Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Institut für Angewandte Mathematik
und Wissenschaftliches Rechnen
Lineare und nichtlineare Optimierung
Priv.-Doz. Dr. habil. S.-J. Kimmerle

der Bundeswehr
Universität München

3. Übung

Herbsttrimester 2023

8) Ein numerisches Verfahren erzeuge eine Iterationsfolge $\{x^{[i]}\}_{i\in\mathbb{N}}$, die gegen ein x^* konvergiert. Für die k-te Iterierte gelte $\|x^{[k]} - x^*\| = \varepsilon_0 < 1$. Wie viele Iterationen benötigt das Verfahren um die Genauigkeit $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0)$ zu erreichen, wenn die Folge linear mit Konstante $C_1 \in (0, 1)$, bzw. quadratisch mit Konstante $C_2 \in \left(0, \frac{1}{\varepsilon_0}\right)$ konvergiert? Was ergibt sich konkret für $C_1 = C_2 = \frac{1}{2}, \varepsilon_0 = 10^{-3}$ und $\varepsilon = 10^{-10}$?

9) Implementieren Sie das globalisierte Newtonverfahren aus Algorithmus 2.5.9 mit den Parametern $\rho = 10^{-8}, p = 2.1, \beta = 0.5, \sigma = 10^{-4}$ und $\varepsilon = 10^{-12}$. Testen Sie es mit der Rosenbrock-Funktion und dem Startvektor $x^0 = (-1.2, 1)$.
Hinweis: Sie können die Funktionen aus Aufgabe 7 wiederverwenden.

10) Lösen Sie das Problem

$$\min x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \quad \text{u.d.N.} \quad x_1 + x_2 + x_3 = 1.$$

11) Zeigen Sie mit dem Beispiel

$$\max x_2 \quad \text{u.d.N.} \quad x_1 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 1, x_1^2 + x_2^2 \leq 1,$$

dass die Lagrange-Multiplikatoren im Allgemeinen nicht eindeutig sind.

12) Zeigen Sie mit dem Beispiel

$$\min(x_1 - x_2)^2 \quad \text{u.d.N.} \quad x_1 \leq 1, x_2 \leq 1,$$

dass es auch KKT-Punkte geben kann, bei denen keine strikte Komplementarität vorliegt, d.h. in den Komplementaritätsbedingungen sind beide Faktoren Null.

13) Betrachten Sie für $-\sqrt{2} \leq \gamma$ das Optimierungsproblem

$$\min x_1 \quad \text{u.d.N.} \quad x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_1 + x_2 \leq \gamma.$$

Bestimmen Sie die KKT-Punkte in Abhängigkeit von γ.