Prof. Dr. Matthias Gerdts
Alberto De Marchi
LRT-1 UniBw
Wintertrimester 2021

Universität der Bundeswehr München
Professur für
Ingenieurmathematik

Optimierung ME BSc · Übung 5

1. Bestimmen Sie unter Verwendung der KKT-Bedingungen, sowie der notwendigen und hinreichenden Bedingungen zweiter Ordnung die lokalen Minima des Optimierungsproblems

$$\min \quad x_2^2 - \frac{(x_1-4)^2}{10} \qquad \text{u.d.N.} \quad x_1^2 + x_2^2 \geq 1.$$

2. Betrachten Sie das Optimierungsproblem

$$\min \quad f(x) = x_1^2 + 4x_2 + x_2^2 \qquad \text{u.d.N.} \quad g(x) = -x_2 \leq 0$$

   und die Penalty-Funktion $P(x;\eta) := f(x) + \frac{\eta}{2}\max\{0, g(x)\}^2$.

   a) Bestimmen Sie die globale Lösung $\hat{x}$ des Optimierungsproblems und den zugehörigen Multiplikator $\hat{\lambda}$.
   b) Berechnen Sie für $\eta > 0$ das globale Minimum $x(\eta)$ von $P(x;\eta)$.
   c) Zeigen Sie $\lim\limits_{\eta\to\infty} x(\eta) = \hat{x}$ und $\lim\limits_{\eta\to\infty} \eta\max\{0, g(x(\eta))\} = \hat{\lambda}$.
   d) Wie verhält sich die Konditionszahl der Hessematrix $\nabla^2_{xx} P(x(\eta);\eta)$ für $\eta \to \infty$?

3. Betrachten Sie das Optimierungsproblem

$$\min \quad f(x) = (1-x_1)^2 + 100(x_2 - x_1^2)^2 \qquad \text{u.d.N.} \quad g(x) = \begin{pmatrix} (x_1-1)^3 - x_2 + 1 \\ x_1 + x_2 - 2 \end{pmatrix} \leq 0$$

   und die Penalty-Funktion $P(x;\eta) := f(x) + \frac{\eta}{2}\|\max\{0, g(x)\}\|^2$.

   Implementieren Sie mithilfe MATLAB das Penalty-Verfahren (Algorithmus 4.4.3 im Skript). Finden Sie eine Lösung des Optimierungsproblems und analysieren Sie die Ergebnisse und die Konvergenzeigenschaften.

Besprechung am Montag, 22.2.2021 in der BBB-Übung.