

Bachelorprüfung Mathematik II

Die Klausur besteht aus 8 Aufgaben.
Es sind keinerlei weitere Hilfsmittel zugelassen.
Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg deutlich erkennbar sein.

Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{-7x^2 + 5x - 3}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{2x^2 - 8x + 6}$
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left(\frac{x-2}{x+2} \right)$

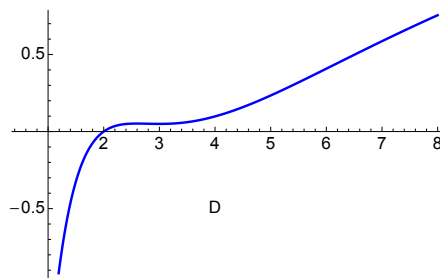
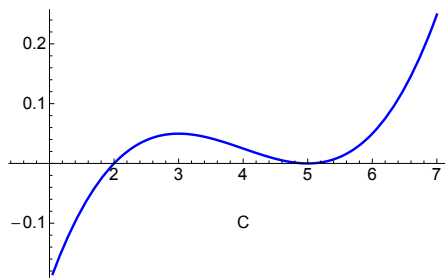
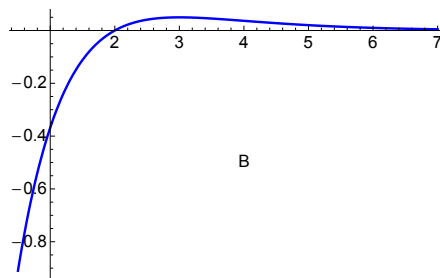
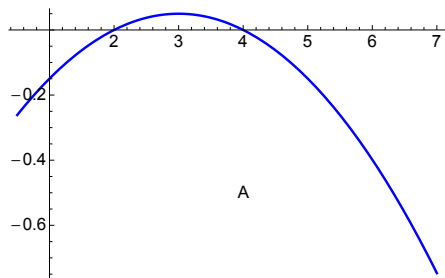
Aufgabe 2

Gegeben seien die Stützpunkte $(0, 6)$, $(-1, 15)$ und $(1, 5)$. Bestimmen Sie mit Hilfe der Newton-Interpolation ein Polynom, das durch die Stützpunkte geht.

Aufgabe 3

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto f(x) = (x - 2)e^{-x}$.

- a) Bestimmen Sie alle Nullstellen von f .
- b) Bestimmen Sie Lage und Art aller lokalen Extremalstellen von f .
- c) Bestimmen Sie alle Wendepunkte von f .
- d) Berechnen Sie $\int_2^{\infty} f(x) dx$.
- e) Entscheiden Sie, welcher der folgenden vier Graphen A bis D der Graph von f ist:



bitte wenden

Aufgabe 4

Berechnen Sie:

a) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$ b) $\int \frac{x}{x^2+3} dx$

Aufgabe 5

Geben Sie von folgenden Gleichungen alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ in Polarform (d. h. in der Form $z = re^{i\varphi}$) an.

a) $z^3 = -i$ b) $z^4 = 1$ an.

Aufgabe 6

Berechnen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2}{k!} x^k$ b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{3^k}$

Aufgabe 7

Bestimmen Sie die allgemeinen reellen Lösungen der Differentialgleichungen:

a) $y''(x) - 6y'(x) + 8y(x) = 0$

b) $y''(x) - 6y'(x) + 9y(x) = 0$

c) $y''(x) - 6y'(x) + 10y(x) = 0$

Aufgabe 8

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y''(x) - 2y'(x) + y(x) = 8 \sin(x). \quad (1)$$

Die allgemeine Lösung der entsprechenden homogenen Differentialgleichung lautet

$$y_h(x) = c_1 e^x + c_2 x e^x, \quad c_1, c_2 \in \mathbb{R},$$

und wird als bekannt vorausgesetzt.

a) Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung $y_p(x)$ der Differentialgleichung (1) mit Hilfe des Ansatzes

$$y_p(x) = a \sin(x) + b \cos(x).$$

b) Bestimmen Sie die Lösung $y(x)$ von (1) mit den Anfangswerten $y(0) = 1$ und $y'(0) = -1$.

c) Überführen Sie die Differentialgleichung (1) in ein System 1. Ordnung.