

# Mathematische Methoden in den Ingenieurwissenschaften

## Übung 9

### Aufgabe 1) (Laplace-Transformation)

Lösen Sie mittels Laplace-Transformation das folgende Differentialgleichungssystem:

$$\begin{aligned}x_1''(t) &= -x_1(t) - 2x_2(t), & x_1(0) &= 0, & x_1'(0) &= 1, \\x_2'(t) &= x_1(t) + 2x_2(t), & x_2(0) &= 0.\end{aligned}$$

### Aufgabe 2) (Klassifizierung von partiellen Differentialgleichungen)

Beschreiben Sie, wie im Allgemeinen in der  $x, y$ -Ebene, eine partielle Differentialgleichung der Form

$$a(x, y)u_{xx} + b(x, y)u_{xy} + c(x, y)u_{yy} + d(x, y)u_x + e(x, y)u_y + f(x, y)u = 0$$

bezüglich der Eigenschaften **elliptisch**, **hyperbolisch** und **parabolisch** untersucht werden kann.

### Aufgabe 3) (Klassifizierung von partiellen Differentialgleichungen)

Bestimmen Sie die Bereiche der  $x, y$ -Ebene, in denen die Gleichung

$$(1 + x)u_{xx} + 2xyu_{xy} + y^2u_{yy} + u_x - 4u_y + xu = 0$$

elliptisch, hyperbolisch oder parabolisch ist.

### Aufgabe 4) (Summen- und Produktansatz für partielle Differentialgleichung)

Gegeben sei die partielle Differentialgleichung 1. Ordnung

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad x, y \in \mathbb{R}$$

für die Funktion  $u = u(x, y)$  zweier reeller Veränderlicher.

a) Bestimmen Sie durch Separation der Variablen eine partikuläre Lösung mit

(i) dem Summenansatz und

(ii) dem Produktansatz.

b) Testen sie die erhaltenen Lösungen für die Anfangswerte

(i)  $u(0, y) = y + 2$ ,

(ii)  $u(0, y) = 2e^y$ ,

(iii)  $u(x, 0) = 1$ .

---

**Bearbeitung der Aufgaben zuhause, Besprechung Do, 08.03.2018 bzw. Mo, 12.03.2018  
in der jeweiligen Übung.**