Anwendung des Induktionsprinzips

Aussage $E(n)$: $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n}{2}(n+1)$

Beweis:

Induktionsanfang

Für $n = n_0 = 1$ gilt:

$$\sum_{k=1}^{n_0} k = \sum_{k=1}^{1} k = 1 = \frac{1}{2}(1+1)$$
$$= \frac{n_0}{2}(n_0+1) \checkmark$$

$\Rightarrow$ $E(n_0) = E(1)$ ist richtig.

Induktionsschluss:

Induktionsannahme:

Es gelte $E(n)$, d.h. $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n}{2}(n+1)$

Zu zeigen: Es gilt dann auch $E(n+1)$

$$\sum_{k=1}^{n+1} k = (n+1) + \sum_{k=1}^{n} k$$
$$\underset{I.A.}{=} (n+1) + \frac{n}{2}(n+1)$$
$$= (n+1)\left(1 + \frac{n}{2}\right)$$
$$= (n+1) \cdot \frac{n+2}{2}$$
$$= \frac{n+1}{2}(n+2)$$

$\Rightarrow E(n+1)$ $\boxtimes$