

## Übung 2, 13. Mai 2019

**Thema:** Fourier-Transformation

### Aufgabe 1. Inverse Fourier-Transformation

Man bestimme eine Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  deren Fourier-Transformierte gegeben ist durch

$$F(i\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2\omega_0}, & |\omega| \leq \omega_0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases},$$

wobei  $\omega_0 > 0$  gilt.

### Aufgabe 2. Komplexe Fourierreihen

Sei  $r : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ein einzelner Rechteckimpuls gegeben durch

$$r(t) = \begin{cases} 1/T_r, & |t| \leq T_r/2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

mit  $T_r > 0$  und sei  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ein Signal gegeben durch

$$g(t) = \begin{cases} e^{-\delta t} \sin(\omega_g t), & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

mit Konstanten  $\delta > 0$ ,  $\omega_g > 0$ .

a) Man bestimme die komplexe Fourierreihe der Rechteckimpulsfolge

$$s(t) := \sum_{k=-\infty}^{\infty} r(t - kT_s)$$

mit Periode  $T_s > T_r/2 > 0$ , siehe Abbildung 1. Man stelle einen Zusammenhang zwischen  $s$  und der Fourier-Transformation von  $r$  her.

- b) Man bestimme die Fourier-Transformierte  $\mathcal{F}(g)$  von  $g$  und stelle einen Zusammenhang zur Laplace-Transformierten  $\mathcal{L}(g)$  von  $g$  her.
- c) Man bestimme das Spektrum des mit der Abtastzeit  $T_s$  abgetasteten Signals  $g^\# : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , siehe Abbildung 2, welches gegeben sei durch

$$g^\#(t) := g(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} r(t - kT_s).$$

Hinweis: Man verwende bei der Berechnung die Ergebnisse aus Aufgabenteil a) und b).

- d) Man skizziere das Amplitudenspektrum von  $g$  und  $g^\#$ .

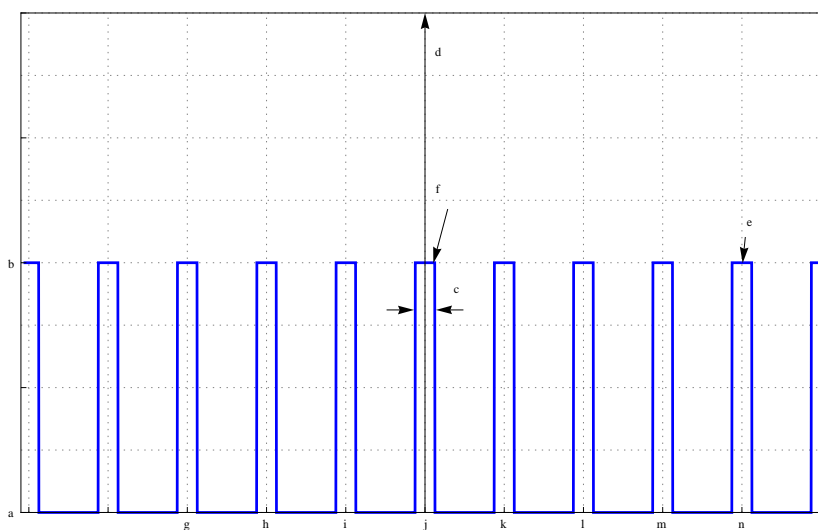


Abbildung 1: Rechteckimpulsfolge

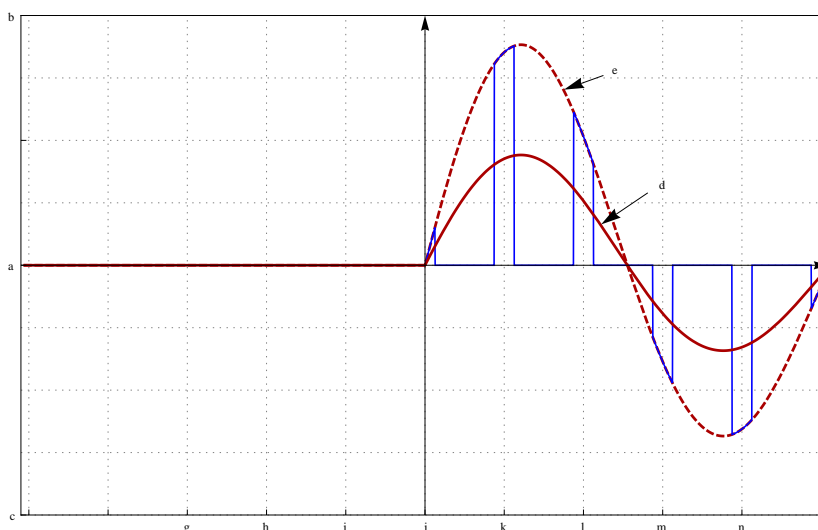


Abbildung 2: abgetastetes Signal