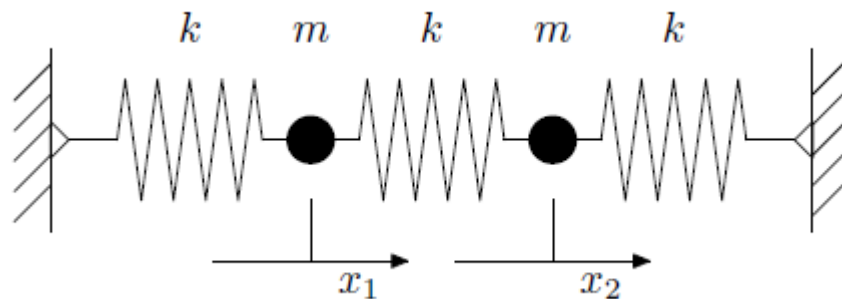


## Mathematische Methoden in den Ingenieurwissenschaften 4. Übung

### 10) Mehrmassenschwinger



Betrachtet wird ein schwingendes System aus 2 Körpern der Masse  $m$  und 3 Federn mit der Federkonstante  $k$ . Der Vektor  $x(t) = (x_1(t), x_2(t))^T$  bezeichnet die Auslenkung der Massepunkte aus der Ruhelage. Durch eine vorgegebene Anfangsauslenkung und Anfangsgeschwindigkeit

$$x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = v_0$$

wird das System in Schwingung versetzt. Leiten sie die Bewegungsgleichungen mit Hilfe des Hamiltonschen Prinzips her.

### 11) Isoperimetrisches Variationsproblem

Ein Jogger will eine feste Zeit  $T > 0$  einen Crescendolauf machen, d.h. mit stetig wachsender Geschwindigkeit laufen. Dabei will er eine feste Menge  $E > 0$  seiner Kohlenhydratreserven verbrauchen. Wir nehmen an, dass bei dieser Laufform sein Kalorienverbrauch proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit mit der Proportionalitätskonstante  $c_1 > 0$  und zum Quadrat der Beschleunigung mit der Proportionalitätskonstante  $c_2 > 0$  ist. Der Jogger startet zum Zeitpunkt  $t = 0$  mit der Geschwindigkeit  $v(0) = 0$  und der Beschleunigung  $v'(0) = 0$ . Wie muss er seine Geschwindigkeit wählen, damit er eine möglichst lange Strecke in der Zeit  $T$  zurücklegt.

### 12) Schießverfahren

Lösen Sie mit dem Einzelschießverfahren das Zweipunkt-Randwertproblem

$$x''(t) = 4x(t), \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 1.$$

Starten Sie dabei mit einer beliebigen Startschätzung  $\eta^{[0]}$ .