Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik

Institut für Mathematik und Rechneranwendung

Prof. Dr. M. Gerdts, A. Huber, A. Britzelmeier

Universität der Bundeswehr München

Wintertrimester 2019

# Mathematische Methoden in den Ingenieurwissenschaften

Übung 9

**Aufgabe 1)** (Laplace-Transformation)

Lösen Sie mittels Laplace-Transformation das folgende Differentialgleichungssystem:

$$\begin{aligned} x_1''(t) &= -x_1(t) - 2x_2(t), \qquad && x_1(0) = 0, \quad x_1'(0) = 1, \\ x_2'(t) &= \phantom{-}x_1(t) + 2x_2(t), \qquad && x_2(0) = 0. \end{aligned}$$

**Aufgabe 2)** (Klassifizierung von partiellen Differentialgleichungen)

Beschreiben Sie, wie im Allgemeinen in der $x, y$-Ebene, eine partielle Differentialgleichung der Form

$$a(x,y)u_{xx} + b(x,y)u_{xy} + c(x,y)u_{yy} + d(x,y)u_x + e(x,y)u_y + f(x,y)u = 0$$

bezüglich der Eigenschaften **elliptisch**, **hyperbolisch** und **parabolisch** untersucht werden kann.

**Aufgabe 3)** (Klassifizierung von partiellen Differentialgleichungen)

Bestimmen Sie die Bereiche der $x, y$-Ebene, in denen die Gleichung

$$(1+x)\,u_{xx} + 2\,x\,y\,u_{xy} + y^2\,u_{yy} + u_x - 4\,u_y + x\,u = 0$$

elliptisch, hyperbolisch oder parabolisch ist.

**Aufgabe 4)** (Summen- und Produktansatz für partielle Differentialgleichung)

Gegeben sei die partielle Differentialgleichung 1. Ordnung

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad x, y \in \mathbb{R}$$

für die Funktion $u = u(x, y)$ zweier reeller Veränderlicher.

a) Bestimmen Sie durch Separation der Variablen eine partikuläre Lösung mit

   (i) dem Summenansatz und

   (ii) dem Produktansatz.

b) Testen sie die erhaltenen Lösungen für die Anfangswerte

   (i) $u(0, y) = y + 2$,

   (ii) $u(0, y) = 2e^y$,

   (iii) $u(x, 0) = 1$.

---

**Besprechung der Aufgaben Do, 07.03.2019 bzw. Mo, 11.03.2019 in der jeweiligen Übung.**