

Mathematische Methoden in den Ingenieurwissenschaften

Übung 8

Aufgabe 1) (Laplace-Transformation Sinkgeschwindigkeit)

Die Sinkgeschwindigkeit v einer Stahlkugel in einer zähen Flüssigkeit (siehe Abbildung 1) genügt der Differentialgleichung (ohne Auftrieb)

$$m\dot{v} + kv = mg,$$

wobei m die Masse der Kugel, k den Reibungsfaktor und g die Erdbeschleunigung bezeichnen.

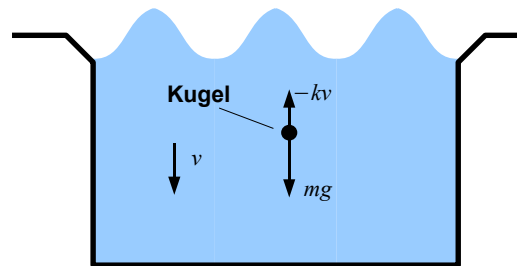


Abbildung 1: Flüssigkeit mit Kugel

Berechnen Sie mittels Laplace-Transformation das Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz $v = v(t)$ bei einer Anfangsgeschwindigkeit $v(0) = v_0$. Welche Endgeschwindigkeit v_E wird erreicht?

Aufgabe 2) (Faltungsprodukte)

Berechnen Sie folgende (einseitige) Faltungen:

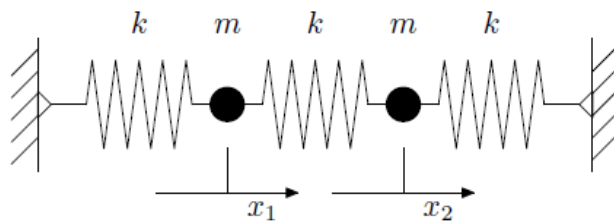
a) $t * e^{-t}$

b) $e^t * \cos t$

Hinweis: $\int e^{ax} \cos(bx) dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \cos(bx) + b \sin(bx))$

Aufgabe 3) (Laplace-Transformation Harmonischer Oszillator)

Betrachtet wird der Mehrmassenschwinger aus Aufgabe 4 vom 7. Übungsblatt:



Die dort hergeleiteten Differentialgleichungen sind

$$\ddot{x}_1 + \alpha x_1 = \beta x_2$$

$$\ddot{x}_2 + \alpha x_2 = \beta x_1$$

mit $\alpha = \frac{2k}{m}$ und $\beta = \frac{k}{m}$.

Lösen Sie diese Differentialgleichungen mit Hilfe der Laplace-Transformation für die Anfangswerte

$$x_1(0) = 0, \quad \dot{x}_1(0) = v_0, \quad x_2(0) = 0, \quad \dot{x}_2(0) = -v_0.$$

Aufgabe 4) (Laplace-Transformation)

Lösen Sie mittels Laplace-Transformation das folgende Differentialgleichungssystem:

$$x_1''(t) = -x_1(t) - 2x_2(t), \quad x_1(0) = 0, \quad x_1'(0) = 1,$$

$$x_2'(t) = x_1(t) + 2x_2(t), \quad x_2(0) = 0.$$

Besprechung der Aufgaben Mo, 24.02.2020 bzw. Do, 27.02.2020 in der jeweiligen Übung.