bundeswehr München
Institut für Steuer- und Regelungstechnik (LRT-15)

Digitale Regelung FT 2021

Übung 7, 14. Juni 2021

Aufgabe 1. Diskretes Übertragungssystem

Ein kontinuierliches System sei durch die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{10(s+5)}{s(s+2)}$$

gegeben.

Aufgaben

a) Bestimme Sie die äquivalente z-Übertragungsfunktion $G_z(z)$ des diskretisierten Systems für die Abtastperiode $T > 0$ und ein Halteglied 0-ter Ordnung. Stellen Sie das Ergebnis in der Form

$$G_z(z) = \frac{\beta(z - z_n)}{(z-1)(z-z_p)} \tag{1}$$

mit anzugebenden Konstanten $\beta, z_n, z_p \in \mathbb{R}$ dar.

b) Beschreiben Sie das diskretisierte System in Form einer Differenzengleichung ausgehend von der Darstellung in (1).

Aufgabe 2. Zeitdiskrete Zustandsraumdarstellung

Gegeben sei das zeitdiskrete System

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

wobei

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & \beta \\ \alpha & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

Aufgaben

a) Zeigen Sie, dass -2 und $-2 \pm \sqrt{1+\alpha}$ die Eigenwerte von A sind.

b) Geben Sie hinreichende und notwendige Bedingungen für $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ an, so dass für das angegebene System jeweils folgenden Eigenschaften gelten:

i)
$$\operatorname{Rang}\begin{pmatrix} B & AB & A^2B \end{pmatrix} = 3.$$

ii) Für alle Eigenwerte $\lambda \neq 0$ von A gilt
$$\operatorname{Rang}\begin{pmatrix} \lambda \operatorname{id} - A & B \end{pmatrix} = 3.$$