



Digitale Regelung FT 2019

Übung 7, 15. Juli 2019

Aufgabe 1. Diskretes Übertragungssystem

Ein kontinuierliches System sei durch die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{10(s+5)}{s(s+2)}$$

gegeben.

Aufgaben

- a) Bestimmen Sie die äquivalente z -Übertragungsfunktion $G_z(z)$ des diskretisierten Systems für die Abtastperiode $T > 0$ und ein Halteglied 0-ter Ordnung. Stellen Sie das Ergebnis in der Form

$$G_z(z) = \frac{\beta(z - z_n)}{(z - 1)(z - z_p)} \quad (1)$$

mit anzugebenden Konstanten $\beta, z_n, z_p \in \mathbb{R}$ dar.

- b) Beschreiben Sie das diskretisierte System in Form einer Differenzgleichung ausgehend von der Darstellung in (1).

Aufgabe 2. Zeitdiskrete Zustandsraumdarstellung

Gegeben sei das zeitdiskrete System

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

wobei

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & \beta \\ \alpha & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

Aufgaben

- a) Zeigen Sie, dass -2 und $-2 \pm \sqrt{1 + \alpha}$ die Eigenwerte von A sind.

Aufgaben

- b) Geben Sie hinreichende und notwendige Bedingungen für $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ an, so dass für das angegebene System jeweils folgenden Eigenschaften gelten:

i)

$$\text{Rang} \begin{pmatrix} B & AB & A^2B \end{pmatrix} = 3.$$

- ii) Für alle Eigenwerte $\lambda \neq 0$ von A gilt

$$\text{Rang} \begin{pmatrix} \lambda \text{id} - A & B \end{pmatrix} = 3.$$