Regelungstechnik

7. Übung

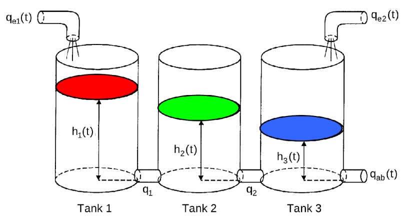
Victor Cheidde Chaim

01. März 2021

Universität der Bundeswehr München, LRT-15 Institut für Steuer- und Regelungstechnik

Aufgabe 6.2

Betrachtet werde eine Anordnung von drei miteinander verbundenen Wasserbehältern. F bezeichne die Querschnittsfläche der Behälter. In die Behälter 1 und 3 fließt Wasser mit den Durchsätzen (Volumen pro Zeit) q_{e1} bzw. q_{e2}, aus Behälter 3 fließt Wasser mit dem Durchsatz q_{ab} ab, usw., siehe Graphik. Gemessen werden die Füllstände h1, h2, h3 (das sind also die Ausgänge).



Gesetz von Torricelli:

$$q_{ab} = \mu\sqrt{2g}\sqrt{h_3},$$

$$q_i = \mu\sqrt{2g}\, sign(h_i - h_{i+1})\sqrt{|h_i - h_{i+1}|},$$

sowie $g,\ \mu,\ F > 0,\ q_{ei} \geq 0,\ h_i \geq 0.$

Aufgabe 6.2

(iii) Linearisierung:

Aufgabe 6.2

(iii) Linearisierung:

Aufgabe 6.2

(iii) Linearisierung:

Aufgabe 6.2

(iii) Linearisierung:

Aufgabe 6.1

Gegeben seien die Matrizen A und B. Berechnen Sie $exp(At)$, $exp(Bt)$ und $exp((A+B)t)$. Gilt hier $exp(A+B) = exp(A)exp(B)$?

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 6.1

Aufgabe 6.1

Aufgabe 7.1

Berechnen Sie die Transitionsmatrix $\Phi(t) = e^{At}$ in den angegebenen Fällen. Machen Sie dabei jeweils eine Probe, d.h.,prüfen Sie, ob Ihre Lösung die Bedingungen

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}(t) &= A\Phi(t), \\ \Phi(0) &= I \end{aligned}$$

für alle $t \in \mathbb{R}$ erfüllt.

1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ (Hinweis: Transformation auf Diagonalform).
2. $A = \begin{pmatrix} -3/2 & 1/2 \\ -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$.
3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \alpha \\ 0 & \alpha+1 & 2 \\ 0 & 0 & \alpha+1 \end{pmatrix}$, wobei $\alpha = 0$ (Klausuraufgabe).
4. Wie vor, jedoch für $\alpha = 1$ (Klausuraufgabe).

Berechnung der Transitionsmatrix (3)

3. Wenn die $n \times n$ Systemmatrix $\boldsymbol{A}$ n linear unabhängige Eigenvektoren hat, kann sie mit Hilfe der aus den n Eigenvektoren gebildeten Transformationsmatrix $\boldsymbol{T}$ auf Diagonalform transformiert werden:

$$\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{T} = \boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{bmatrix},$$

Das transformierte homogene Zustandsmodell besteht aus n entkoppelten DGL der Form
$\dot{x}_i(t) = \lambda_i x_i(t)$

wobei $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ die Eigenwerte der Matrix $\boldsymbol{A}$ sind. Die zur Diagonalmatrix $\boldsymbol{J}$ gehörende Transitionsmatrix $e^{\boldsymbol{J}t}$ hat die leicht berechenbare Form

$$e^{\boldsymbol{J}t} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & e^{\lambda_n t} \end{bmatrix}.$$

$A=TJT^{-1}$

Aufgabe 7.1

Aufgabe 7.1

Aufgabe 7.1

Aufgabe 7.1

Aufgabe 7.1

Aufgabe 7.1

Aufgabe 7.1

Aufgabe 7.1

Aufgabe 7.1

Aufgabe 7.1

Aufgabe 7.1

Aufgabe 7.1