Digitale Regelung

Übung 4

Aufgabe 1 soll zuhause bearbeitet und in der Übung vorgerechnet werden.

Aufgabe 1. Man betrachte das System gegeben durch das folgende Blockschaltbild $(T_s > 0, K_s > 0)$ mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s) = \frac{K_s}{1+sT_s}$ und $G_2(s) = \frac{1}{s}$.

$$\begin{array}{c|c}
 & u \\
\hline
 & 1 + sT_s \\
\hline
\end{array}
\qquad \begin{array}{c|c}
 & \dot{\varphi} \\
\hline
 & 1 \\
\hline
 & s \\
\hline
\end{array}
\qquad \begin{array}{c|c}
 & \varphi \\
\hline
\end{array}$$

Dieses kontinuierliche System soll im Rahmen dieser Aufgabe diskretisiert werden.

- (i) Man bestimme die z-Übertragungsfunktion $G_1(z)$ und die z-Übertragungsfunktion G(z) des gesamten Systems für die Abtastperiode T > 0 unter Verwendung von Tabelle 3.3 im Skript S.27.
- (ii) Man gebe die Differenzengleichung des Abtastsystems an.

Aufgabe 2. Man zeige im Detail, dass die Pole $p_k \in \mathbb{C}, k = 1, \dots m + n, m, n \in \mathbb{N}$ einer Übertragungsfunktion der Form

$$G(s) = \sum_{k=1}^{m} \frac{\alpha_k}{s - p_k} + \sum_{l=1}^{n} \frac{\beta_l s}{s - p_l}, \quad \alpha_k, \beta_l \in \mathbb{C}$$

in der Tat durch die Abbildung $s\mapsto e^{sT}$ zu Polen der z-Übertragungsfunktion werden, d.h. dass e^{p_kT} Pole der z-Übertragungsfunktion der mit Abtastzeit T>0 diskretisierten Strecke sind.

Aufgabe 3. Man berechne die z-Übertragungsfunktion der folgenden zeitdiskreten Systeme mit y(k)=0 für $k\leq 0, \ u(k)=0$ für k<0 und $(a,b,c,d\in\mathbb{R}).$

(i)
$$y(k) + ay(k-1) = bu(k-2)$$

(ii)
$$y(k+1) + ay(k) + by(k-1) = cu(k) + du(k-1)$$