Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Institut für Mathematik und Rechneranwendung
Lineare und nichtlineare Optimierung
Dr. habil. S.-J. Kimmerle

5. Übung

Herbsttrimester 2019

17) Seien $\delta_1, \delta_2 \in \mathbb{R}$ Parameter im linearen Programm

$$\begin{array}{lrcrcrcrcrcl} \textit{Minimiere} & -x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & & & & & & \\ \textit{u.d.N.} & x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & + & x_4 & & & = & 4+\delta_1, \\ & -x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & & & + & x_5 & = & 2+\delta_2, \quad x_1,x_2,x_3,x_4,x_5 \geq 0. \end{array}$$

Durch das folgende Simplextableau ist eine optimale Lösung des ungestörten Problems (d.h. für $\delta_1 = \delta_2 = 0$) gegeben:

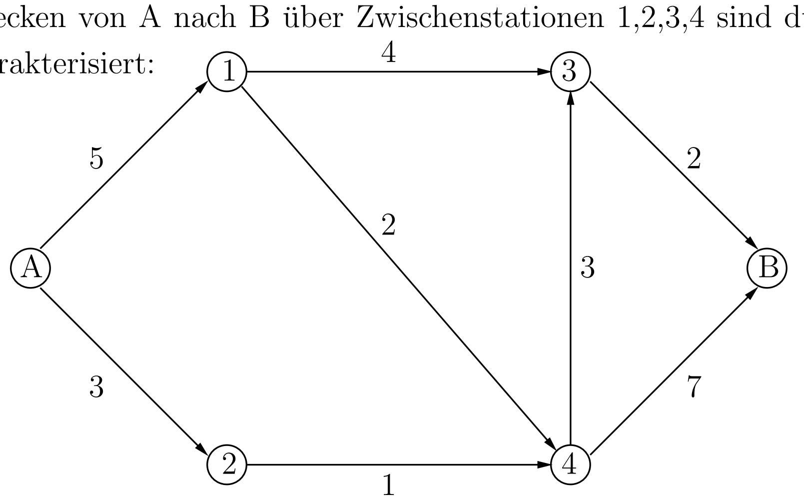
	4	2	5	
1	2	7	1	10
3	1	4	1	6
	-3	-13	-2	-16

(a) Formulieren Sie das duale Problem für $\delta_1 = \delta_2 = 0$ und bestimmen Sie eine duale Lösung, ohne das duale Problem explizit zu lösen.

(b) Berechnen Sie eine optimale Lösung des gestörten Problems, wobei die Störungen $\delta = (\delta_1, \delta_2)$ nahe genug bei $(0,0)$ liegen sollen.
Hinweise: Benutzen Sie den Ansatz $x_B(\delta) = x_B(0) + A_B^{-1}(\delta)$ und $x_N(\delta) = 0$.

(c) Skizzieren Sie die Werte von δ_1 und δ_2 aus (b), für die die Lösung, die Sie in (b) erhalten haben, optimal bleibt.

18) Ein Routenplaner steht vor dem Problem, den kürzesten Weg zwischen zwei Städten A und B zu berechnen. Dabei sei A der Startort und B der Zielort. Die möglichen Verbindungsstrecken von A nach B über Zwischenstationen 1,2,3,4 sind durch folgendes Netzwerk charakterisiert:



Die Länge des Weges zwischen zwei Stationen ist über der jeweiligen Verbindungskante eingetragen. Formulieren Sie die Aufgabe als lineares Optimierungsproblem.

19) Lösen Sie das lineare Programm

$$\text{Maximiere } x_1 + 3x_2 \text{ unter } x_1 + x_2 \leq 2,\ x_1 + 3x_2 \leq p,\ x_1, x_2 \geq 0$$

grafisch in Abhängigkeit von $p \in \mathbb{R}$ und geben Sie die Lösung(en) an. Skizzieren Sie die Maximalwertfunktion

$$w(p) := \max\{x_1 + 3x_2 \mid x_1 + x_2 \leq 2,\ x_1 + 3x_2 \leq p,\ x_1, x_2 \geq 0\}$$

für $p \in \mathbb{R}$.

20) Zeigen Sie mit Hilfe der Definitionen, dass die Zielfunktion $f(x) = c^\top x$ und der zulässige Bereich $P = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b, x \geq 0\}$ eines linearen Programms in primaler Normalform konvex ist.