Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Institut für Mathematik und Rechneranwendung
Prof. Dr. M. Gerdts, Dr. A. Dreves

der Bundeswehr
Universität München

Frühjahrstrimester 2019

7. Übung in Optimierung

22) Betrachten Sie das Optimierungsproblem

$$\min f(x) = x_1^2 + 4x_2 + x_2^2 \quad \text{u.d.N.} \quad g(x) = -x_2 \le 0$$

und die Penalty-Funktion

$$P(x;\eta) := f(x) + \frac{\eta}{2}\max\{0, g(x)\}^2.$$

(a) Bestimmen Sie die globale Lösung $\hat{x}$ des Optimierungsproblems und den zugehörigen Multiplikator $\hat{\lambda}$.

(b) Berechnen Sie für $\eta > 0$ das globale Minimum $x(\eta)$ von $P(x;\eta)$.

(c) Zeigen Sie $\lim_{\eta\to\infty} x(\eta) = \hat{x}$ und $\lim_{\eta\to\infty} \eta\max\{0, g(x(\eta))\} = \hat{\lambda}$.

(d) Wie verhält sich die Konditionszahl der Hessematrix $\nabla^2_{xx}P(x(\eta);\eta)$ für $\eta \to \infty$?

23) Betrachten Sie die Optimierungsprobleme

$$\min x_1^2 - \frac{1}{2}x_2^2 \qquad \text{u.d.N.} \quad x_1 + x_2 - 1 = 0, \tag{1}$$

$$\min x_1^2 - \frac{1}{2}x_2^2 + \frac{\eta}{2}(x_1 + x_2 - 1)^2 \quad \text{u.d.N.} \quad x_1 + x_2 - 1 = 0. \tag{2}$$

(a) Berechnen Sie den KKT-Punkt $(\bar{x}, \bar{\mu})$ des Problems (1).

(b) Finden Sie ein $\bar{\eta} > 0$, so dass für alle $\eta > \bar{\eta}$ der in (a) berechnete KKT-Punkt globales unrestringiertes Minimum der Lagrangefunktion

$$L_a(\cdot, \bar{\mu}, \eta) := x_1^2 - \frac{1}{2}x_2^2 + \frac{\eta}{2}(x_1 + x_2 - 1)^2 + \bar{\mu}(x_1 + x_2 - 1)$$

des Problems (2) ist, wobei der Multiplikator $\bar{\mu}$ fix ist.

24) Gegeben sei das restringierte Optimierungsproblem

$$\min x_1 + x_2 \quad \text{u.d.N.} \quad x_1^2 - x_2 = 0.$$

Berechnen Sie mit dem Lagrange-Newton-Verfahren für $x^{[0]} = 0$ und $\mu^{[0]} \neq 0$ die Lösung des Problems. Welchen Einfluss hat der Startwert $\mu^{[0]}$?