Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Institut für Mathematik und Rechneranwendung
Prof. Dr. M. Gerdts, Dr. A. Dreves

Frühjahrstrimester 2019

6. Übung in Optimierung

19) Bestimmen Sie unter Verwendung der KKT-Bedingungen, sowie der notwendigen und hinreichenden Bedingungen zweiter Ordnung die lokalen Minima des Optimierungsproblems

$$\min -\frac{1}{10}(x_1-4)^2 + x_2^2 \quad \text{u.d.N.} \quad 1 - x_1^2 - x_2^2 \leq 0.$$

20) Betrachten Sie das konvexe Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \min\ f(x) \quad \text{u.d.N.} \quad & g_i(x) \leq 0 \quad \forall i = 1,\ldots,m,\\ & a_j^\top x = b_j \quad \forall j = 1,\ldots,p \end{aligned}$$

mit konvexen und differenzierbaren Funktionen $f, g_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ für alle $i = 1,\ldots,m$ und $a_j \in \mathbb{R}^n, b_j \in \mathbb{R}$ für alle $j = 1,\ldots,p$. Zeigen Sie, dass für jeden KKT-Punkt $(\bar{x}, \bar{\mu}, \bar{\lambda})$ dieses Problems, $\bar{x}$ eine Lösung des Problems ist.

21) Betrachten Sie das Optimierungsproblem

$$\min \frac{1}{2}(x_1 - 2x_2)^2 + x_1 \quad \text{u.d.N.} \quad 1 - x_1^2 - x_2^2 \geq 0.$$

(a) Formulieren Sie die KKT-Bedingungen dieses Problems als Gleichungssystem in der Form $H(x, \lambda) = 0$. Verwenden Sie dazu die Minimumsfunktion um die Komplementaritätsbedingungen in eine Gleichung zu verwandeln.

(b) Zeigen Sie, dass der Lagrange-Multiplikator in einem KKT-Punkt nicht Null sein kann. Zeigen Sie damit, dass die Funktion H in einer Umgebung eines KKT-Punktes differenzierbar und die Jacobimatrix regulär ist.

(c) Was kann man über die Konvergenz des lokalen Newton-Verfahrens angewandt auf das Gleichungssystem $H(x, \lambda) = 0$ sagen?