



Optimierung ME BSc · Übung 8

1) Gegeben sei das restringierte Optimierungsproblem

$$\min \frac{1}{2}x^\top Qx + x^\top q \quad \text{u.d.N.} \quad -1 \leq x \leq 1, \quad (1)$$

mit $x \in \mathbb{R}^2$, $q := (-3, -2)$. Berechnen Sie mit der Strategie der aktiven Menge (Algorithmus 4.6.21 im Skript) für $x^{[0]} = (0, 0)$ und

$$\text{a) } Q = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{b) } Q = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

die Lösung des Problems.

2) Betrachten Sie die (Fischer-Burmeister) Funktion $\varphi(a, b) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $\varphi(a, b) := \sqrt{a^2 + b^2} - a - b$.

a) Zeigen Sie, dass $\varphi(a, b) = 0 \Leftrightarrow a \geq 0, b \geq 0, ab = 0$.

b) Formulieren Sie die KKT-Bedingungen des Problems

$$\min \frac{1}{2}x^\top Qx + x^\top q \quad \text{u.d.N.} \quad Ax = b, Cx \leq d \quad (2)$$

als Gleichungssystem in der Form $\mathcal{F}(x, \lambda) = 0$. Verwenden Sie dazu die Funktion φ um die Komplementaritätsbedingungen in eine Gleichung zu verwandeln.

c) Implementieren Sie das lokale Newton-Verfahren und berechnen Sie die Lösung des Gleichungssystems $\mathcal{F}(x, \lambda) = 0$.

Hinweis: Algorithm 4.3.6 im Skript von Numerik. Algorithmus 3.6.4 in Skript von Optimierung.

d) Implementieren Sie das globalisierte Newton-Verfahren mit der Armijo-Regel (für die eindimensionale Funktion $\theta(\alpha) := \|\mathcal{F}(x + \alpha\Delta x, \lambda + \alpha\Delta\lambda)\|^2$) und dem Abbruchkriterium $\|\mathcal{F}(x, \lambda)\| \leq 10^{-6}$.

Hinweis: Bemerkung 4.3.10 im Skript von Numerik. Algorithmus 1.3.1 des Anhangs A3 in Skript von Optimierung.

e) Testen Sie das Programm am Beispiel (1).

3) Betrachten Sie das Beispiel

$$\min (x_1 - x_2)^2 \quad \text{u.d.N.} \quad x_1, x_2 \leq 1,$$

a) Zeigen Sie dass es auch KKT-Punkte geben kann, bei denen keine strikte Komplementarität vorliegt, d.h. in den Komplementaritätsbedingungen sind beide Faktoren Null.

b) Finden Sie eine Lösung des Problems mit dem Programm von Übung (2).

Besprechung in der Übung am Montag, 9.3.2020

Bitte bringen Sie Ihren Laptop mit (mit Matlab oder einem ähnlichen Programm)

Wenn Sie Fragen haben, zögern Sie bitte nicht, mich zu kontaktieren oder zu besuchen.