Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Institut für Mathematik und Rechneranwendung
Prof. Dr. M. Gerdts, Dr. A. Dreves

Universität der Bundeswehr München

Wintertrimester 2018

# 7. Übung in Optimierung

21) Betrachten Sie für $\delta_1, \delta_2 \in \mathbb{R}$ das lineare Programm

$$\min\,(-1,2,-1)\,x \quad \text{u.d.N.} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} x \le \begin{pmatrix} 4+\delta_1 \\ 2+\delta_2 \end{pmatrix},\ x \ge 0.$$

Dieses hat für $(\delta_1, \delta_2) = (0,0)$ die Lösung $(10,0,6)^\top$.

(a) Bestimmen Sie eine Lösung des dualen Programms für $(\delta_1, \delta_2) = (0,0)$.

(b) Bestimmen Sie mit Hilfe von (a) die Optimallösung des primalen Programms für $(\delta_1, \delta_2)$ nahe bei $(0,0)$.

(c) Skizzieren Sie den Bereich von $(\delta_1, \delta_2)$, in dem die Lösung aus (b) optimal bleibt.

(d) Wie ändert sich der Optimalwert der Zielfunktion in dem Bereich in (c)? Was erhält man für $(\delta_1, \delta_2) = (1,-2)$, und was lässt sich für $(\delta_1, \delta_2) = (0,-7)$ sagen?

22) Man kann zeigen, dass die Nash-Gleichgewichte in gemischten Strategien eines Matrixspiels mit Auszahlungsmatrix $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ gegeben sind durch die $x-$ bzw. $y-$ Komponenten der Lösungen $(x^*, u^*) \in \mathbb{R}^{n+1}$ bzw. $(y^*, v^*) \in \mathbb{R}^{m+1}$ der linearen Programme

$$\max_{x,u} u \quad \text{u.d.N.} \quad A^T x \ge u 1_m, \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x \ge 0,$$

$$\min_{y,v} v \quad \text{u.d.N.} \quad Ay \le v 1_n, \quad \sum_{i=1}^m y_i = 1, \quad y \ge 0.$$

(a) Bestimmen Sie das Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien des „Stein-Schere-Papier“ Spiels mit der Auszahlungsmatrix $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

(b) Bestimmen Sie das Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien des „Stein-Schere-Papier-Brunnen“ Spiels mit der Auszahlungsmatrix $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

23) Betrachten Sie für $-\sqrt{2} \le \gamma$ das Optimierungsproblem

$$\min\ x_1 \quad \text{u.d.N.} \quad x_1^2 + x_2^2 \le 1,\ x_1 + x_2 \le \gamma.$$

(a) Bestimmen Sie die KKT-Punkte in Abhängigkeit von $\gamma$.

(b) Bestimmen Sie die Lösung des Optimierungsproblems in Abhängigkeit von $\gamma$.