Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Institut für Mathematik und Rechneranwendung
Prof. Dr. M. Gerdts, Dr. A. Dreves

der Bundeswehr
Universität München

Frühjahrstrimester 2019

2. Übung in Optimierung

5) Für folgende Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ veranschauliche man den Funktionsverlauf durch Skizzieren der Höhenlinien (d.h. der Kurven $f(x,y) = \text{const}$) und des Gradientenfeldes:

   a) $f(x,y) = y + 2x$,

   b) $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$,

   c) $f(x,y) = x \cdot y$.

6) Gegeben sei die quadratische Funktion

$$f(x) := \frac{1}{2} x^T A x + b^T x + c$$

   mit $A \in \mathbb{R}^{n \times n}, b \in \mathbb{R}^n$ und $c \in \mathbb{R}$.

   a) Berechnen Sie den Gradienten von f im Punkt x. Beachten Sie hierbei, dass A im Allgemeinen nicht symmetrisch zu sein braucht.

   b) Warum kann man bei der Minimierung von f ohne Beschränkung der Allgemeinheit davon ausgehen, dass die Matrix A symmetrisch ist?

   c) Spielt der konstante Term c bei der Minimierung von f eine Rolle?

7) Gegeben sei die Funktion $f(x,y) := 3x^4 - 4x^2 y + y^2$. Zeigen Sie:

   a) $(0,0)$ ist ein stationärer Punkt von f.

   b) f besitzt längs jeder Ursprungsgeraden ein lokales Minimum in $(0,0)$.

   c) $(0,0)$ ist kein lokales Minimum der Funktion f .

8) Gegeben sei die Funktion $f(x,y) = x^2 y^2 + (x^2 - 1)^2$.

   a) Welche Informationen liefern die notwendigen und hinreichenden Bedingungen über die lokalen Minima und Maxima der Funktion f?

   b) Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Minima und Maxima von f.

   c) Ist die Funktion f konvex?