

Digitale Regelung

## Übung 7

*Aufgabe 1 soll zuhause bearbeitet und in der Übung vorgerechnet werden.*

**Aufgabe 1.** Ein kontinuierliches System sei durch die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{10(s+5)}{s(s+2)}$$

gegeben.

- (i) Man bestimme die äquivalente  $z$ -Übertragungsfunktion  $G_z(z)$  des diskretisierten Systems für die Abtastperiode  $T > 0$  und ein Halteglied 0-ter Ordnung. Man stelle das Ergebnis in der Form

$$G_z(z) = \frac{\beta(z - z_n)}{(z - 1)(z - z_p)} \quad (1)$$

mit anzugebenden Konstanten  $\beta, z_n, z_p \in \mathbb{R}$  dar.

- (ii) Man beschreibe das diskretisierte System in Form einer Differenzgleichung ausgehend von der Darstellung in (1).

**Aufgabe 2.** Gegeben sei das zeitdiskrete System

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

wobei

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & \beta \\ \alpha & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

- (a) Man zeige, dass  $-2$  und  $-2 \pm \sqrt{1 + \alpha}$  die Eigenwerte von  $A$  sind.
- (b) Man gebe hinreichende und notwendige Bedingungen an  $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$  an, so dass für das angegebene System jeweils folgenden Eigenschaften gelten:

(i)

$$\text{Rang} \begin{pmatrix} B & AB & A^2B \end{pmatrix} = 3.$$

(ii) Für alle Eigenwerte  $\lambda \neq 0$  von  $A$  gilt

$$\text{Rang} \begin{pmatrix} \lambda \text{id} - A & B \end{pmatrix} = 3.$$