Carsten Herzog, M. Sc.
Universität der Bundeswehr München
Institut für Steuer- und Regelungstechnik (LRT-15)

Digitale Regelung FT 2020

Übung 2, 04. Mai 2020

Thema: Fourier-Transformation

Aufgabe 1. Inverse Fourier-Transformation

Man bestimme eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ deren Fourier-Transformierte gegeben ist durch

$$F(i\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2\omega_0}, & |\omega| \le \omega_0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases},$$

wobei $\omega_0 > 0$ gilt.

Aufgabe 2. Komplexe Fourierreihen

Sei $r : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ein einzelner Rechteckimpuls gegeben durch

$$r(t) = \begin{cases} 1/T_r, & |t| \le T_r/2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

mit $T_r > 0$ und sei $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ein Signal gegeben durch

$$g(t) = \begin{cases} e^{-\delta t} \sin(\omega_g t), & t \ge 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

mit Konstanten $\delta > 0$, $\omega_g > 0$.

a) Man bestimme die komplexe Fourierreihe der Rechteckimpulsfolge

$$s(t) := \sum_{k=-\infty}^{\infty} r(t - kT_s)$$

mit Periode $T_s > T_r/2 > 0$, siehe Abbildung 1. Man stelle einen Zusammenhang zwischen s und der Fourier-Transformation von r her.

b) Man bestimme die Fourier-Transformierte $\mathcal{F}(g)$ von g und stelle einen Zusammenhang zur Laplace-Transformierten $\mathcal{L}(g)$ von g her.

c) Man bestimme das Spektrum des mit der Abtastzeit T_s abgetasteten Signals $g^{\#} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, siehe Abbildung 2, welches gegeben sei durch

$$g^{\#}(t) := g(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} r(t - kT_s).$$

Hinweis: Man verwende bei der Berechnung die Ergebnisse aus Aufgabenteil a) und b).

d) Man skizziere das Amplitudenspektrum von g und $g^{\#}$.

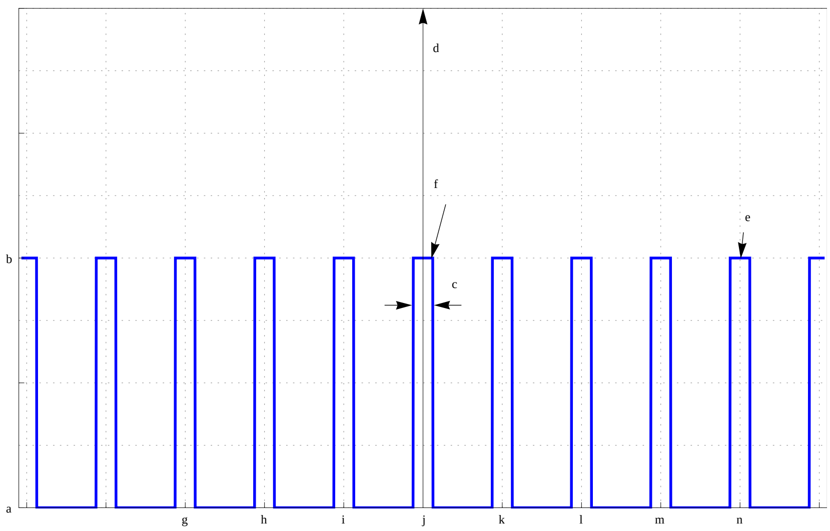

Abbildung 1: Rechteckimpulsfolge

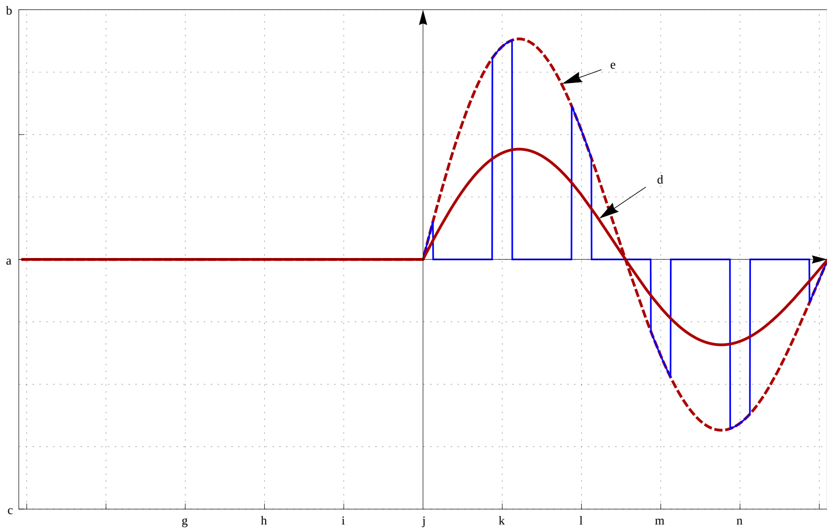

Abbildung 2: abgetastetes Signal