Universität der Bundeswehr München

Fakultät für Humanwissenschaften
Sozialwissenschaftliche Methodenlehre
Prof. Dr. Daniel Lois

Mehrebenenanalyse mit SPSS: Grundlagen und Erweiterungen

Stand: April 2015 (V2.0)

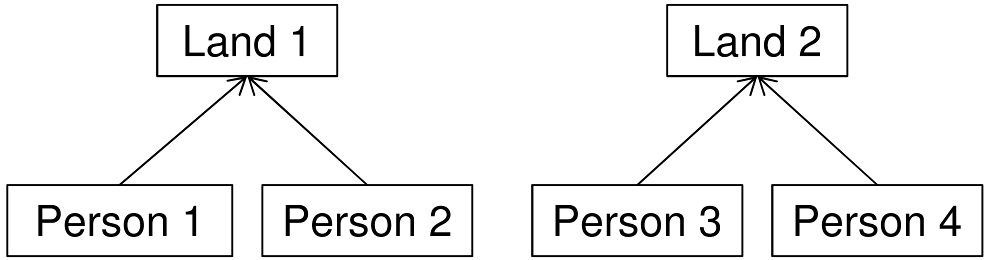
Inhaltsverzeichnis

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

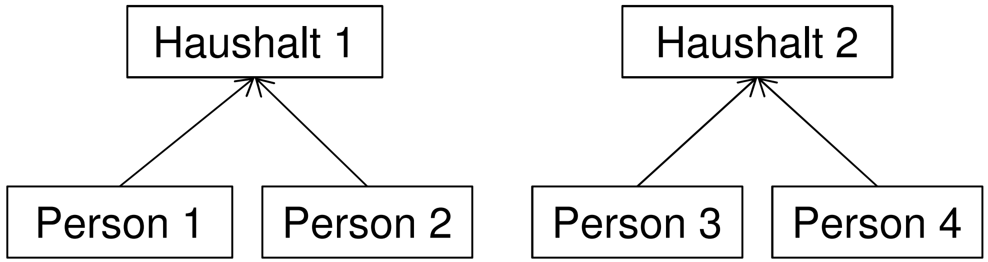
- Eine Mehrebenenstruktur liegt vor, wenn Daten einer Analyseebene hierarchisch in einer zweiten geschachtelt sind
- Die nächste Folie zeigt hierzu drei Beispiele: Personen (Ebene 1) sind der übergeordneten Ebene „Land“ oder „Haushalt“ zugeordnet
- Auch Längsschnitt- bzw. Paneldaten lassen sich als Mehrebenendaten auffassen; hier entspricht Ebene 1 den Messzeitpunkten und die übergeordnete Ebene 2 sind Personen, bei denen eine Variable mehrfach gemessen wird
- Auch komplexere Hierarchien mit 3 oder mehr Ebenen sind denkbar (siehe Beispiel 4)

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

Beispiel 1: Personen (Ebene 1) gruppieren sich in Ländern (Ebene 2)

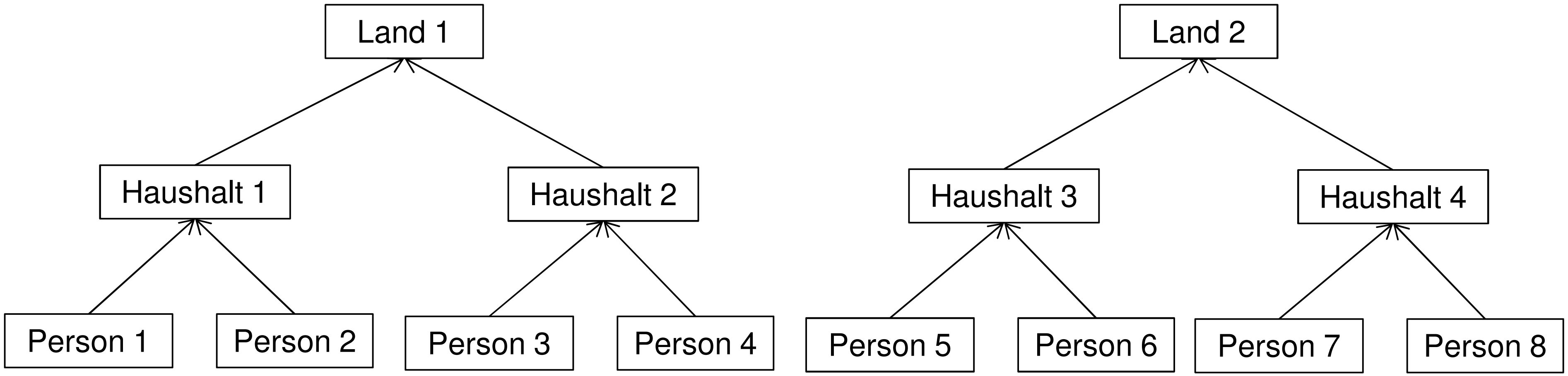


Beispiel 2: Personen (Ebene 1) gruppieren sich in Haushalten (Ebene 2)



Beispiel 3: Messzeitpunkte (Ebene 1) gruppieren sich in Personen (Ebene 2)

Mehrebenenanalyse: Grundlagen



Beispiel 4: Personen (Ebene 1) gruppieren sich in Haushalte (Ebene 2), Haushalte gruppieren sich in Länder (Ebene 3)

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Wenn hierarchische Daten vorliegen, sind die einzelnen Beobachtungen auf Ebene 1 (z.B. Personenebene) nicht unabhängig voneinander, was bei der Datenanalyse zu berücksichtigen ist
- Geschieht dies nicht, können Schätzungen von Zusammenhängen, Varianzen und Signifikanzniveaus verfälscht werden
- Das folgende Skript beschäftigt sich einführend mit Verfahren zur Analyse von Mehrebenendaten im Programm SPSS
- Die einführende Darstellung beschränkt sich auf 2 Ebenen, eine metrische abhängige Variable und Querschnittdaten
- Anschließend werden Erweiterungen (Paneldaten und Trenddaten) behandelt

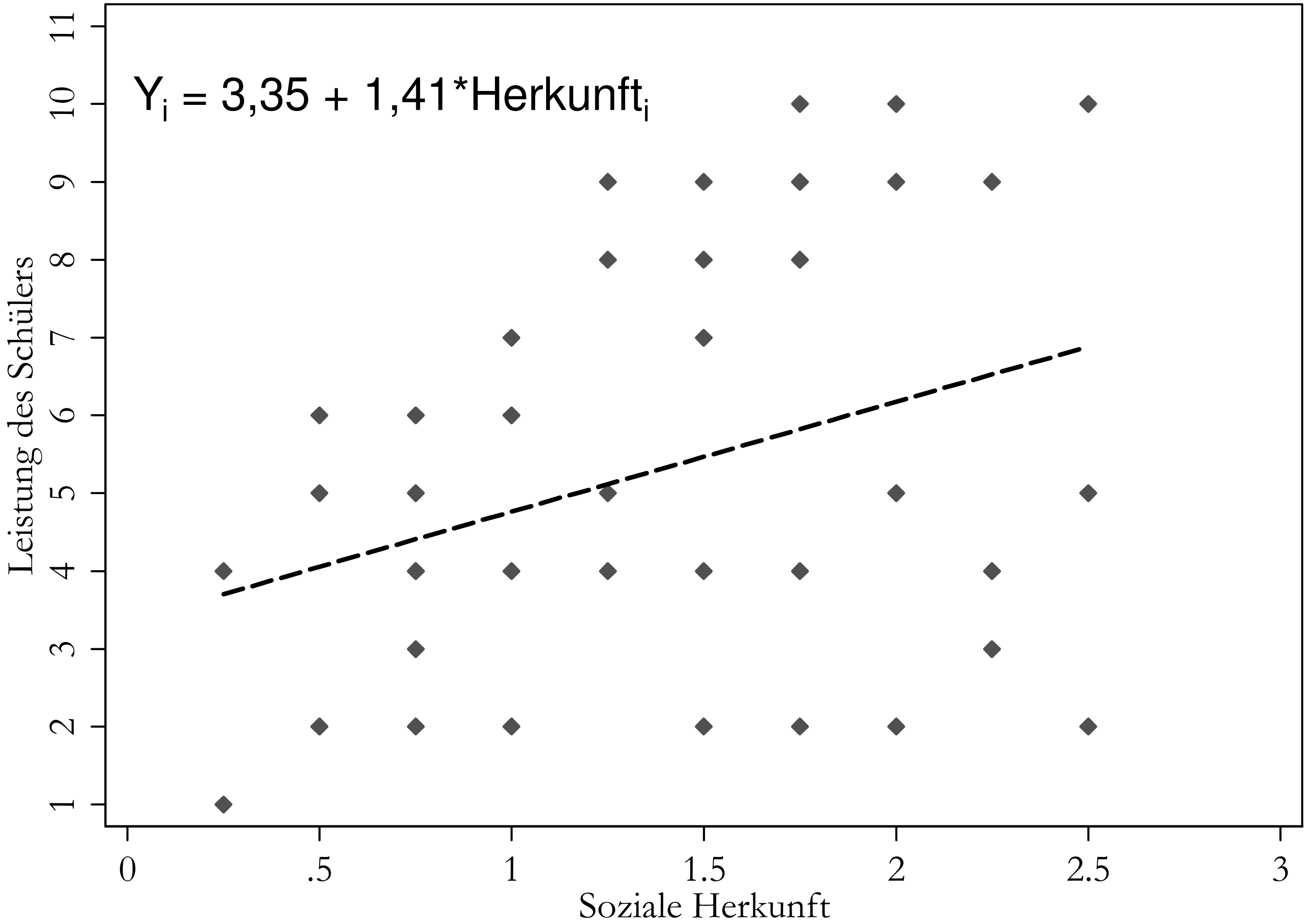
Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Mehrebenenanalysen sind vor allem zum Zweck der Analyse von Individuen in Gruppen entwickelt worden
- Da z.B. Schüler in Schulklassen geschachtelt sind, muss die Leistung eines Schülers als Funktion von Einflüssen auf individueller Ebene (etwa kognitive Fähigkeiten) und auf Klassenebene (z.B. Erfahrung des jeweiligen Lehrers) analysiert werden
- Merkmale auf Klassenebene sind für alle Schüler einer Klasse gleich, können sich aber zwischen Schulklassen unterscheiden
- Daneben kann von Interesse sein, ob die Beziehungen zwischen Variablen auf der Individualebene auf Gruppenebene variieren und ob diese Variabilität durch Gruppenmerkmale erklärt werden kann

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Ein Beispiel: Es geht um den Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft (Index aus Bildung und Berufsposition der Eltern) und Schulleistung für einen Datensatz mit 40 Personen aus zwei Schulklassen (in Anlehnung an Ditton 1998: 22ff)
- Auf der folgenden Folie ist der positive Zusammenhang der beiden Variablen dargestellt; berechnet wurde eine einfache lineare Regression
- Die Schülerleistung (für i = 1,2,…, n Schülerinnen und Schüler) bei Herkunft = 0 (b_0) beträgt 3,35 und die Steigung der Geraden ist positiv (b_1 = 1,41)
- Das einfache Regressionsmodell trifft die Wirklichkeit jedoch nicht bzw. führt zu falschen Schlussfolgerungen

Mehrebenenanalyse: Grundlagen



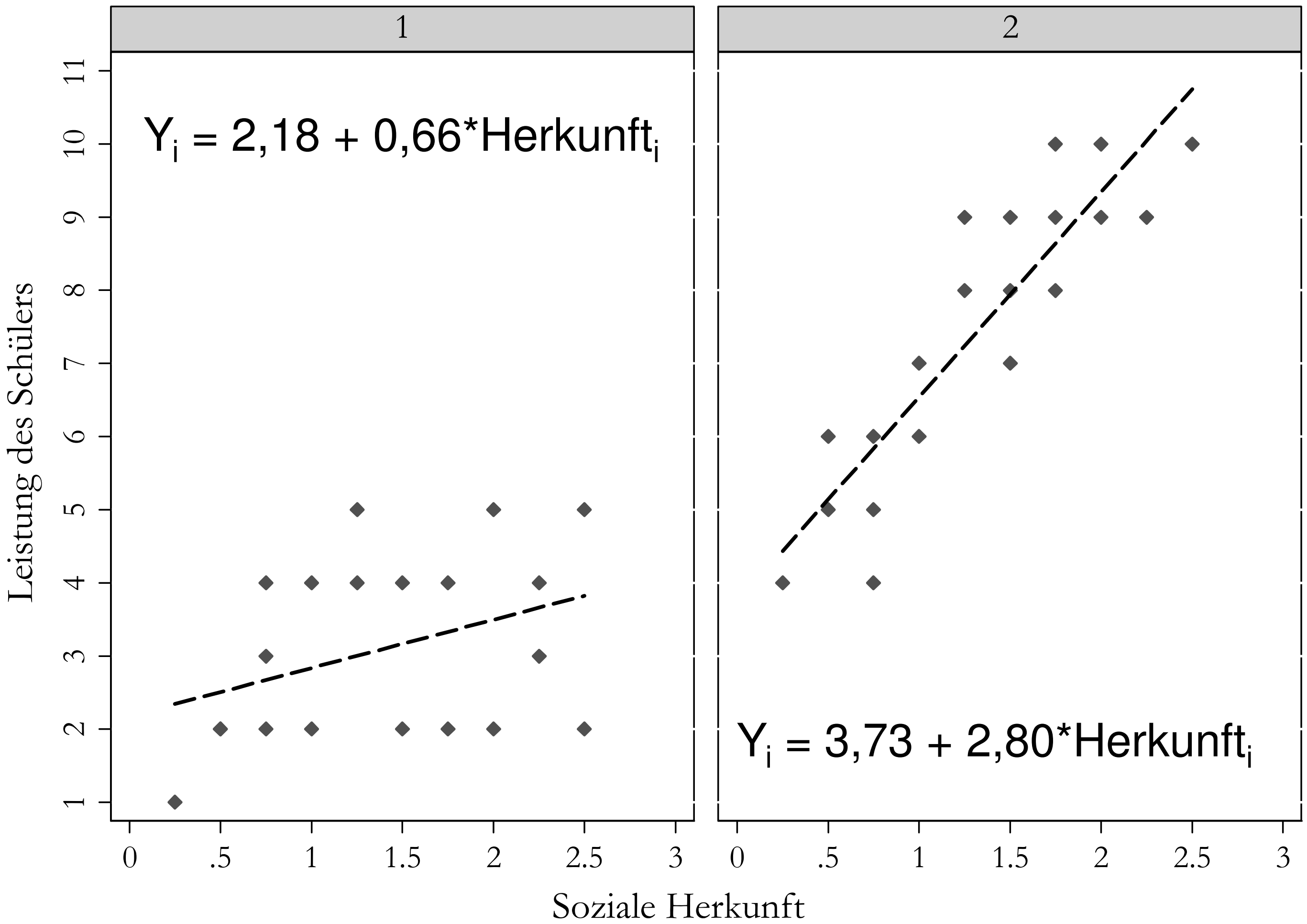
Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Es bleibt offen, ob bedeutsame Unterschiede zwischen den Schulklassen bestehen, wobei es hier mehrere Möglichkeiten gibt:
  - Zum einen kann das Leistungsniveau in den beiden Klassen unterschiedlich sein (ablesbar an den intercepts, b_0)
  - Zum anderen kann auch der Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft und Leistung in der einen Klasse stärker oder schwächer sein als in der anderen (ablesbar an den Koeffizienten b_1)
- Zu beiden Fragestellungen bietet die zuvor durchgeführte Analyse mittels einer einzigen linearen Regression keine Informationen, klassenspezifische Unterschiede bleiben verdeckt

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Auf der nächsten Folie wird daher eine getrennte Analyse des Zusammenhangs zwischen Herkunft und Leistung nach Schulklasse durchgeführt
- Es werden zwei gravierende Unterschiede deutlich:
  - Es ist zu erkennen, dass die Schülerinnen und Schüler aus der zweiten Schulklasse deutlich höhere Schulleistungen erzielen (der intercept in Klasse 2 beträgt 3,73 gegenüber 2,18 in Klasse 1)
  - Der Zusammenhang zwischen sozialer Herkunft und Schulleistung ist in Klasse 2 viel stärker (b_1 = 2,80) als in Klasse 1 (b_1 = 0,66)
- Eine einfache Methode, um die Unterschiede zwischen den Klassen aufzuzeigen, ist folglich die Berechnung von zwei getrennten Regressionen

Mehrebenenanalyse: Grundlagen



Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Der Unterschied zwischen den Schulklassen äußert sich dann a) in den unterschiedlichen Regressionskonstanten (Intercepts) und b) in den unterschiedlichen Regressionsgewichten (Slopes)
- Diese Vorgehensweise wird bei steigender Zahl von Level 2-Einheiten unpraktikabel (Verfahren zur Mehrebenenanalyse lösen dies eleganter), sie soll hier aus didaktischen Gründen jedoch vorläufig genügen
- Wenn also Unterschiede zwischen den Klassen im Hinblick auf die Konstanten und die Regressionsgewichte bestehen stellt sich die Frage: wie können diese Unterschiede erklärt werden?
- Denkbar wäre, dass die Leistungsunterschiede zwischen den Klassen durch unterschiedliche kognitive Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler, also durch einen individuellen Faktor, erklärbar sind

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Über solche Erklärungen auf der Individualebene hinaus könnten aber auch Merkmale der Schulklassen selbst (z.B. Lehrerinnen und Lehrer), des Unterrichts oder der Zusammensetzung der Schulklasse, für die Unterschiede zwischen den Klassen verantwortlich sein
- Der unterschiedlich starke Effekt der sozialen Herkunft in den Schulklassen könnte z.B. auf ein unterschiedliches Ausmaß der Diskriminierung nach Status durch die jeweiligen Lehrkräfte zurückführbar sein
- Damit entsteht eine Fragestellung, die eine Mehrebenenanalyse erfordert: Gibt es über den Effekt individueller Faktoren hinaus Bedingungen und Prozesse in den Schulklassen, die zu Unterschieden im Leistungsniveau oder zu einer größeren Selektivität beitragen?

Mehrebenenanalyse: Grundlagen

- Das einfache Beispiel hat verdeutlicht: Analysen für hierarchisch strukturierte Daten, welche die Mehrebenenstruktur der Daten ignorieren, sind unbefriedigend und können irreführend sein
- Zumindest müssen bei dieser Datenstruktur die folgenden beiden Fragen gestellt werden:
  - Gibt es Differenzen in den Mittelwerten der Level 2-Einheiten (Regressionskonstanten)?
  - Gibt es Differenzen in den Beziehungen zwischen den Variablen innerhalb der Level 2-Einheiten (Regressionssteigungen)?
- Verfahren zur Mehrebenenanalyse können diese Fragen beantworten; ihr Grundprinzip ist, dass Phänomene auf unterschiedlichen Analyseebenen (Individual- und Aggregatebene) gleichzeitig untersucht werden

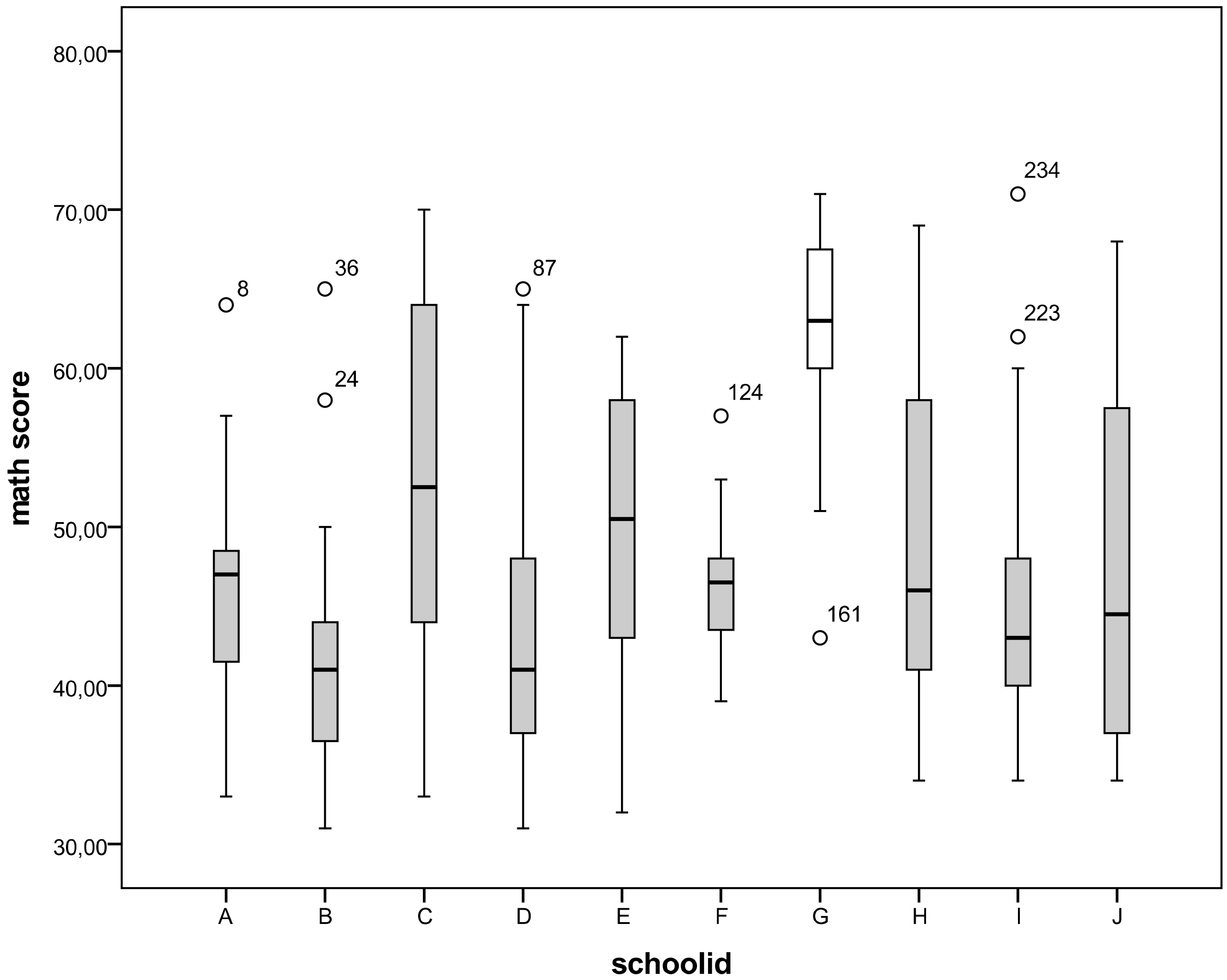
Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Daten mit Mehrebenenstrukturen wurden lange Zeit mit (aus heutiger Sicht) suboptimalen Verfahren analysiert
- Der folgende Exkurs stellt Methoden der konventionellen Regressions- bzw. Varianzanalyse und ihre Restriktionen dar
- Datengrundlage: „National Longitudinal Study (1988)“, landesweite Studie zur Mathematikleistung von Schülern der 8. Klasse in den USA, Teildatensatz mit 260 Schülern aus 10 Schulen
- Zwei Fragestellungen: Hängt die Mathematikleistung der Schüler von a) der für Hausaufgaben verwendeten Zeit (individueller Erklärungsfaktor) und b) dem Schultyp (öffentlich vs. privat, Kontextfaktor) ab?

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Erster Analyseschritt zur Bedeutung des Schultyps: Grafische Betrachtung der Verteilung des Mathematikleistung nach Schultypen mit Hilfe eines Boxplot (siehe nächste Folie)
- Schule G (weiße Box) ist eine Privatschule, alle anderen Schulen sind öffentliche Schulen
- Drei wesentliche Ergebnisse:
  - Die Schulleistung variiert deutlich zwischen den Schulen (Hinweis auf mögliche Effekte des Schulkontextes)
  - Innerhalb der Schulen gibt es teils erhebliche Varianz bei der Mathematikleistung (Hinweis auf individuelle, kontextunabhängige Faktoren)
  - Sonderstellung der Privatschule (G) durch höchstes Leistungsniveau

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA



Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Wie lässt sich mit konventionellen Methoden numerisch bestimmen, wie stark der Kontexteffekt ist, wie viel Varianz in der Schulleistung also durch Unterschiede zwischen Schulen aufgeklärt wird?
  - Regressionsmodell mit der abhängigen Variablen Schulleistung und der unabhängigen Schule, die über 9 Schul-Dummy-Variablen operationalisiert wird (Referenz: Privatschule, Schule G); Bestimmung von R^2
  - Einfaktorielle Varianzanalyse zum Vergleich der Mittelwerte der Mathematikleistung in Abhängigkeit des Faktors „Schule“; Bestimmung von Eta^2
  - Gleiches Ergebnis: $R^2 = Eta^2 = 0{,}437$; etwa 44% in der Varianz der Mathematikleistung gehen auf Unterschiede zwischen Schulen zurück

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten: Regressionskoeffizient B	Nicht standardisierte Koeffizienten: Standardfehler	Standardisierte Koeffizienten: Beta	T	Sig.
1	(Konstante)	62,821	1,039		60,456	,000
	dschoola	-17,082	2,056	-,436	-8,310	,000
	dschoolb	-20,671	2,167	-,496	-9,538	,000
	dschoolc	-9,571	2,023	-,249	-4,730	,000
	dschoold	-19,275	2,090	-,483	-9,223	,000
	dschoole	-12,957	2,090	-,324	-6,200	,000
	dschoolf	-16,421	2,167	-,394	-7,577	,000
	dschoolh	-13,154	2,127	-,322	-6,184	,000
	dschooli	-16,488	2,127	-,404	-7,751	,000
	dschoolj	-14,971	2,167	-,359	-6,908	,000

a. Abhängige Variable: math score

$R^2 = 0.437$

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

Bericht

math score

schoolid	Mittelwert	N	Standardabweichung
7472	45,7391	23	7,53306
7829	42,1500	20	8,31786
7930	53,2500	24	11,52408
24725	43,5455	22	10,00822
25456	49,8636	22	8,44193
25642	46,4000	20	4,32131
62821	62,8209	67	5,67537
68448	49,6667	21	10,33602
68493	46,3333	21	9,55161
72292	47,8500	20	11,30102
Insgesamt	51,3000	260	11,13563

ANOVA-Tabelle

			Quadratsumme	df	Mittel der Quadrate	F	Signifikanz
math score * schoolid	Zwischen den Gruppen	(Kombiniert)	14030,536	9	1558,948	21,549	,000
	Innerhalb der Gruppen		18086,064	250	72,344		
	Insgesamt		32116,600	259			

Zusammenhangsmaße

	Eta	Eta-Quadrat
math score * schoolid	,661	,437

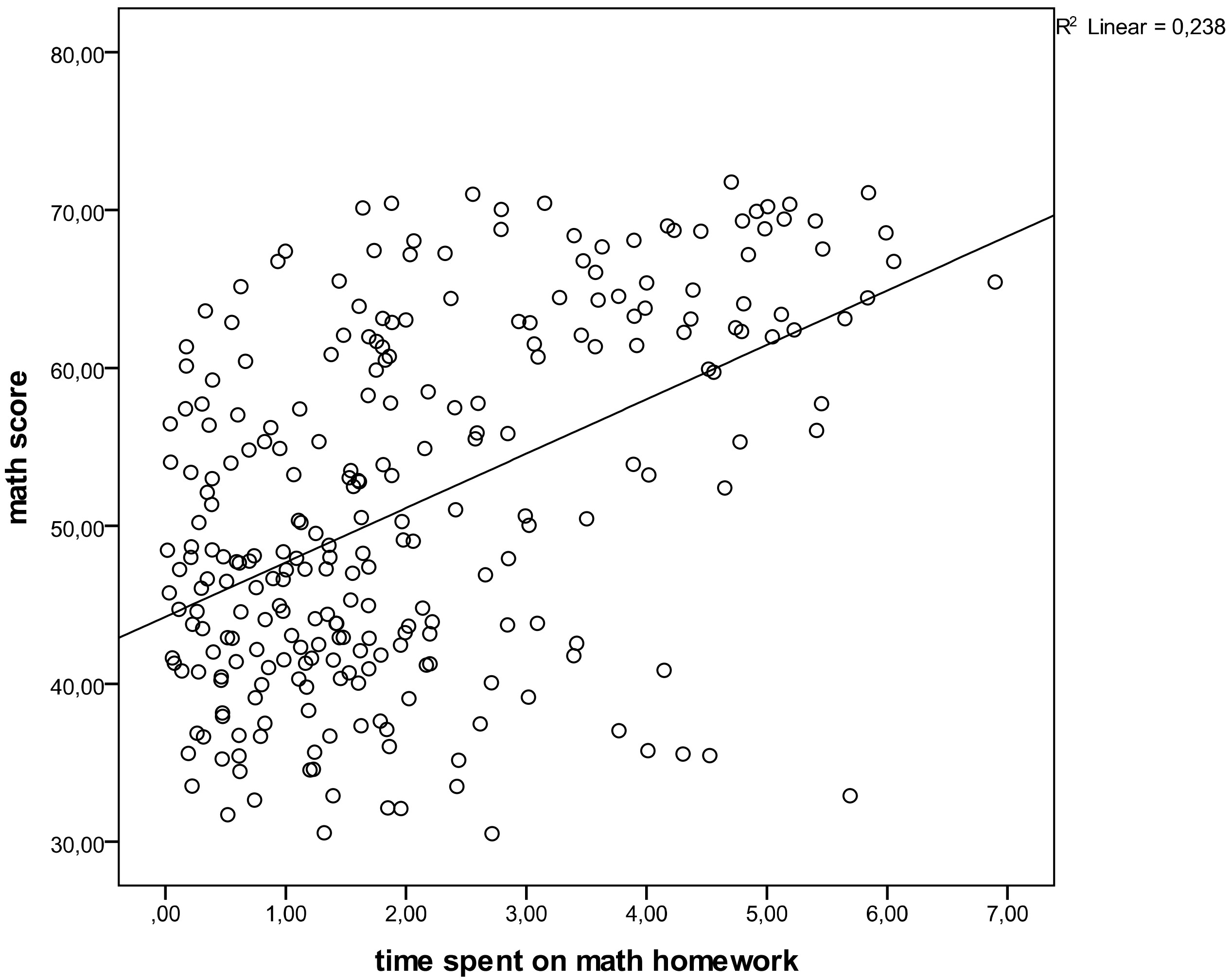
Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Problem dieser konventionellen Analyse:
  - Klassische Regression/ANOVA setzen voraus, dass die einzelnen Schülerinnen und Schüler im statistischen Sinne unabhängig voneinander sind (technisch: die Residuen dürfen nicht seriell korreliert sein)
  - Diese Voraussetzung ist wegen der hierarchischen Datenstruktur (Schüler(innen) auf Ebene 1, Schulen auf Ebene 2) nicht erfüllt: es gibt Gruppen von Schülerinnen und Schülern im Datensatz, welche die gleiche Schule besuchen und sich daher überzufällig ähnlich sind (Klumpeneffekt)
  - Folge: Sämtliche Signifikanztests (F-Test und t-Tests) sind verzerrt, d.h. zu liberal und daher nicht interpretierbar

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Auch der Effekt des individuellen Merkmals „Zeit, die ein(e) Schüler(in) wöchentlich mit Mathematikhausaufgaben verbracht hat“ auf die Mathematikleistung lässt sich konventionell bestimmen:
  - Zur grafischen Betrachtung: Streudiagramm mit Jitter und linearer Anpassungslinie
  - Numerisch: Regressionsmodell mit der abhängigen Variablen Matheleistung und der unabhängigen „time spent on math homework“
  - Starker positiver Effekt der Hausaufgaben (Beta = 0,50, R^2 = 0,247)
  - Problem: Signifikanztests erneut nicht interpretierbar, da hierarchische Datenstruktur ignoriert wurde

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA



Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	T	Sig.
		RegressionskoeffizientB	Standardfehler	Beta		
1	(Konstante)	44,074	,989		44,580	,000
	time spent on math homework	3,572	,388	,497	9,200	,000

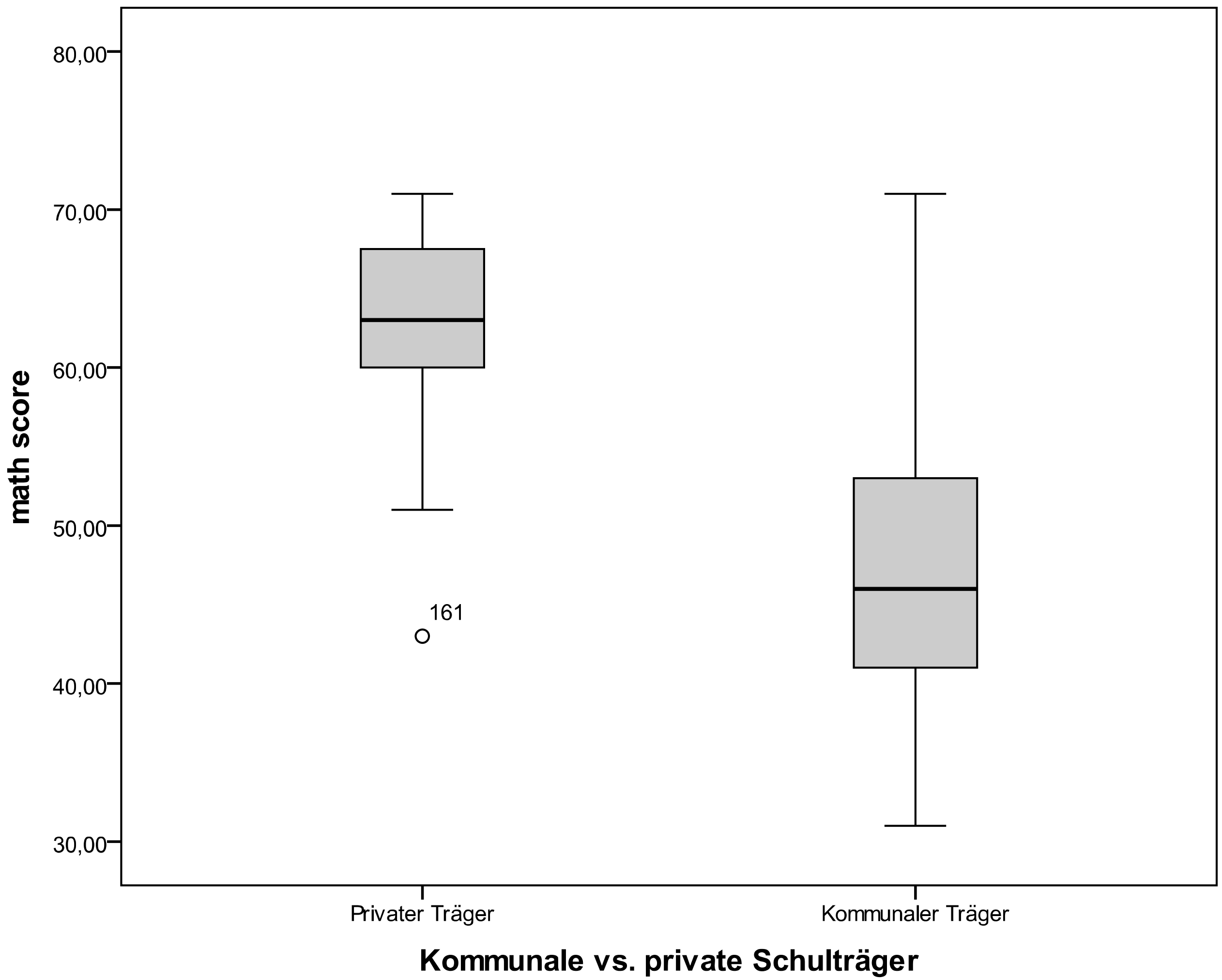
a. Abhängige Variable: math score

$R^2 = 0{,}247$

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Wir wissen bereits, dass etwa 44% der Varianz in der Mathematikleistung auf Unterschiede zwischen den Schulen zurückgehen
- Wodurch sind diese Unterschiede zwischen den Schulen aber erklärbar, worin äußert sich der Kontexteffekt?
- Hypothese: Es kommt darauf an, ob es sich um eine private oder öffentliche Schule handelt
- Überprüfung der Hypothese mit konventionellen Mitteln:
  - Grafisch: Box-Plot der Verteilung der individuellen Matheleistung nach Schulträger
  - Aufnahme einer dichotomen Variablen „public“ (1 = öffentliche Schule, 0 = private Schule) in ein lineares Regressionsmodell

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA



Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten: Regressionskoeffizient B	Nicht standardisierte Koeffizienten: Standardfehler	Standardisierte Koeffizienten: Beta	T	Sig.
1	(Konstante)	56,607	1,648		34,349	,000
	time spent on math homework	1,884	,389	,262	4,846	,000
	public	-12,283	1,375	-,483	-8,936	,000

a. Abhängige Variable: math score

$R^2 = 0{,}426$

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Probleme dieser konventionellen Analyse:
  - Signifikanztests wegen Ignorierung der hierarchischen Datenstruktur nicht interpretierbar (siehe oben)
  - Implizite Annahme, dass der Übungseffekt der Hausaufgaben für alle Schülerinnen und Schülern an allen Schulen gleich stark ist
  - Implizite Annahme, dass es innerhalb der Gruppe der öffentlichen Schulen (die im Gegensatz zur einzigen privaten Schule aus einer Gruppe von 9 Schulen bestehen) keine bedeutsamen Niveauunterschiede gibt
  - Beide Annahmen erweisen sich als unangemessen, wenn man den Effekt der Hausaufgaben getrennt nach Schulen berechnet (nächste Folie)

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

	Intercept (β_0)	Slope (β_1)	R^2 in %
Schule A	50,7	-3,6	27,8
Schule B	49,0	-2,9	21,1
Schule C	38,8	+7,9	60,1
Schule D	34,4	+5,6	70,0
Schule E	53,9	-4,7	18,7
Schule F	29,3	-2,5	21,9
Schule G	59,2	+1,1	11,0
Schule H	36,1	+6,5	51,0
Schule I	38,5	+5,9	31,4
Schule J	37,7	+6,3	64,2
Alle Schulen	44,1	+3,6	24,7

10 Regressionen nach Schulen getrennt; AV: Matheleistung, UV: Zeit für Hausaufgaben

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Ideen zur Erweiterung der konventionellen Analyse:
  - Um erstens Niveauunterschiede in der Gruppe der öffentlichen Schulen zu modellieren, nehmen wir anstatt des Dummys „puplic“ wieder die schulspezifischen Dummy-Variablen in die Regression auf
  - Um zweitens unterschiedliche Hausaufgabeneffekte je nach Schule zu modellieren, nehmen wir Interaktionseffekte zwischen der Zeit für Hausaufgaben und den Schul-Dummys auf
  - Es ergibt sich das folgende Regressionsmodell
  - Das Streudiagramm zeigt die durch dieses Modell vorhergesagten, nach Schule variierenden Hausaufgaben-Effekte

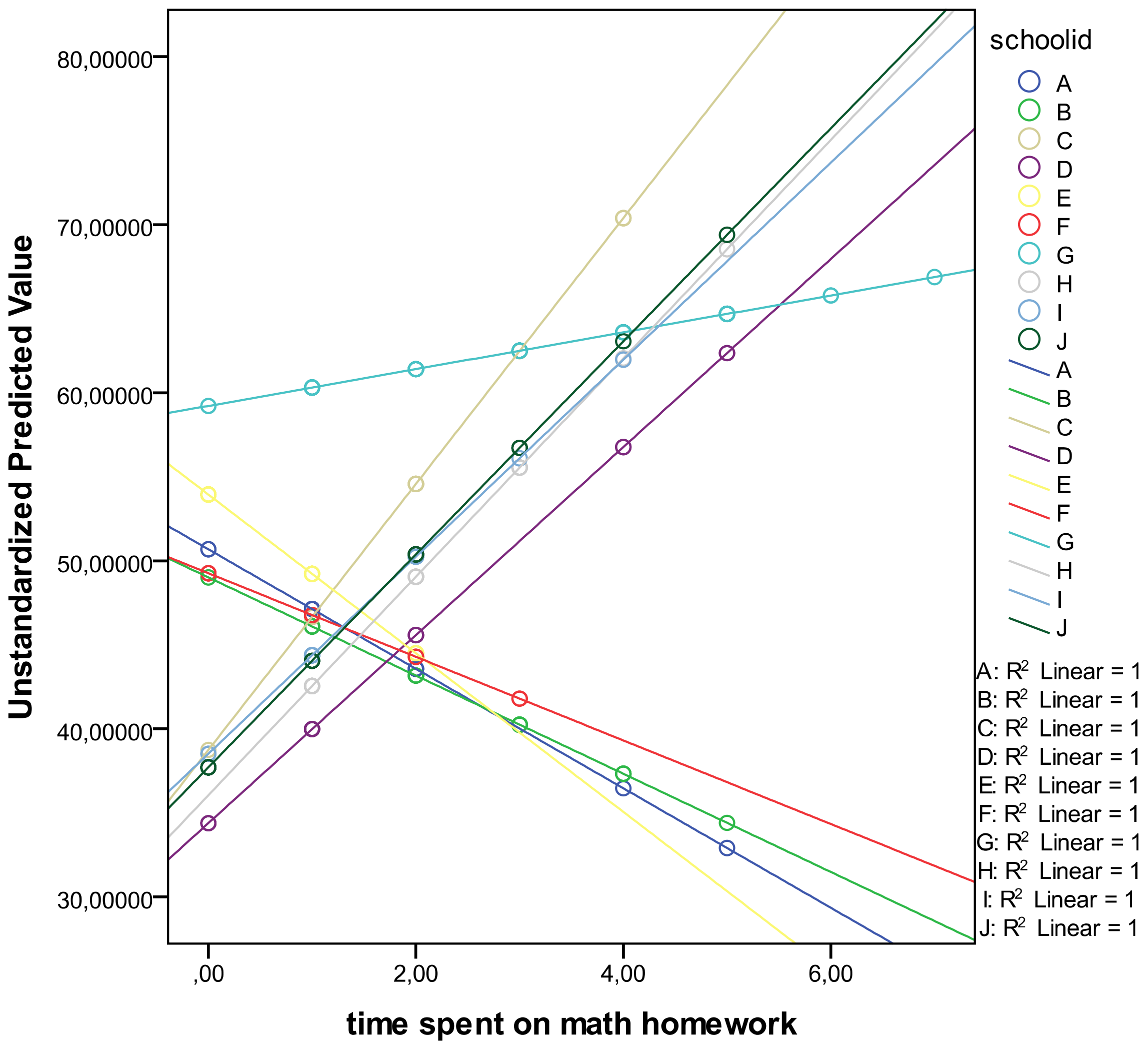
Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten		
		Regressionskoeffizient B	Standardfehler	Beta	T	Sig.
1	(Konstante)	59,210	1,742		33,988	,000
	time spent on math homework	1,095	,469	,152	2,335	,020
	dschoola	-8,527	2,819	-,218	-3,025	,003
	dschoolb	-10,198	3,536	-,245	-2,884	,004
	dschoolc	-20,460	3,125	-,533	-6,546	,000
	dschoold	-24,816	2,728	-,621	-9,096	,000
	dschoole	-5,272	2,747	-,132	-1,919	,056
	dschoolf	-9,951	3,119	-,239	-3,190	,002
	dschoolh	-23,155	3,524	-,568	-6,571	,000
	dschooli	-20,690	3,112	-,507	-6,649	,000
	dschoolj	-21,496	2,834	-,515	-7,585	,000
	ischav5	-4,648	1,337	-,214	-3,476	,001
	ischbv5	-4,015	1,242	-,260	-3,231	,001
	ischcv5	6,814	1,300	,385	5,244	,000
	ischdv5	4,498	1,065	,252	4,222	,000
	ischev5	-5,813	1,908	-,170	-3,046	,003
	ischfv5	-3,581	1,911	-,121	-1,873	,062
	ischhv5	5,402	1,375	,317	3,930	,000
	ischiv5	4,765	1,675	,190	2,845	,005
	ischjv5	5,240	1,153	,271	4,543	,000

$R^2 = 0,652$

Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA



Exkurs: Von der klassischen Analyse zur MEA

- Verbleibende Probleme dieses erweiterten Modells:
  - Die Signifikanztests sind nach wie vor verzerrt (siehe oben)
  - Durch die Berücksichtigung der Schul-Dummys (sog. fixed effects) ist die gesamte schulspezifische Varianz erklärt
  - Daher ist es nicht mehr möglich, schulspezifische Variablen (z.B. den Typ der Schule, öffentlich versus privat) in das Modell aufzunehmen und damit die Art der schulspezifischen Varianz näher zu untersuchen
  - (Aber: Da wir im Exkurs (aus didaktischen Gründen) mit einem kleinen Datensatz mit nur 10 Schulen arbeiten und die MEA mit Zufallskoeffizienten mind. 30 Kontexteinheiten voraussetzt (s.u.), wäre das dargestellte Regressionsmodell bei Korrektur der Standardfehler (z.B. cluster-Option in STATA) hier methodisch korrekt)

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Behandelt werden im Folgenden Mehrebenenmodelle mit Zufallskoeffizienten (**multilevel random coefficient modeling**, MRCM)
- Diese Verfahren kann man sich konzeptuell als eine Reihe geschachtelter Regressionsanalysen vorstellen, in denen die Koeffizienten einer Analyseebene zur abhängigen Variablen auf der nächsten Analyseebene werden
- Deshalb wird oft auch von **„hierarchischen linearen Modellen“** (HLM) gesprochen
- Im Folgenden werden diese Modelle im Rahmen der „systems of equations“-Notation durch separate Gleichungen für jede Analyseebene beschrieben

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Beispieldaten: „National Longitudinal Study (1988)“, landesweite Studie zur Mathematikleistung von Schülern der 8. Klasse in den USA (nels88.dta)
- 21.580 Schüler(innen) in 1.003 Schulen (durchschnittlich 21,5 Schüler(innen) pro Schule)
- Abhängige Variable: Mathematikleistungstest (MW = 51,0, SD = 10,2)
- Unabhängige Variablen:
  - Level 1 (Schüler(in)): Sozioökonomischer Status der Eltern als Mittelwert von drei z-standardisierten Komponenten (Bildungsniveaus Mutter und Vater sowie Familieneinkommen)
  - Level 2 (Schulen): Anteil der Minoritätenschüler an der Schülerschaft einer Schule

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- In einem ersten Schritt ist mit Hilfe eines sog. **Nullmodells** ohne erklärende Variablen zu überprüfen, ob die Anwendung eines Mehrebenenmodells notwendig und angemessen ist
- Neben verschiedenen grafischen Analysemöglichkeiten (siehe z.B. Luke 2004: 17ff), die sich vor allem bei einer überschaubaren Anzahl von Level 2-Einheiten anbieten, besteht ein formeller Test in der Berechnung des sog. **Intraklassenkorrelationskoeffizienten** (ICC, symbolisiert mit ρ, „rho“)
- Dieser gibt den Anteil der Level 2-Varianz an der Gesamtvarianz in der abhängigen Variablen wieder (σ_{u0} = Level 2-Varianz, σ_r = Level 1-Varianz):

$$\rho = \frac{\sigma_{u0}^2}{(\sigma_{u0}^2 + \sigma_r^2)}$$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Wie das Nullmodell formal definiert ist, zeigt die nächste Folie
- Y_{ij} ist die Mathematikleistung von Schüler(in) i in Schule j
- Der einzige feste („fixed“) Effekt ist der Gesamtmittelwert („grand mean“) der Matheleistung über alle Schüler(innen) und alle Schulen (γ_{00})
- Der Fehlerterm wird in zwei Komponenten aufgeteilt:
  - Die Varianz zwischen Schulen (u_{oj}), d.h. Abweichungen des jeweiligen Schulmittelwertes vom Gesamtmittelwert und
  - Die Varianz zwischen Schülerinnen und Schülern innerhalb von Schulen (r_{ij}), d.h. die Abweichungen des jeweiligen individuellen Wertes vom Schulmittelwert
- u_{oj} und r_{ij} sind „random effects“

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen
Unkonditioniert („Nullmodell“)	1	Level 1: $Y_{ij} = \beta_{oj} + r_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$ i = 1,2…, n Level-1-Einheiten (hier: Schüler) j = 1,2,…, m Level-2-Einheiten (hier: Schulen)

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Die nächste Folie zeigt die Ergebnisse des Nullmodells für das Beispiel
- Geschätzt wird hier nur ein fester Effekt, der Gesamtmittelwert der Matheleistung über alle Schüler(innen) und Schulen (50,8); dieser Wert entspricht γ_{00} in der Formel zu Modell Nr. 1
- Die Varianz der Level 1-Residuen, d.h. die Abweichungen der Schüler vom Schulmittelwert (r_{ij}), entspricht dem Wert 76,6 („Residuum“)
- Die Varianz des Random Intercept (u_{0j}), d.h. die Abweichungen der Schulmittelwerte vom Gesamtmittelwert (v1 ist die Schul-ID), entspricht dem Wert 26,6 („Konstanter Term“)

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Schätzungen fester Parameter [a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	50,802711	,174808	997,783	290,620	,000	50,459678	51,145745

a. Abhängige Variable: math score.

Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		76,616215	,755195	101,452	,000	75,150267	78,110760
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	26,557216	1,363607	19,476	,000	24,014677	29,368945

a. Abhängige Variable: math score.

Berechnung des ICC: 26,56 / (76,62 + 26,56) = 0,258

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Die Intraklassenkorrelation wird wie folgt berechnet: 26,56 / (76,62 + 25,56) = 0,257
- 26% der Varianz in der Mathematikleistung gehen folglich auf Unterschiede zwischen den Schulen zurück und 74% entsprechend auf Unterschiede innerhalb von Schulen bzw. zwischen Schülerinnen und Schülern
- Das Mehrebenenmodell ist angemessen und notwendig, wenn die Varianz des Random Intercept statistisch signifikant ist
- Da ein Wald-Z-Wert von 19,5 (26,56 / 1,36 = 19,5) hochsignifikant ist (p < 0,000), können wir die Nullhypothese, dass keine signifikanten Niveauunterschiede der Mathematikleistung zwischen Schulen bestehen, ablehnen

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Die nächste Modellklasse wird unter dem Begriff **„Random Intercept“** zusammengefasst
- Annahme: Es gibt zwar Unterschiede im Y-Mittelwert zwischen den Level 2-Einheiten (variierende Intercepts), der Effekt einer oder mehrerer Level 1-Variablen unterscheidet sich jedoch in Richtung und Stärke nicht zwischen den Level 2-Einheiten
- In Modell Nr. 2 (nächste Folie) ist eine Individualvariable X_{ij} als Prädiktor enthalten, während die Level 2-Modellierung nach wie vor dem Nullmodell entspricht
- Dieses Modell ähnelt einer einfachen OLS-Regression, das Subscript j (bei β_0 und β_1) zeigt allerdings, dass je ein Level 1-Modell pro Level 2-Einheit geschätzt wird

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen
Random Intercept Modell mit Prädiktor auf Level 1	2	Level 1: $Y_{ij} = \beta_{oj} + \beta_{1j} X_{ij} + r_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10}$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Die nächste Folie zeigt ein empirisches Beispiel mit dem Level 1-Prädiktor „ses" (sozioökonomischer Status der Eltern)
- Pro Anstieg der ses-Skala um eine Standardabweichung erhöht sich die Mathematikleistung um β_{1j} = 4,84 Einheiten
- Wie in einer konventionellen Regression wird dabei implizit angenommen, dass der ses-Effekt nicht zwischen den Level 2-Einheiten (Schulen) variiert (das Modell ist dafür „blind")
- u_{0j} (10,98) und r_{ij} (69,97) bilden nun den Teil der Varianz zwischen Schulen bzw. zwischen Schülerinnen und Schülern ab, der nicht durch den sozioökonomischen Status der Eltern erklärt wird

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Schätzungen fester Parameter [a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Konstanter Term	51,081004	,120680	907,421	423,278	,000	50,844161	51,317848
ses	4,839825	,087652	17944,123	55,216	,000	4,668019	5,011631

a. Abhängige Variable: math score.

Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Residuum		69,974958	,691158	101,243	,000	68,633342	71,342800
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	10,975243	,677332	16,204	,000	9,724843	12,386417

a. Abhängige Variable: math score.

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Im nächsten Schritt wird das Modell um einen Level 2-Prädiktor W_j erweitert
- Level 2-Variablen variieren nur zwischen den Kontexteinheiten (z.B. Schulen), sind jedoch innerhalb einer Kontexteinheit konstant
- Auf Level 2 werden nun Niveauunterschiede in der Matheleistung zwischen Schulen (β_{0j}) als Funktion des Prädiktors W_j erklärt
- u_{oj} bildet hier verbleibende Niveauunterschiede zwischen Schulen ab, die durch W_j nicht erklärt werden

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen
Random Intercept Modell mit Prädiktoren auf beiden Ebenen	3	Level 1: $Y_{ij} = \beta_{oj} + \beta_{1j} X_{ij} + r_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} W_j + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10}$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Als Beispiel für einen Level 2-Prädiktor W_j wird die Variable „pminor", der Anteil von Minoritätenschülern an der Schülerschaft einer Schule, aufgenommen
- Es zeigt sich ein negativer Segregationseffekt: Mit steigendem Anteil von Minoritätenschülern reduziert sich die individuelle Schülerleistung (γ_{01} = -0,71)
- Dennoch verbleiben signifikante unerklärte Leistungsunterschiede zwischen den Schulen (u_{oj} = 8,78)
- Der „Netto-ICC" beträgt in diesem Modell noch: 8,78 / (8,78 + 69,93) = 0,11

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Schätzungen fester Parameter [a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	53,159546	,186762	954,271	284,639	,000	52,793035	53,526057
ses	4,763393	,087467	17747,457	54,459	,000	4,591949	4,934837
pminor	-,710100	,051524	987,653	-13,782	,000	-,811209	-,608992

a. Abhängige Variable: math score.

Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		69,931494	,690270	101,310	,000	68,591591	71,297571
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	8,779450	,566552	15,496	,000	7,736381	9,963152

a. Abhängige Variable: math score.

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Zum Vergleich zeigt die folgende Folie ein normales lineares Regressionsmodell (OLS) mit den gleichen Variablen
- Da die hierarchische Datenstruktur (Schüler in Schulen) unberücksichtigt bleibt, ist eine zentrale OLS-Annahme (unkorrelierte Residuen) verletzt
- Konsequenz: nach unten verzerrte Standardfehler
- Auch die Effekte der Kovariaten unterscheiden sich, da die Niveauunterschiede zwischen Schulen (Random Intercept) nicht im Modell kontrolliert sind

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten		
		B	Standardfehler	Beta	T	Signifikanz
1	(Konstante)	53,041	,103		514,973	,000
	ses	5,774	,078	,449	73,941	,000
	percent minority	-,623	,029	-,131	-21,589	,000

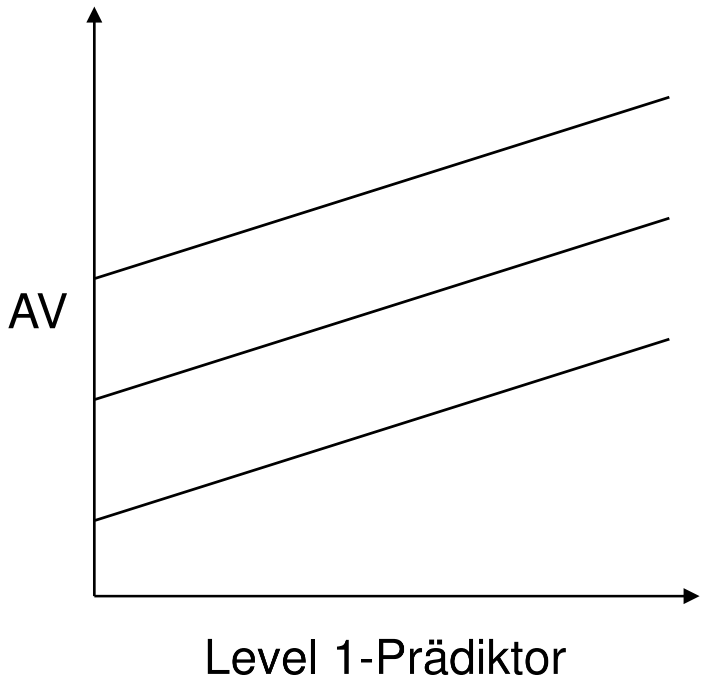
a. Abhängige Variable: math score

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

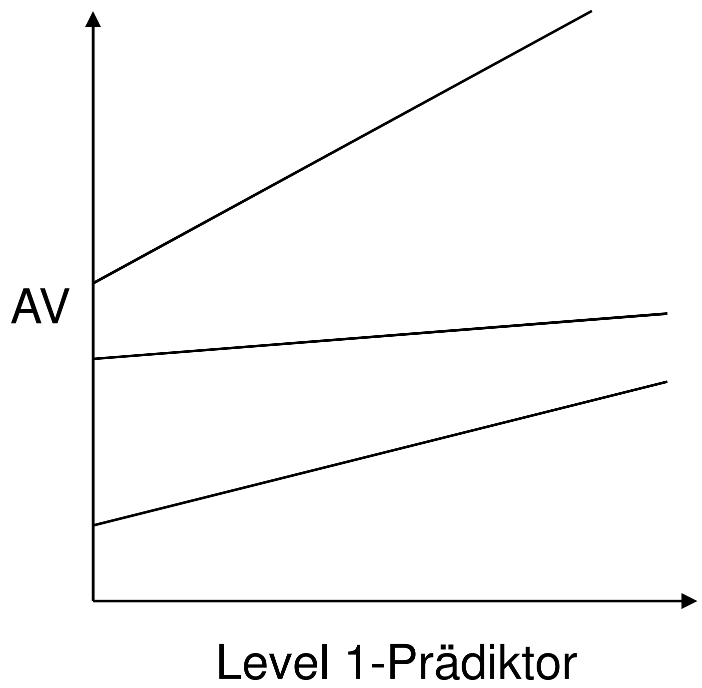
- Die nun vorzustellenden Modelle firmieren unter dem Begriff **„Random Slope“** oder „Slopes as Outcome“
- Derartige Modelle sind anzuwenden, wenn man davon ausgeht, dass sich nicht nur Unterschiede im mittleren Y-Wert zwischen den Level 2-Einheiten ergeben, sondern dass zusätzlich der Effekt eines Level 1-Prädiktors zwischen den Level 2-Einheiten variiert
- Das folgende Schaubild soll dies verdeutlichen

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Random Intercept:



Random Slope:



Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- In Modell Nr. 4 wird für jede Level 2-Einheit ein Koeffizient β_{1j} (slope) für den Effekt von X_{ij} geschätzt
- Der mittlere Effekt von X_{ij} über alle Schulen hinweg wird durch γ_{10} repräsentiert
- u_{1j} ist eine neue Varianzkomponente und erfasst die Abweichungen der schulspezifischen X_{ij}-Effekte vom mittleren Effekt γ_{10}
- Wenn u_{1j} statistisch signifikant ist, ist der Random Slope angemessen

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen
Random Slope (Nullmodell)	4	Level 1: $Y_{ij} = \beta_{oj} + \beta_{1j} X_{ij} + r_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Im Beispiel wird überprüft, ob sich der ses-Effekt signifikant zwischen den Schulen unterscheidet (aus didaktischen Gründen ist auch die Level 2-Variable „pminor“ im Modell)
- Der mittlere ses-Effekt beträgt $\gamma_{10} = 4{,}76$
- Die Varianz der verschiedenen ses-Effekte in den Schulen um den mittleren ses-Effekt erfasst $u_{1j} = 0{,}81$
- Die Varianz des Slope ist auf dem 5%-Niveau signifikant ($p = 0{,}024$)

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Schätzungen fester Parameter [a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	53,172163	,187027	936,500	284,302	,000	52,805122	53,539203
ses	4,761829	,092598	849,833	51,425	,000	4,580082	4,943576
pminor	-,723089	,051679	971,779	-13,992	,000	-,824505	-,621673

a. Abhängige Variable: math score.

Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

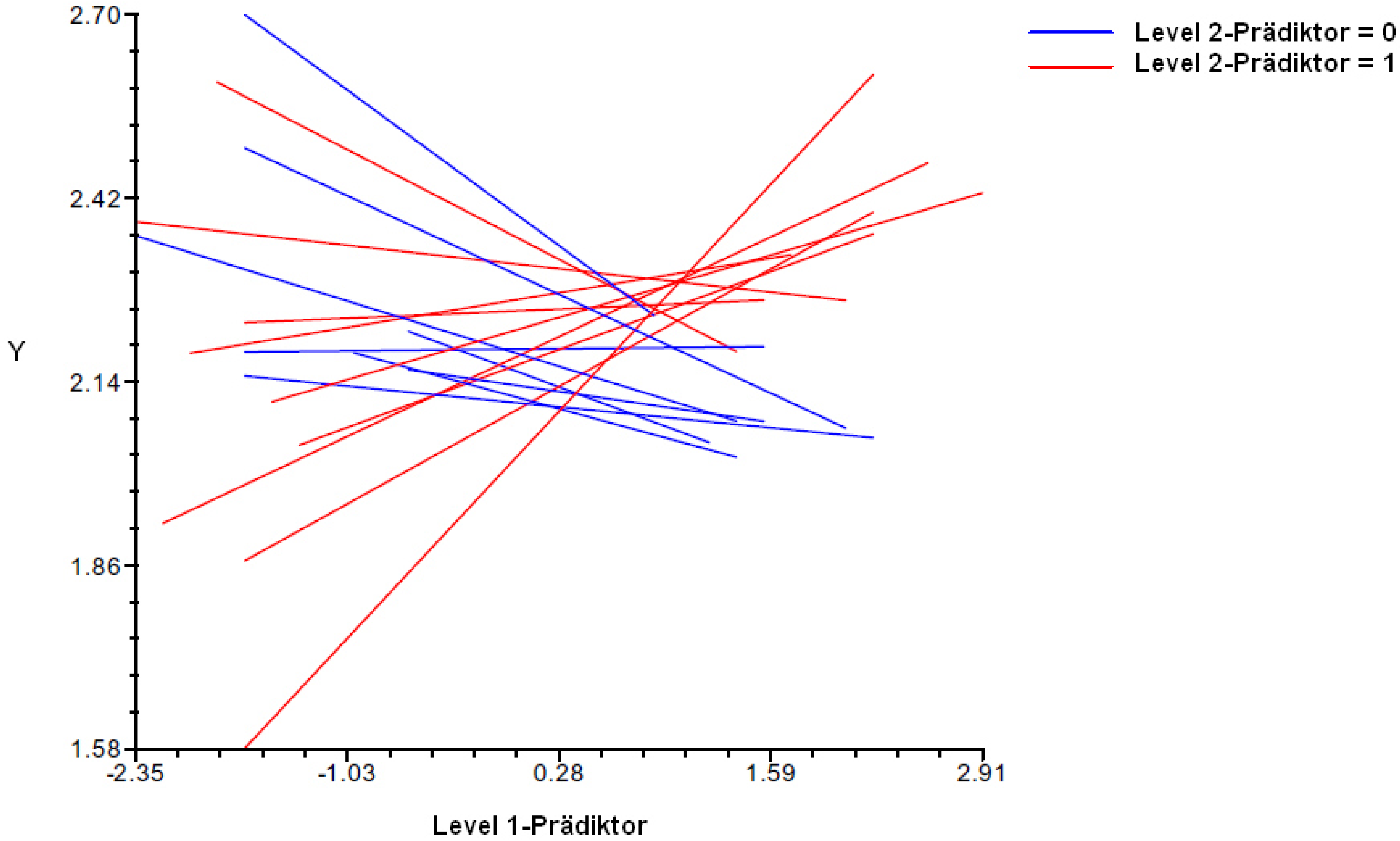
Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		69,597418	,700210	99,395	,000	68,238474	70,983425
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	8,671483	,574025	15,106	,000	7,616343	9,872798
ses [Subjekt = v1]	Varianz	,813194	,361524	2,249	,024	,340230	1,943636

a. Abhängige Variable: math score.

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Im nächsten Schritt wird nun versucht, nicht nur die Unterschiede zwischen den Level 2-Einheiten bei den Intercepts durch einen Level 2-Prädiktor W_j zu erklären, sondern auch die Unterschiede zwischen den Slopes
- Das Schaubild auf der nächste Folie soll dies verdeutlichen
- Die Regressionsgeraden stehen für variierende Effekte eines Level 1-Prädiktors in verschiedenen Level 2-Einheiten
- Die Einteilung der Level 2-Einheiten in eine blaue und eine rote Gruppe entspricht einem einfachen (dichotomen) Level 2-Prädiktor W_j
- W_j trägt zur Erklärung der Varianz in den Slopes bei, da der Level 1-Prädiktor in der blauen Gruppe eher negative, in der roten Gruppe dagegen eher positive Effekte hat

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten



Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- In Modell Nr. 5 wird ein Interaktionseffekte eines Level 1-Prädiktors X_{ij} mit einem Level-2-Prädiktor W_j modelliert (sog. **„cross level interaction“**)
- Die Stärke und Signifikanz des Effektes γ_{11} gibt darüber Auskunft, inwieweit der Effekt des Level 1-Prädiktors X_{ij} in Abhängigkeit von der Ausprägung des Level 2-Prädiktors W_j variiert
- u_{ij} erfasst dann den Teil der Variation im Slope, der nicht durch W_j erklärt wird

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Klasse	Nr.	Gleichungen
Random Slope mit „cross level interaction“	5	Level 1: $Y_{ij} = \beta_{oj} + \beta_{1j} X_{ij} + r_{ij}$ Level 2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} W_j + u_{0j}$ $\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11} W_j + u_{1j}$

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

- Im Beispiel wird überprüft, ob sich der ses-Effekt in Abhängigkeit vom Minoritätenanteil der Schule unterscheidet
- Die „cross level interaction“ entspricht γ_{11} = -0,177
- Mit steigendem Anteil von Minoritätenschülern an einer Schule wird der positive Effekt des sozioökonomischen Status der Eltern auf die individuelle Leistung folglich schwächer
- γ_{10} = 4,78 ist der ses-Effekt bei pminor = 0; da pminor am Gesamtmittelwert zentriert wurde („grand mean centering“), handelt es sich hier um den ses-Effekt bei mittlerem Minoritätenanteil
- Die Restvarianz des Slope (0,65) ist nur noch tendenziell signifikant (p = 0,066)

Mehrebenenanalyse: Modellvarianten

Schätzungen fester Parameter [a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	51,001933	,112802	941,084	452,139	,000	50,780562	51,223305
ses	4,782811	,091814	857,778	52,093	,000	4,602605	4,963017
pminorz	-,762140	,052799	1034,694	-14,435	,000	-,865746	-,658535
ses * pminorz	$\boxed{-,176549}$	,042850	902,951	-4,120	,000	-,260647	-,092451

a. Abhängige Variable: math score.

Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		69,573691	,699718	99,431	,000	68,215697	70,958720
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	8,793970	,578774	15,194	,000	7,729712	10,004760
ses [Subjekt = v1]	Varianz	,651130	,353540	1,842	$\boxed{,066}$	,224644	1,887293

a. Abhängige Variable: math score.

Mehrebenenanalyse: SPSS-Syntax

- Im Folgenden ist die generische SPSS-Syntax für Mehrebenenanalysen im MIXED-Modul dargestellt
- Metrische Prädikatoren werden in der ersten Syntaxzeile nach „WITH“ angegeben, kategoriale (nominale) Prädiktoren ggf. nach „BY“, so dass eine Syntaxzeile z.B. so aussieht: MIXED av BY sex WITH alter
- „Wjz“ soll bedeuten, dass es sich bei cross-level-interaction häufig empfiehlt, den Level 2-Prädiktor an seinem Gesamtmittelwert zu zentrieren, um den Haupteffekt des Level 1-Prädikators sinnvoll interpretieren zu können

Mehrebenenanalyse: SPSS-Syntax

Klasse	Nr.	Generische SPSS-Syntax
Nullmodell	1	MIXED av /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(level2id) /METHOD = ML /PRINT = G SOLUTION TESTCOV.
Random Intercept mit Kovariaten auf beiden Ebenen	3	MIXED av WITH Xij Wj /FIXED = Xij Wj /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(level2id) /METHOD = ML /PRINT = G SOLUTION TESTCOV.

Mehrebenenanalyse: SPSS-Syntax

Klasse	Nr.	Generische SPSS-Syntax
Random Slope	4	MIXED av WITH Xij /FIXED = Xij /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(level2id) /RANDOM = Xij | SUBJECT(level2id) /METHOD = ML /PRINT = G SOLUTION TESTCOV.
Random Slope mit „cross level interaction“	5	MIXED av WITH Xij Wjz /FIXED = Xij Wjz Xij*Wjz /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(level2id) /RANDOM = Xij | SUBJECT(level2id) /METHOD = ML /PRINT = G SOLUTION TESTCOV.

Bestimmung des Modellfit (R^2)

- In der OLS-Regression gibt R^2 an, wie viel Varianz in der abhängigen Variablen durch die unabhängigen Variablen erklärt wird
- Unterschiede in Mehrebenenmodellen:
  - Es wird ein R^2 pro Ebene angegeben
  - Es kann je nach Berechnungsmethode vorkommen, dass sich das R^2 einer Ebene bei der Aufnahme zusätzlicher Prädiktoren reduziert und sogar negativ wird
- Im Folgenden wird je eine Berechnungsvariante für das totale R^2 sowie das Level-1 und das Level 2-R^2 demonstriert

Bestimmung des Modellfit (R^2)

Schätzungen fester Parameter[a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	50,802711	,174808	997,783	290,620	,000	50,459678	51,145745

a. Abhängige Variable: math score.

Kovarianzparameter

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		76,616215	,755195	101,452	,000	75,150267	78,110760
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	26,557216	1,363607	19,476	,000	24,014677	29,368945

a. Abhängige Variable: math score.

Nullmodell („Baseline“)

Bestimmung des Modellfit (R^2)

Schätzungen fester Parameter[a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	53,159546	,186762	954,271	284,639	,000	52,793035	53,526057
v7	4,763393	,087467	17747,457	54,459	,000	4,591949	4,934837
v14	-,710100	,051524	987,653	-13,782	,000	-,811209	-,608992

a. Abhängige Variable: math score.

Kovarianzparameter

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		69,931494	,690270	101,310	,000	68,591591	71,297571
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	8,779450	,566552	15,496	,000	7,736381	9,963152

a. Abhängige Variable: math score.

„Comparison“-Modell mit einem Level-1-Prädiktor („ses“, v7) und einem Level-2-Prädiktor („percent minority“, v14)

Bestimmung des Modellfit (R²)

- Totales R²:

$$R^2 = \frac{(\hat{\sigma}_r^2 + \hat{\sigma}_{u0}^2)_{Baseline} - (\hat{\sigma}_r^2 + \hat{\sigma}_{u0}^2)_{Comparison}}{(\hat{\sigma}_r^2 + \hat{\sigma}_{u0}^2)_{Baseline}} = \frac{103{,}17 - 78{,}71}{103{,}17} = 0{,}237$$

- $\hat{\sigma}_r^2$ entspricht der unaufgeklärten Varianz innerhalb der Level-2-Einheiten und $\hat{\sigma}_{u0}^2$ entspricht der unaufgeklärten Varianz zwischen den Level-2-Einheiten, „Baseline“ = Nullmodell, „Comparison“ = Modell mit Kovariaten
- Die proportionale Reduzierung des Vorhersagefehlers durch die beiden Kovariaten beträgt 23,7%
- Im nächsten Schritt wird eine Variante zur Berechnung des R² getrennt nach Ebenen demonstriert

Bestimmung des Modellfit (R^2)

- Berechnung des Level-1-R^2:

$$R_1^2 = \frac{\hat{\sigma}^2_{r\_Base} - \hat{\sigma}^2_{r\_Comp}}{\hat{\sigma}^2_{r\_Base}} = \frac{76{,}62 - 69{,}93}{76{,}62} = 0{,}087$$

- Die Vorhersagekraft des Vergleichsmodells (mit einem Level-1-Prädiktor) ist auf Level-1 um etwa 8,7% größer als im Nullmodell

Bestimmung des Modellfit (R^2)

- Berechnung des Level-2-R^2:

$$R_2^2 = \frac{\hat{\sigma}^2_{u0\_Base} - \hat{\sigma}^2_{u0\_Comp}}{\hat{\sigma}^2_{u0\_Base}} = \frac{26{,}56 - 8{,}78}{26{,}56} = 0{,}669$$

- Die Vorhersagekraft des Vergleichsmodells (mit einem Level-2-Prädiktor) ist auf Level-2 um etwa 67% größer als im Nullmodell

Zentrierung

Typ	Funktion
Zentrierung eines Prädiktors am Gesamtmittelwert bei „cross level interaction“	Interpretierbarkeit der konditionalen Haupteffekte
Zentrierung eines Prädiktors am Gesamtmittelwert	Interpretierbarkeit der festen Regressionskonstante (γ_{00})
Zentrierung eines Level 1-Prädiktors am Gruppenmittelwert	Differenzierung zwischen Level 1- und Level 2-Effekten (Binnenregression)

Zentrierung

- Im Unterschied zu konventionellen Modellen mit Festeffekten wird die Kontextvarianz (z.B. die Schulvarianz) durch den Random Intercept nicht vollständig, sondern nur teilweise kontrolliert
- Dadurch wird die Identifizierung von reinen Level 1-Effekten erschwert
- Abhilfe schafft eine Zentrierung des Level 1-Prädiktors am Gruppenmittelwert
- Zunächst wird mit Hilfe des AGGREGATE-Befehl eine neue Variable „ses_mean“ gebildet, die dem Schulmittelwert von „ses“ entspricht:

```
AGGREGATE
  /OUTFILE=* MODE=ADDVARIABLES
  /BREAK=v1
  /ses_mean=MEAN(ses).
```

Zentrierung

- Um nur den reinen Individualeffekt von „ses“ auf Schülerebene zu erhalten, wird nun die um den Schulmittelwert zentrierte ses-Variable anstelle der Originalvariablen aufgenommen
- Die Zentrierung erfolgt wie folgt: COMPUTE ses_gc = ses – ses_mean.
- Interpretation des Individualeffektes von „ses“ (b = 4,22): Je höher die soziale Herkunft eines individuellen Schülers, desto besser seine Leistung

Zentrierung

Schätzungen fester Parameter [a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Konstanter Term	54,061142	,262774	1016,241	205,733	,000	53,545501	54,576783
ses_gc	4,216634	,094163	20591,344	44,780	,000	4,032067	4,401201
pminor	-1,112095	,071911	1024,520	-15,465	,000	-1,253205	-,970984

a. Abhängige Variable: math score.

Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Residuum		69,802995	,687934	101,468	,000	68,467608	71,164427
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	21,086361	1,099642	19,176	,000	19,037589	23,355617

a. Abhängige Variable: math score.

Zentrierung

- Eine (informativere) Alternative besteht darin, sowohl den Schulmittelwert von „ses“ („ses_mean“) als auch die Originalvariable aufzunehmen
- Das Modell (nächste Folie) enthält dann den reinen Individualeffekt innerhalb von Schulen (der wiederum b = 4,22 beträgt) als auch den Kompositionseffekt auf Schulebene (b = 3,95)
- Interpretation dieses Kompositionseffektes: Je höher die soziale Herkunft der Schülerschaft einer Schule, desto höher die individuelle Schülerleistung

Zentrierung

Schätzungen fester Parameter [a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Konstanter Term	52,504862	,168898	983,549	310,867	,000	52,173420	52,836303
ses	4,216634	,094199	20579,108	44,763	,000	4,031996	4,401273
ses_mean	3,954439	,227165	1377,560	17,408	,000	3,508812	4,400066
pminor	-,423725	,048253	987,653	-8,781	,000	-,518415	-,329036

a. Abhängige Variable: math score.

Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Residuum		69,857105	,688672	101,437	,000	68,520289	71,220001
Konstanter Term [Subjekt = v1]	Varianz	6,072201	,429094	14,151	,000	5,286834	6,974235

a. Abhängige Variable: math score.

Voraussetzungen und Anwendungsempfehlungen

- Modelle schrittweise aufbauen (erst Nullmodell, dann Random Intercept, dann Random Slope)
- Bei Modellen mit Random Slope:
  - Random Intercept muss vorhanden sein
  - Fester Slope muss vorhanden sein
  - Random Slopes nur für Level 1-Prädiktoren sinnvoll
  - Anzahl der Random Slopes pro Modell so gering wie möglich halten (und theoretisch fundiert begründen)
- Kontexteinheiten, die wenig Informationen für Modellparameter liefern (z.B. eine Schule mit nur einem Schüler im Datensatz) nicht löschen

Voraussetzungen und Anwendungsempfehlungen

- Voraussetzungen und Annahmen der bisher vorgestellten Modelle:
  - Mindestens 30 Level 2-Einheiten für Modelle mit Random Intercept, mindestens 50 Level 2-Einheiten für Modelle mit Random Slope
  - Bei einer kleineren Anzahl von Level 2-Einheiten kann „restricted maximum likelihood“ (REML) als Schätzmethode angewendet werden (dazu die Syntaxoption „METHOD = ML“ weglassen)
  - Kovariaten und Level 1-Residuen korrelieren mit 0 („level-1 exogeneity“)
  - Level 1-Kovariaten und Random Intercept korrelieren mit 0 („level-2 exogeneity“)
  - Homoskedastizität der Level 1-Residuen
  - Symmetrische Verteilung der totalen Residuen

Erweiterung I: Panelanalyse

- **Paneldaten** = Hier werden (a) die Werte der gleichen Variablen (b) zu mehreren Zeitpunkten mit (c) einer identischen Stichprobe erhoben
- Paneldaten sind hierarchisch mit personenspezifischen Messzeitpunkten auf Ebene 1 und Personen auf Ebene 2
- Bei der modernen Panelanalyse werden überwiegend zwei Varianten verwendet:
  - „Random Effects“ **(RE-)Modell** (ein Modell mit Random Intercept, erweiterbar um einen Random Slope zu sog. Wachstumskurven-modellen)
  - „Fixed Effects“ **(FE-)Modell**

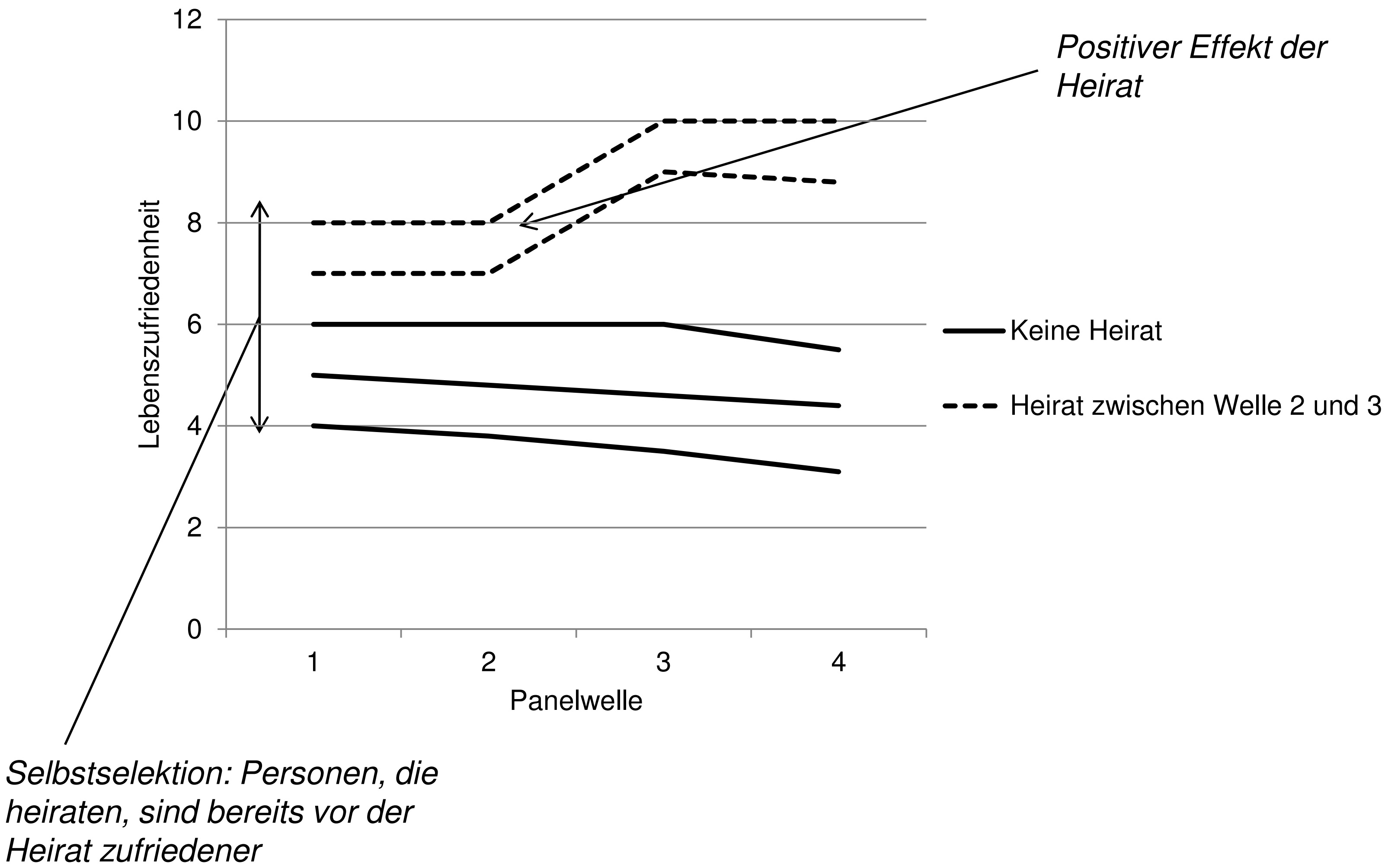
Erweiterung I: Panelanalyse

- Zwei Variablenarten:
  - **„between person“** (nur Level 2-Variation): Variablen, die sich zwischen Personen unterscheiden, über die Zeit aber nicht variieren (z.B. Geschlecht, Geburtskohorte)
  - **„within person“** (Variation zwischen und innerhalb von Personen): alle zeitveränderlichen Merkmale wie Alter, Lebenszufriedenheit, Familienstand usw.
- Im RE-Modell können beide Variablenarten berücksichtigt werden, hier werden gleichzeitig die Variation zwischen und innerhalb von Personen analysiert
- Das FE-Modell berücksichtigt nur „within person“ Variablen, nur die Variation innerhalb von Personen über die Zeit wird analysiert

Erweiterung I: Panelanalyse

- Vereinfachtes Beispiel: Datensatz von 5, im Ausgangszustand ledigen Personen
- AV: Lebenszufriedenheit (10-fach abgestuft), UV: Heirat
- Auf der nächsten Folie ist die Entwicklung der Lebenszufriedenheit bei diesen 5 Personen über 4 Panelwellen dargestellt
- Die gestrichelten Linien stehen für Personen, die jeweils zwischen Welle 2 und 3 heiraten
- Die durchgezogenen Linien repräsentieren Personen, die innerhalb des Beobachtungszeitraums nicht heiraten

Erweiterung I: Panelanalyse



Erweiterung I: Panelanalyse

- Die Abbildung deutet auf das Vorliegen von drei Effekten hin:
  - Erstens gibt es einen schwachen, negativen Alters- bzw. Periodeneffekt, da die Lebenszufriedenheit über die Zeit hinweg tendenziell abfällt
  - Zweitens finden sich Hinweise auf eine Selbstselektion: Diejenigen Personen, die heiraten, sind im Durchschnitt schon vor der Heirat zufriedener als die Personen, die nicht heiraten
  - Drittens zeigt sich ein kausaler (positiver) Effekt der Heirat auf die Zufriedenheit. Diese erhöht sich im Anschluss an die Heirat zwischen den Wellen 2 und 3 deutlich; in der Kontrollgruppe ohne Heirat zeigt sich dieser Effekt nicht

Erweiterung I: Panelanalyse

Person	Welle	ZF	EHE
1	1	7	0
1	2	8	0
1	3	7	0
1	4	7	0
2	1	5	0
2	2	5	0
2	3	7	1
2	4	7	1
3	1	8	0
3	2	7	1
3	3	7	1
3	4	8	1

- Datenstruktur in der Panelanalyse: sog. Long-Format (fiktives Beispiel)

Erweiterung I: Panelanalyse

- Beispieldaten: Panel Study of Income Dynamics (595 Haushaltsvorstände im Alter von 18-65 Jahren im Jahr 1976 und Erwerbseinkommen im Beobachtungszeitraum der Jahre 1976-1982)
- Abhängige Variable: Logarithmierter Stundenlohn in Dollar („lwage“)
- Unabhängige Variablen:
  - Berufserfahrung (Vollzeitjahre, „exp“)
  - Arbeitswochen („wks“)
  - Dummy: Blue-Collar-Beruf („occ“)
  - Dummy: Arbeit in produzierender Insustrie („ind“)
  - Dummy: Wohnort Süden der USA („south“)
  - Dummy: Wohnort in „standard metropolitan statistical area“ („smsa“)
  - Dummy: verheiratet („ms“)
  - Dummy: In einer Partnerschaft („union“)
  - Weiblich („fem“)
  - Bildungsjahre („ed“)
  - Schwarz („blk“)

Erweiterung I: Panelanalyse

returns_wide.sav [DatenSet1] - SPSS Daten-Editor

Datei Bearbeiten Ansicht Daten Transformieren Analysieren Diagramme Extras Fenster Hilfe

1 : nr 1

	nr	year	exp	wks	occ	ind	south	smsa	ms	fem
1	1	1976	3	32	0	0	1	0	1	0
2	1	1977	4	43	0	0	1	0	1	0
3	1	1978	5	40	0	0	1	0	1	0
4	1	1979	6	39	0	0	1	0	1	0
5	1	1980	7	42	0	1	1	0	1	0
6	1	1981	8	35	0	1	1	0	1	0
7	1	1982	9	32	0	1	1	0	1	0
8	2	1976	30	34	1	0	0	0	1	0
9	2	1977	31	27	1	0	0	0	1	0
10	2	1978	32	33	1	1	0	0	1	0
11	2	1979	33	30	1	1	0	0	1	0
12	2	1980	34	30	1	1	0	0	1	0
13	2	1981	35	37	1	1	0	0	1	0
14	2	1982	36	30	1	1	0	0	1	0
15	3	1976	6	50	1	1	0	0	1	0

Erweiterung I: Panelanalyse

- Bei Paneldaten sind Messzeitpunkte (Level 1) in Personen (Level 2) geschachtelt
- Zunächst wird ein Nullmodell geschätzt (siehe nächste Folie)
- Die Intraklassenkorrelation (ICC; rho = 0,69) sagt daher aus, dass 69% der Varianz in den Daten durch Unterschiede zwischen Personen zustande kommen und 32% durch Unterschiede innerhalb von Personen, also Veränderungen des Lohns
- Je höher der ICC bei Paneldaten, desto zeitlich stabiler ist das Merkmal

Erweiterung I: Panelanalyse

Schätzungen fester Parameter [a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Konstanter Term	6,676346	,016162	594,000	413,084	,000	6,644604	6,708088

a. Abhängige Variable: LWAGE.

Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Residuum		,067409	,001596	42,249	,000	,064354	,070610
Konstanter Term [Subjekt = nr]	Varianz	,145794	,009022	16,161	,000	,129143	,164593

a. Abhängige Variable: LWAGE.

ICC = 0,146 / (0,146 + 0,067) = 0,69

```
MIXED lwage
 /PRINT=SOLUTION TESTCOV
 /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(nr).
```

Erweiterung I: Panelanalyse

- Die folgende Folie zeigt die Ergebnisse des Random Intercept Modells mit Kovariaten:

```
MIXED lwage BY occ ind south smsa ms union fem blk
WITH exp expq wks ed
  /FIXED = occ ind south smsa ms union fem blk exp expq wks ed
  /PRINT=SOLUTION TESTCOV
  /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(nr).
```

Schätzungen fester Parameter [b]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Konstanter Term	2,632174	,215293	518,291	12,226	,000	2,209220	3,055129
[occ=0]	,025094	,013789	3562,457	1,820	,069	-,001942	,052129
[occ=1]	0[a]	0	.	.	.	.	.
[ind=0]	-,013826	,015303	3712,078	-,903	,366	-,043829	,016177
[ind=1]	0[a]	0	.	.	.	.	.
[south=0]	-,005748	,031637	4128,641	-,182	,856	-,067774	,056278
[south=1]	0[a]	0	.	.	.	.	.
[smsa=0]	,047462	,018981	3888,674	2,501	,012	,010249	,084676
[smsa=1]	0[a]	0	.	.	.	.	.
[ms=0]	,041314	,018999	3555,867	2,174	,030	,004063	,078564
[ms=1]	0[a]	0	.	.	.	.	.
[union=0]	-,038692	,014823	3671,934	-2,610	,009	-,067754	-,009630
[union=1]	0[a]	0	.	.	.	.	.
[fem=0]	,175349	,113559	486,989	1,544	,123	-,047776	,398475
[fem=1]	0[a]	0	.	.	.	.	.
[blk=0]	,261292	,138084	465,438	1,892	,059	-,010054	,532637
[blk=1]	0[a]	0	.	.	.	.	.
exp	,107244	,002456	3662,161	43,669	,000	,102429	,112059
expq	-,000514	5,424537E-5	3665,706	-9,476	,000	-,000620	-,000408
wks	,000840	,000605	3435,881	1,389	,165	-,000345	,002025
ed	,135669	,012718	491,135	10,668	,000	,110681	,160657

a. Dieser redundante Parameter wird auf null gesetzt.

b. Abhängige Variable: LWAGE.

Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Residuum		,023565	,000571	41,265	,000	,022472	,024712
Konstanter Term [Subjekt = nr]	Varianz	,711143	,046982	15,137	,000	,624773	,809453

a. Abhängige Variable: LWAGE.

Erweiterung I: Panelanalyse

- „fem“, „ed“ und „blk“ sind Level 2-Variablen, tragen also ausschließlich zu zeitkonstanten Unterschieden zwischen Personen bei
- Alle anderen Variablen können sich prinzipiell verändern und zu Level 1-Varianz beitragen
- Die Varianz zwischen Personen wird durch den Random Intercept nur teilweise kontrolliert, in den Effekten zeitveränderlicher Variablen ist auch Level 2-Varianz zwischen Personen enthalten
- Das Modell ist daher anfällig für Selbstselektion
- Beispiel: Haben Personen, die heiraten, mehr Einkommen (Selektion) oder führt eine Heirat zu Veränderungen des Einkommens (Kausalität)?

Erweiterung I: Panelanalyse

- Zur Bestimmung von kausalen Effekten von zeitveränderlichen Variablen (z.B. Ereignisse wie die Heirat) empfiehlt es sich daher explizit <u>nicht</u>, das konventionelle Mehrebenenmodell zu verwenden
- Alternative Möglichkeiten:
  a. Test auf signifikante Effekt-Unterschiede zwischen RE- und FE-Modell mit dem Hausman-Test (in SPSS nicht implementiert)
  b. Berechnung eines Modells mit Fixed Effects, das ausschließlich Veränderungen innerhalb von Personen berücksichtigt (in SPSS nicht implementiert)
  c. Berechnung eines **Hybrid-Modells**, bei dem bei zeitveränderlichen Variablen eine Zentrierung um den Personenmittelwert vorgenommen wird (siehe Abschnitt „Zentrierung")

Erweiterung I: Panelanalyse

- Das Hybrid-Modell wird hier für die Variable „occ“ (Blue-Collar-Beruf) demomstriert
- Gebildet werden a) der personenspezifische Mittelwert von „occ“ über die Zeit („occ_mean“) und b) die Abweichung jeder Panelwelle von diesem personenspezifischen Mittelwert („occ_d“):

```
AGGREGATE
  /OUTFILE=* MODE=ADDVARIABLES
  /BREAK=nr
  /occ_mean=MEAN(occ).

COMPUTE occ_d = occ - occ_mean.
execute.
```

Erweiterung I: Panelanalyse

Schätzungen fester Parameter [a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	5,049669	,061226	709,040	82,476	,000	4,929464	5,169875
exp	,108284	,002454	3653,591	44,117	,000	,103472	,113097
expq	-,000518	5,423791E-5	3655,664	-9,555	,000	-,000625	-,000412
occ_mean	-,501942	,079688	480,046	-6,299	,000	-,658523	-,345362
occ_d	-,021372	,013759	3433,142	-1,553	,120	-,048349	,005606

a. Abhängige Variable: LWAGE.

Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		,023577	,000569	41,423	,000	,022487	,024719
Konstanter Term [Subjekt = nr]	Varianz	,826670	,053632	15,414	,000	,727963	,938762

a. Abhängige Variable: LWAGE.

Erweiterung I: Panelanalyse

- Interpretation für „occ_mean“: Personen, die (lange) in einem Blue-Collar-Beruf arbeiten, verdienen signifikant weniger als Personen, die nicht in einem Blue-Collar-Beruf arbeiten (Varianz zwischen Personen, „between“-Komponente des Hybrid-Modells)
- Interpretation für „occ_d“: Wechseln Personen in einen Blue-Collar-Beruf oder aus einem Blue-Collar-Beruf in einen anderen Beruf, ergeben sich keine signifikanten Lohnveränderungen (Varianz innerhalb von Personen, „within“-Komponente des Hybrid-Modells)
- Der Effekt von „occ_d“ entspricht dem eines FE-Modells; er basiert ausschließlich auf der within-Varianz und ist deshalb robuster gegenüber Selektionseffekten

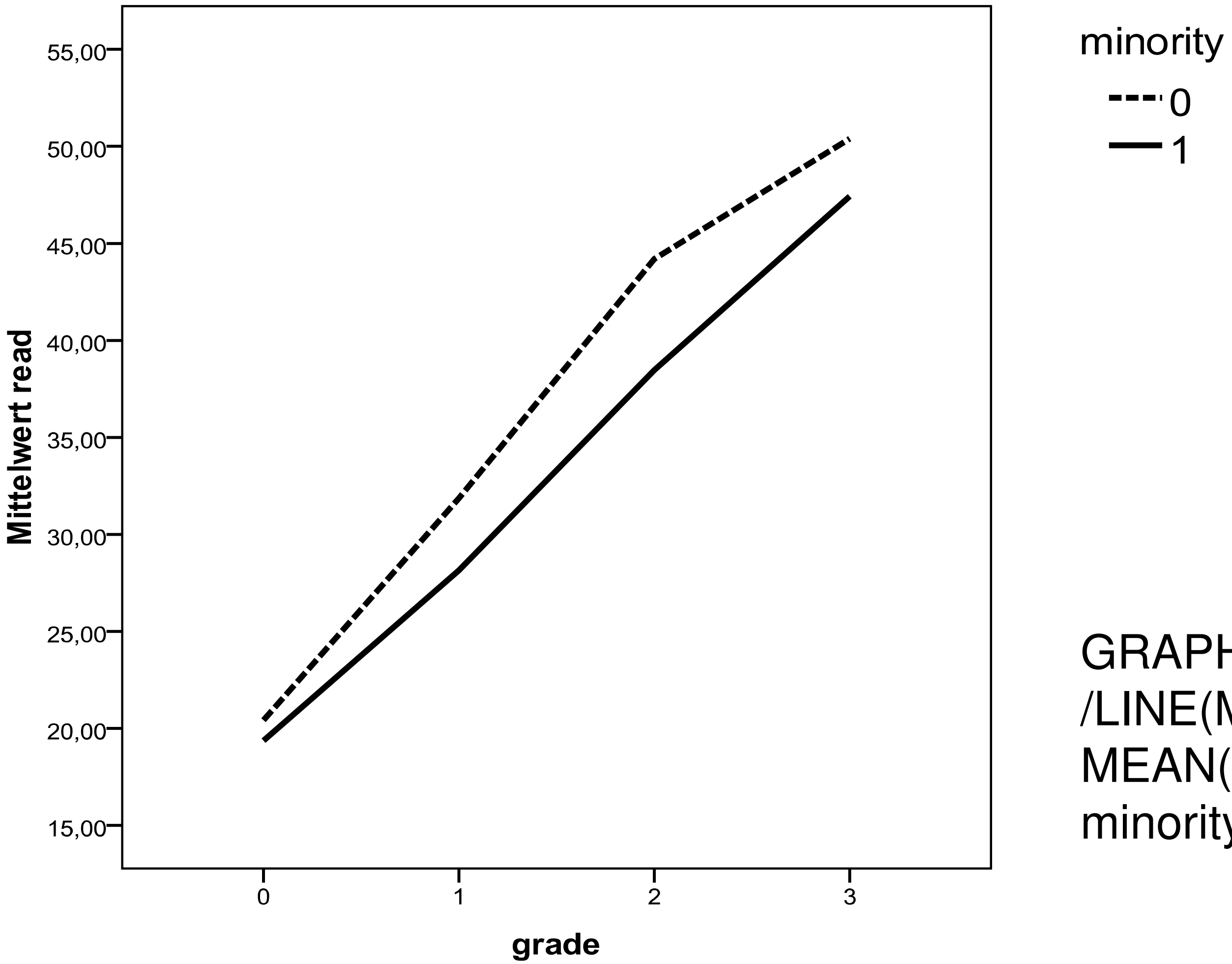
Erweiterung I: Panelanalyse

- Wird für die Zeitvariable ein Random Slope geschätzt, spricht man von **Wachstumskurvenmodellen** („growth-curve models“)
- Der Effekt der Zeit als Level 1-Merkmal (z.B. lineare oder u-förmige zeitliche Trends) kann somit über die Level 2-Einheiten variieren, dadurch wird z.B. für jede Person ein individueller Zeittrend geschätzt
- Wird die Zeit mit Level 1- oder Level 2-Prädiktoren (z.B. dem Geschlecht) interagiert, kann erklärt werden, warum sich Personen mit bestimmten Merkmalen über die Zeit unterschiedlich entwickeln

Erweiterung I: Panelanalyse

- Beispieldaten: National Longitudinal Survey of Youth (1.677 Schüler und 2.676 Beobachtungen)
- Abhängige Variable: Leseleistung („read“) von Grade 0 (Vorschule) bis zur 3. Klasse
- Unabhängige Variablen:
  - „Grade“ (0 bis 3)
  - Dummy „Minority“

Erweiterung I: Panelanalyse



GRAPH
/LINE(MULTIPLE)=
MEAN(read) BY grade BY
minority.

Erweiterung I: Panelanalyse

- Wir wollen mit Hilfe eines Wachstumskurvenmodells prüfen, ob die bereits deskriptiv erkennbare Auseinanderentwicklung der Gruppen über die Zeit (vorherige Folie) statistisch signifikant ist
- Für „grade“, die Zeitvariable, wird dabei ein Random Slope geschätzt, die lineare Entwicklung der Leseleistung der Schüler variiert also um den mittleren linearen Effekt von „grade“
- Zusätzlich wird ein Interaktionseffekt „minority x grade“ in das Modell aufgenommen:

```
MIXED read BY minority WITH grade
/FIXED = minority grade minority*grade
  /PRINT=SOLUTION TESTCOV
 /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(id)
 /RANDOM = grade | SUBJECT(id).
```

Erweiterung I: Panelanalyse

Schätzungen fester Parameter [b]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Konstanter Term	18,968941	,327765	1322,848	57,874	,000	18,325945	19,611936
[minority=0]	1,561542	,445845	1308,311	3,502	,000	,686893	2,436190
[minority=1]	0[a]	0	.	.	.	.	.
grade	9,718838	,242078	1340,550	40,148	,000	9,243945	10,193731
[minority=0] * grade	1,344808	,334919	1372,739	4,015	,000	,687799	2,001817
[minority=1] * grade	0[a]	0	.	.	.	.	.

a. Dieser redundante Parameter wird auf null gesetzt.

b. Abhängige Variable: read.

Schätzungen von Kovarianzparametern [a]

Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95%	
						Untergrenze	Obergrenze
Residuum		41,830750	2,249649	18,594	,000	37,645947	46,480746
Konstanter Term [Subjekt = id]	Varianz	12,155648	2,553397	4,761	,000	8,053340	18,347640
grade [Subjekt = id]	Varianz	13,390196	1,132648	11,822	,000	11,344507	15,804772

a. Abhängige Variable: read.

Erweiterung I: Panelanalyse

- Der Haupteffekt von „minority“ (= 1,56) bezieht sich nun auf grade = 1 und der mittlere Effekt von „grade“ (= 9,72) auf minority = 1
- Der signifikante, positive Interaktionseffekt (= 1,34) bestätigt, dass der positive lineare Trend in der Entwicklung der Leseleistung bei Schülerinnen und Schülern, die keiner Minorität angehören, stärker ist als in der Referenzgruppe der Minoritätenschüler
- Die sich öffnende Scherenentwicklung über die Zeit ist demnach statistisch signifikant

Erweiterung II: APC-Analyse

- **Trenddaten** = Hier werden (a) die Werte der gleichen Variablen (b) zu mehreren Zeitpunkten mit (c) jeweils unterschiedlichen Stichproben erhoben (wiederholte Querschnitte)
- Beispiel: Daten des kumulierten ALLBUS 1980-2008 (seit 1991 mit den neuen Bundesländern)
- Abhängige Variable: Kirchgangshäufigkeit (1 = nie, 2 = seltener, 3 = mehrmals im Jahr, 4 = 1-3-mal pro Monat, 5 = 1-mal pro Woche, 6 = über 1-mal pro Woche)
- Ziel: Differenzierung zwischen Alters-, Perioden- und Kohorteneffekten

Erweiterung II: APC-Analyse

- **Alters-, Perioden- und Kohorteneffekte**:
  - Kohorteneffekt: Unterschiede zwischen Personen, die signifikante historische Phasen gemeinsam erlebt haben (Sozialisationseinflüsse)
  - Periodeneffekte: Unterschiede zwischen Kalenderzeitpunkten, die alle Altersgruppen bzw. alle Geburtskohorten gleichermaßen betreffen
  - Alters- bzw. Lebenszykluseffekte: Veränderungen innerhalb von Geburtskohorten, die auf die Stellung einer Person im Lebensverlauf zurückzuführen sind

Erweiterung II: APC-Analyse

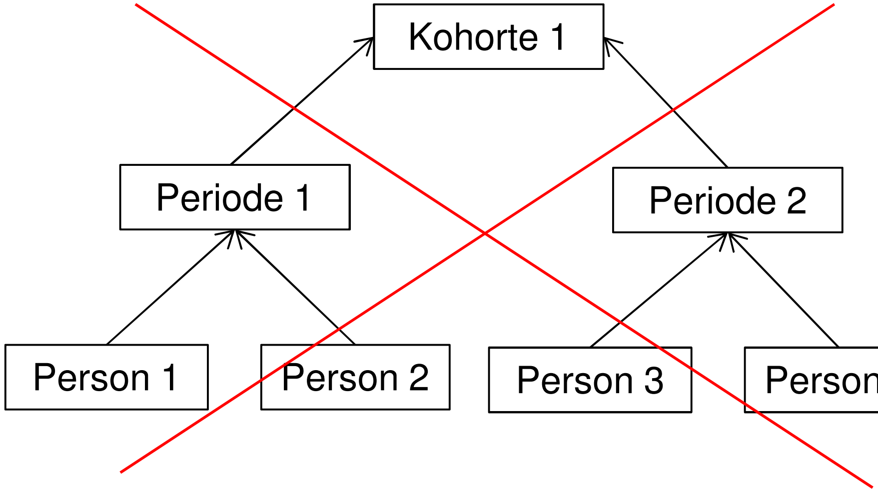
- Methodische Probleme:
  - Erstes Problem: Periode - Alter = Geburtsjahr (Identifikationsproblem)
  - Lösung: Nichtlineare Alterstransformation (Alter und quadriertes Alter + Zusammenfassung von jeweils 5 Geburtsjahrgängen zu einer Kohorte)
  - Zweites Problem: Angehörige einer Geburtskohorte bzw. in demselben Erhebungsjahr Befragte sind sich (möglicherweise) überzufällig ähnlich (hierarchische Datenstruktur)
  - Lösung: Berechnung eines Mehrebenenmodells

Erweiterung II: APC-Analyse

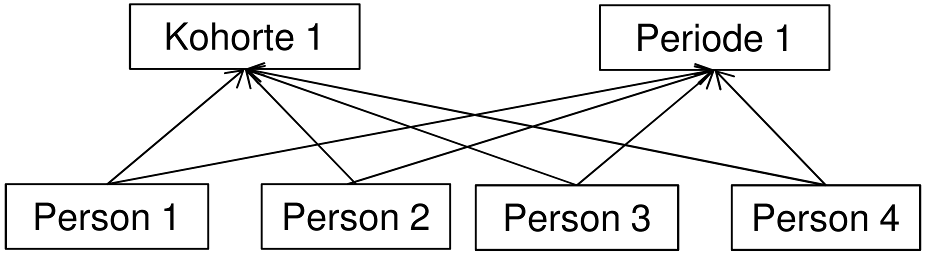
- Genauer gesagt: **„Cross-Classified Random Effects“**-Modelle (Yang & Land 2006)
- Schachtelung von Personen in Kohorten und Perioden ist nicht hierarchisch, da die zu einem Erhebungszeitpunkt befragten Personen mehreren Kohorten angehören bzw. die Mitglieder einer Kohorte zu unterschiedlichen Erhebungszeitpunkten befragt werden
- Daher kein 3-Ebenen-Modell, sondern ein „cross classified“ Modell (siehe nächste Folie)
- Was diese „Kreuztabullierung“ bedeutet, verdeutlicht die übernächste Folie anhand der ALLBUS Daten

Erweiterung II: APC-Analyse

APC-Daten sind keine
3-Ebenen-Daten



„crossed factors“:



Erweiterung II: APC-Analyse

Kohorte	Erhebungsjahr						
	1980	1982	1984	1986	1988	1990	1991
1895-1900	58	35	17	9	6	5	0
1901-1905	99	86	74	43	36	26	8
1906-1910	170	173	129	115	90	50	19
1911-1915	257	223	198	130	141	119	51

Kreuztabelle aus Geburtskohorten und historischer Zeit („cross-classified“)

Erweiterung II: APC-Analyse

Klasse	Gleichungen
Cross-Classified Random Effects Model	Level 1: $Y_{ijk} = \beta_{ojk} + \beta_1 AGE + \beta_2 AGE^2 + r_{ijk}$ Level 2: $\beta_{0jk} = \gamma_0 + u_{0j} + \nu_{ok}$
Indizes	i = 1,2…, n_{jk} Personen j = 1,2…, 19 Kohorten k = 1,2…, 16 Erhebungsjahre

Erweiterung II: APC-Analyse

- Innerhalb von Geburtskohorte j und Erhebungsjahr k wird die Kirchgangshäufigkeit für jede Person i folglich als eine Funktion ihres Alters (linear und quadriert) modelliert
- β_{0jk} ist die Regressionskonstante bzw. der Mittelwert einer Zelle in der Perioden-Kohorten-Kreuztabelle, also die mittlere Kirchgangshäufigkeit von Personen, die zu Geburtskohorte j gehören und im Jahr k befragt wurden
- r_{ijk} ist der individuelle Fehler, d.h. die Abweichung der Kirchgangshäufigkeit eines Individuums i in Kohorte j und Periode k vom Zellenmittelwert

Erweiterung II: APC-Analyse

- γ_0 stellt den fixen Teil der Regressionskonstante dar, genauer gesagt die mittlere Kirchgangshäufigkeit über alle Personen (grand mean)
- Die Regressionskonstante variiert a) über Erhebungszeitpunkte (Zeilen der Perioden-Kohorten-Tabelle) und b) über die Geburtskohorten (Spalten dieser Tabelle)
- Das Modell hat also zwei random intercepts
- Der Fehlerterm u_{0j} erfasst die Variation der Regressionskonstante über die Kohorten, d.h. die über Perioden gemittelten Abweichungen der Geburtskohorten vom fixen Teil der Regressionskonstante
- v_{0k} steht entsprechend für den zufälligen Periodeneffekt, also die über Kohorten gemittelten Abweichungen der Erhebungsjahre von γ_0

Erweiterung II: APC-Analyse

- SPSS-Syntax für das Modell:

```
MIXED kgang WITH agezent agequad
  /FIXED = agezent agequad
  /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(kohorte)
  /RANDOM = INTERCEPT | SUBJECT(periode)
  /PRINT G SOLUTION TESTCOV CPS.
```

- Hinweis: Hier ist die Zahl der Level-2-Einheiten (19 Kohorten und 16 Messzeitpunkte) kleiner als die Lehrbuchvorgabe von 30
- Durch Weglassen der Syntaxoption „METHOD = ML“ wird daher ein „restricted maximum likelihood“ (REML-)Schätzer verwendet (in SPSS default)

Erweiterung II: APC-Analyse

Schätzungen fester Parameter[a]

Parameter	Schätzung	Standardfehler	Freiheitsgrade	T-Statistik	Signifikanz	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Konstanter Term	2,569855	,084946	19,222	30,253	,000	2,392200	2,747510
agezent	,014774	,000957	23,969	15,435	,000	,012799	,016750
agequad	-,000129	2,541317E-5	1894,501	-5,088	,000	-,000179	-7,946816E-5

a. Abhängige Variable: kgang.

Kovarianzparameter

Schätzungen von Kovarianzparametern[a]

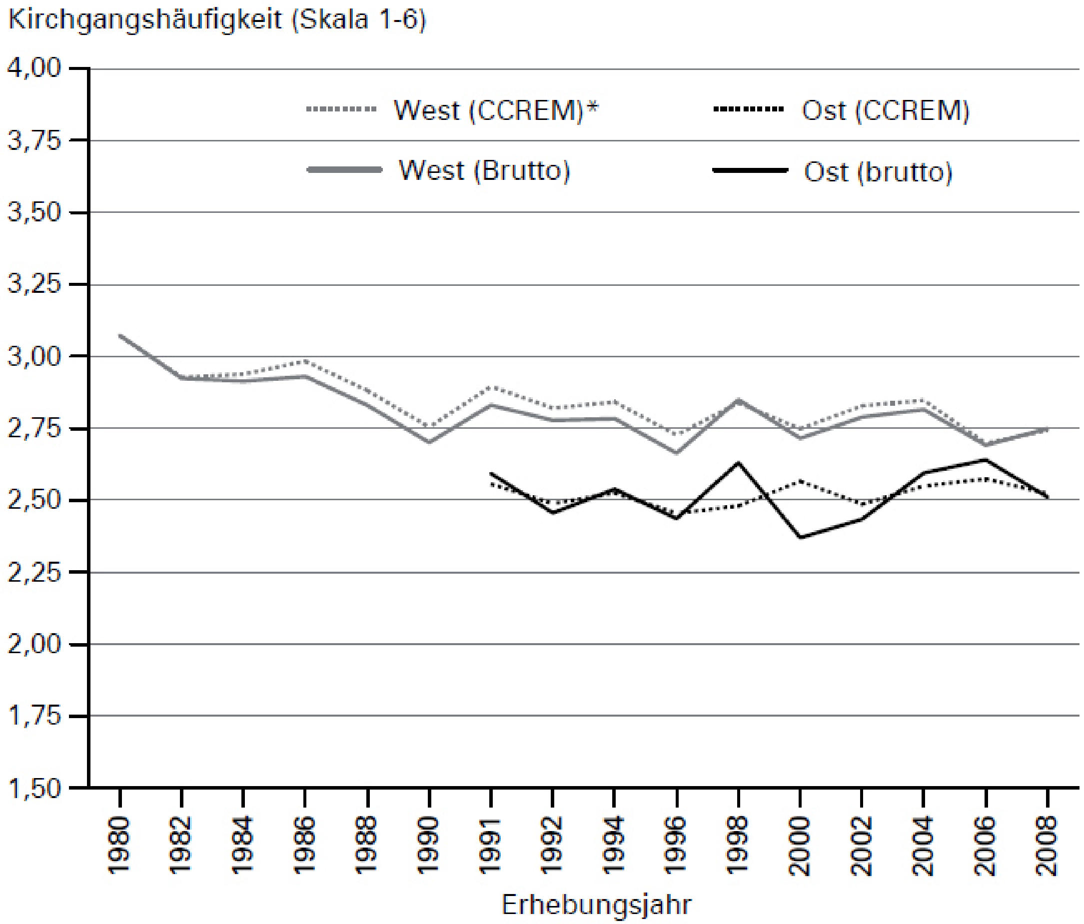
Parameter		Schätzung	Std.-Fehler	Wald Z	Sig.	Konfidenzintervall 95% Untergrenze	Konfidenzintervall 95% Obergrenze
Residuum		1,669604	,010601	157,488	,000	1,648954	1,690512
Konstanter Term [Subjekt = kohorte]	Varianz	,010135	,004046	2,505	,012	,004635	,022164
Konstanter Term [Subjekt = periode]	Varianz	,103607	,037059	2,796	,005	,051395	,208860

a. Abhängige Variable: kgang.

Erweiterung II: APC-Analyse

- Wesentliche Ergebnisse:
  - Alters-, Perioden- und Kohorteneffekte gleichzeitig signifikant
  - Glockenförmiger Alterseffekt (Vorzeichen des quadrierten Alters negativ)
  - Signifikante, aber überraschend kleine kohortenspezifische Varianz (Anteil an der Gesamtvarianz: 0,01 / 1,78 ≈ 0,006)
  - Signifikante periodenspezifische Varianz (0,1 / 1,78 = 0,056)
  - Probleme / Diskussionspunkte: Natur der Trenddaten erlaubt nur bedingt Schätzung von Alterseffekten, Kohorteneinteilung nach inhaltlichen Gesichtspunkten eventuell sinnvoller

Erweiterung II: APC-Analyse



* CCREM = Cross classified random effects model

Quelle: Kumulierter ALLBUS (1980-2008); eigene Berechnungen

Literaturempfehlungen

Einführungen / Überblicksliteratur

➢ Luke, D. A. (2004): Multilevel modeling. Sage University paper series in quantitative applications in the social sciences; 143. Thousand Oaks: Sage

➢ Ditton, H. (1998): Mehrebenenanalyse. Grundlagen und Anwendungen des Hierarchisch Linearen Modells. Weinheim: Juventa.

Lehrbücher

➢ Bryk, A. S. & Raudenbush, S. W. (1992): Hierarchical linear models: Applications and data analysis methods. Newbury Park, CA: Sage.

➢ Hox, J. (2002): Multilevel Analysis. Techniques and applications. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

➢ Kreft, I. G. G. & de Leeuw, J. (1998): Introducing multilevel modeling. Newbury Park, CA: Sage.

➢ Langer, W. (2004): Mehrebenenanalyse: Eine Einführung für Forschung und Praxis. Wiesbaden: VS-Verlag.

➢ Snijders, T. & Bosker, R. (2012): Multilevel analysis. An introduction to basic and advanced multilevel modeling. London: Sage.

Literaturempfehlungen

Logik der Panelanalyse

- Brüderl, J. (2010): Kausalanalyse mit Paneldaten. In: Handbuch sozialwissenschaftliche Datenanalyse, Hrsg. Best, Henning & Christoph Wolf, 963–994. Wiesbaden: VS Verlag.
- Wooldridge, J. (2013): Introductory econometrics: A modern approach. Cengage Learning.

Fixed-Effects-Ansatz

- Allison, P.D. (2009): Fixed effects regression models. Sage University paper series in quantitative applications in the social sciences; 160. Thousand Oaks: Sage

Wachstumskurven:

- Singer, J. D. & Willett, J.B. (2003): Applied longitudinal data analysis. Oxford: Oxford University Press.

APC-Analyse (Cross-Classified)

- Yang, Y. & Land, K. C. (2006): A mixed models approach to age-period-cohort analysis of repeated cross-section surveys: Trends in verbal test scores. Sociological Methodology 36: 75-97.

Umsetzung der Mehrebenenanalyse in SPSS

- Leyland, A. H.: A review of multilevel modeling in SPSS. Working paper.
- Linear mixed-effects modeling in SPSS: An introduction to the mixed procedure. SPSS Technical Report.