

## Regelungstechnik, WT 2021

### 6 Übung, 22.02.2021

Aufgaben 6.1 und 6.3 sollen zuhause gerechnet und in der Übung vorgerechnet werden.

**6.1 Aufgabe.** Gegeben seien die Matrizen  $A$  und  $B$  durch

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie  $\exp(At)$ ,  $\exp(Bt)$  und  $\exp((A+B)t)$ . Gilt hier  $\exp(A+B) = \exp(A)\exp(B)$ ?  $\square$

**6.2 Aufgabe.** Betrachtet werde eine Anordnung von drei miteinander verbundenen Wasserbehältern.  $F$  bezeichne die Querschnittsfläche der Behälter. In die Behälter 1 und 3 fließt Wasser mit den Durchsätzen (Volumen pro Zeit)  $q_{e1}$  bzw.  $q_{e2}$ , aus Behälter 3 fließt Wasser mit dem Durchsatz  $q_{ab}$  ab, usw., siehe Graphik. Gemessen werden die Füllstände  $h_1, h_2, h_3$  (das sind also die Ausgänge).

Annahmen: Gesetz von Torricelli:

$$\begin{aligned} q_{ab} &= \mu\sqrt{2g}\sqrt{h_3}, \\ q_i &= \mu\sqrt{2g}\operatorname{sign}(h_i - h_{i+1})\sqrt{|h_i - h_{i+1}|}, \\ \operatorname{sign}(x) &= \begin{cases} 1 & x > 0, \\ -1 & x < 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \end{aligned}$$

sowie  $g, \mu, F > 0, q_{ei} \geq 0, h_i \geq 0$ .

(i) Modellieren Sie die Strecke als Regelungssystem in Zustandsform

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u), \\ y &= g(x, u) \end{aligned}$$

mit den Zuständen  $h_1, h_2, h_3$  und den Eingängen  $q_{e1}, q_{e2}$ .

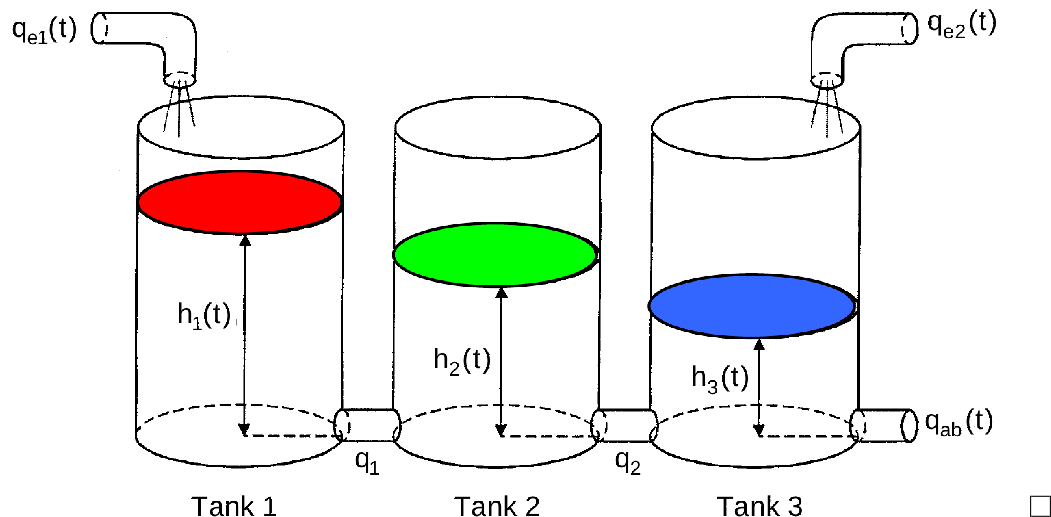
(ii) Diese und alle folgenden Teilaufgaben: Nur für den Spezialfall  $F = \mu\sqrt{2g} = 1$  lösen!

Geben Sie Bedingungen an  $x$  und  $u$  an, die Ruhelagen charakterisieren. (Hinweis: Ruhelage:  $0 = f(x, u)$ . Zeigen Sie zuerst, daß in jeder Ruhelage gilt:  $h_1 \geq h_2 \geq h_3$ .)

- (iii) Linearisieren Sie das Zustandssystem in den Ruhelagen unter der Annahme  $h_1 > h_2 > h_3 > 0$ . Berechnen Sie also die Matrizen

$$A := D_1 f(x, u), B := D_2 f(x, u), C := D_1 g(x, u), D := D_2 g(x, u)$$

für Ruhelagen  $(x, u)$ .



**6.3 Aufgabe.** Gegeben sei eine Strecke mit Übertragungsfunktion  $G$ ,

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)(s^2+4s+13)}.$$

Wir betrachten die Wurzelortskurve unter Verwendung eines statischen linearen Reglers (d.h., eines P-Reglers mit positiver Verstärkung).

- (i) Bestimmen Sie alle Verzweigungspunkte der Wurzelortskurve. Nutzen Sie dazu die Regeln aus dem Skript und die entsprechenden Zusatzfolien zur Übung.
- (ii) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve (hier sind also zu berechnen: Pole, Nullstellen, Anzahl der Äste gegen  $\infty$ , Winkel der Asymptoten, Wurzelschwerpunkt, Intervalle auf reeller Achse).

□