

1. Übungsblatt Mathematik I

1.1 (**Hausaufgabe**) Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Es gibt einen Spielplan für die 18 Fußball Bundesliga Mannschaften, bei dem jeder gegen jeden spielt und sich für jede Mannschaft immer Heim- und Auswärtsspiel abwechseln.

1.2 (**Hausaufgabe**) Von den folgenden drei Aussagen sei genau eine richtig:

- (A) Matthias hat mehr als 1000 Bücher.
- (B) Matthias hat weniger als 1000 Bücher.
- (C) Matthias hat mindestens ein Buch.

Wieviele Bücher hat Matthias?

1.3 Axel, Björn und Christian waren im Spielcasino. Über den Erfolg ist folgendes bekannt:

- (i) Wenn Axel und Björn nicht beide Geld verloren haben, dann hat Christian kein Geld verloren.
- (ii) Hat Christian kein Geld verloren oder Björn Geld verloren, dann hat Axel kein Geld verloren.
- (iii) Mindestens einer der drei hat Geld verloren.

Formulieren Sie die Aussagen (i), (ii) und (iii) als logische Verknüpfungen der Aussagen

A:= Axel hat Geld verloren,

B:= Björn hat Geld verloren,

C:= Christian hat Geld verloren,

und finden Sie heraus, wer Geld verloren hat.

1.4 In einem Fluss gibt es genau zwei Fischarten, Leckerellen und Ekelitzen, deren erste eine ausgesprochene Delikatesse, deren zweite jedoch ungenießbar ist. Es ist bekannt, dass jeder gelbe Fisch eine Ekelitze ist, dass jede Leckerelle höchstens 500g wiegt und dass keine Ekelitze leichter als 300g ist. Welche der nachstehenden Folgerungen sind dann zulässig?

- (a) Es gibt gelbe Fische im Fluss.
- (b) Es gibt Fische in dem Fluss, die höchstens 500g wiegen.
- (c) Es gibt Fische im Fluss, die höchstens 500g wiegen und nicht gelb sind.
- (d) Alle gelben Fische im Fluss wiegen mehr als 500g.
- (e) Alle Fische im Fluss, die schwerer sind als 800g, sind ungenießbar.
- (f) Alle Fische im Fluss, die höchstens 400g wiegen, sind genießbar.
- (g) Jeder gelbe Fisch im Fluss, der höchstens 200g wiegt, ist blau.

1.5 (**Hausaufgabe**) Beweisen Sie, dass die folgenden Aussagen alle **falsch** sind:

- (a) $a^2 = b^2 \Rightarrow a = b$ für beliebige reelle Zahlen a und b ;
- (b) $\sqrt{a^2} = \sqrt{b^2} \Rightarrow a = b$ für beliebige reelle Zahlen a und b ;
- (c) $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$ für beliebige reelle Zahlen a und b mit $a > 0, b > 0$;
- (d) $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ für beliebige reelle Zahlen a und b mit $a \neq 0, b \neq 0, a + b \neq 0$.

1.6 (**Hausaufgabe**) Bestimmen Sie jeweils alle reellen Zahlen x , die die folgenden Gleichungen erfüllen:

- (a) $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+1} = 2$
- (b) $\sqrt{x-3} - \sqrt{x+1} = 2$

1.7 Bestimmen Sie jeweils alle reellen Zahlen x , die die folgenden Ungleichungen erfüllen:

- (a) $|3x - 5| \leq 7$
- (b) $|ax - b| \leq c$, mit einer reellen Zahl b und positiven reellen Zahlen a und c
- (c) $x(x-1)(x-2) > 0$

1.8 Bestimmen Sie alle reellen Zahlen x , die die folgende Gleichung erfüllen:

$$\ln(x^{-3}) - \ln(2x^{-5}) = \frac{1}{2} \ln(x^{-2}) + 1$$