Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Institut für Mathematik und Rechneranwendung
Prof. Dr. M. Gerdts, Dr. A. Dreves

Universität der Bundeswehr München

Wintertrimester 2018

6. Übung in Optimierung

18) Betrachten Sie das primale lineare Programm

$$\min c^\top x \quad \text{u.d.N.} \quad Ax = b,\, x \geq 0$$

sowie das zugehörige duale Problem

$$\max b^\top y \quad \text{u.d.N.} \quad A^\top y \leq c.$$

Zeigen Sie, dass das duale Problem zum dualen Programm wieder das primale Programm ergibt.

19) Gegeben sei das lineare Programm

$$\begin{aligned} \max -3x_1 - 2x_2 - 5x_3 \quad \text{u.d.N.} \quad & -x_1 - 2x_2 + 5x_3 \leq 2, \\ & x_1 + 5x_3 = 6, \quad x \geq 0. \end{aligned}$$

(a) Bringen Sie das Programm in primale Normalform.

(b) Geben Sie das duale Programm dazu an.

(c) Bestimmen Sie (z.B. graphisch) eine Lösung des dualen Programms.

(d) Zeigen Sie, dass es einen für das gegebene Programm zulässigen Punkt gibt, in dem der Zielfunktionswert gleich dem optimalen Zielfunktionswert des dualen Problems ist. Dieser ist somit Lösung.

(e) Ist die in (d) gefundene Lösung ein Basisvektor und ist sie eindeutig?

20) Wir betrachten das lineare Programm

$$\min\ -3x_1 - x_2 \quad \text{u.d.N.} \quad x_1 \geq 0,\, x_2 \geq 0,\, x_1 + x_2 \leq 1,$$

und den folgenden Ansatz zu dessen Lösung: Wir definieren für $p \in \mathbb{R}^3_{++}$ die Penalty-Funktion

$$P(x,p) := (-3x_1 - x_2) + \frac{p_1}{2}\max\{0, -x_1\}^2 + \frac{p_2}{2}\max\{0, -x_2\}^2 + \frac{p_3}{2}\max\{0, x_1 + x_2 - 1\}^2.$$

Wir berechnen für einen Wert p^k einen stationären Punkt x^k des unrestringierten Optimierungsproblems

$$\min_x P(x, p^k).$$

Wäre x^k zulässig für das lineare Programm, so hätten wir eine Lösung. Andernfalls setzen wir $p^{k+1} := 10p^k$ und wiederholen das Vorgehen mit p^{k+1}.

(a) Zeigen Sie, dass das Verfahren nicht endlich ist, d.h. alle iterierten Punkte x^k sind nicht zulässig.

(b) Berechnen Sie für beliebiges $p \in \mathbb{R}^3_{++}$ den eindeutigen stationären Punkt.

(c) Zeigen Sie, dass die Folge $\{x^k\}_{k\in\mathbb{N}}$ gegen die Lösung des linearen Programms konvergiert.