

Heft 15

München, Dezember 1984

Satelliten-Doppler- Messungen

Beiträge zum Geodätischen Seminar
24./25. September 1984

Herausgegeben von A. Schödlbauer
W. Welsch

SCHRIFTENREIHE

Wissenschaftlicher Studiengang Vermessungswesen
Hochschule der Bundeswehr München



Heft 15

München, Dezember 1984

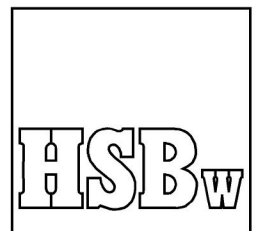
Satelliten-Doppler- Messungen

Beiträge zum Geodätischen Seminar
24./25. September 1984

Herausgegeben von A. Schödlbauer
W. Welsch

SCHRIFTENREIHE

Wissenschaftlicher Studiengang Vermessungswesen
Hochschule der Bundeswehr München



Der Druck dieses Heftes wurde aus Haushaltsmitteln der Hochschule der Bundeswehr München gefördert.

Auflagenhöhe: 700 Exemplare

Verantwortlich für die Herausgabe der Schriftenreihe:

Der Prodekan des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen

Bezugsnachweis:

Studiengang Vermessungswesen
im Fachbereich Bauingenieur- und Vermessungswesen
Hochschule der Bundeswehr München
Werner-Heisenberg-Weg 39
8014 Neubiberg

ISSN 0173-1009

VORWORT

Seit der Freigabe des Navy Navigation Satellite Systems (TRANSIT) für zivile Nutzung im Jahre 1967 hat sich das auf dieses System gestützte Verfahren der Satelliten-Dopplermessungen zu einem leistungsfähigen Instrument in vielen geodätischen Arbeitsbereichen, insbesondere beim Aufbau weltweiter und überregionaler Grundlagennetze und zur Bereitstellung von Paßpunkten für Verdichtungsmessungen unter Einsatz der Photogrammetrie oder von Inertialplattformen entwickelt. Die materiellen Systemkomponenten sowie die zur Berechnung der Satellitenbahnen und der Festpunktkoordinaten entwickelten Programme haben mittlerweile einen ausgereiften Entwicklungsstand erreicht, der bei hoher Wirtschaftlichkeit des Verfahrens hochgenaue Vermessungsergebnisse gewährleistet. Die weite Verbreitung, die TRANSIT-Dopplerempfänger weltweit gefunden haben, hat mehr dazu beigetragen, als internationale Vereinbarungen dies bewirken konnten, daß über die Grenzen der Länder und der politischen Machtblöcke hinweg ein einheitliches geodätisches Bezugssystem (Weltdatum) entstanden ist, und zwar nicht nur per Definition, sondern durch die reale Zuweisung von Koordinaten an Zehntausende von Festpunkten.

Der Nutzen, den das TRANSIT-System derzeit abwirft, wird auch vor dem Hintergrund neuer Technologien, vor allem in Konkurrenz mit dem im Aufbau befindlichen Global Positioning System (GPS), bis auf weiteres (mindestens weitere zehn Jahre) nicht geschmälert. Im Gegenteil: das System wird nicht nur für die Übergangszeit der nächsten Jahre seinen Platz behaupten und festigen können, sondern darüberhinaus den Einstieg in künftige Technologien der Satellitengeodäsie erleichtern.

Mit dem Seminar, das der vorliegenden Veröffentlichung zugrundeliegt, wurde mit den Mitteln, die dem hiesigen Institut für Geodäsie zur Gebote stehen, versucht, dem Praktiker einen Überblick über die derzeit bestehenden Möglichkeiten und einen Ausblick in die Zukunft zu geben. Wenn dies gelungen ist, was die Veranstalter gerne hoffen möchten, dann lag dies in hohem Maße an den wertvollen Beiträgen, die die zu einem großen Teil aus anderen Instituten gewonnenen Referenten aus einem reichen Wissens- und Erfahrungsschatz heraus geleistet haben. Dafür sei allen Mitwirkenden an dieser Stelle ausdrücklich Dank gesagt.

Albert Schödlbauer

Walter Welsch

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
Vorwort	1
Das Navy Navigation Satellite System (NNSS)	5
SEEBER, G. Das Navy Navigation Satellite System und seine geodätische Nutzung	7
SCHLÜTER, W. Systemüberwachung und Ephemeriden- berechnung	31
HAUCK, H. Das Navy Navigation Satellite System - Auswertemodelle und Programmsystem	47
Ausgewählte Transformations- und Ausgleichungsprobleme	61
SCHÖDLBAUER, A. Bezugssysteme der Landesvermessung unter Berücksichtigung terrestrischer und satel- liten-geodätischer Meß- und Auswerteverfahren	63
WELSCH, W. Kombinierte Ausgleichung von Doppler-Satel- litennetzen und terrestrischen Netzen	155
HEIN, G. Satellitenmessungen und integrierte Geodäsie	193
Satelliten-Dopplerkampagnen und Testnetze	199
RINNER, K. Über die Deutsch-Österreichische Doppler Kampagne	201
WOLF, H. Satelliten-Dopplermessungen in der Berech- nung des Europäischen Dreiecksnetzes (RETrig)	221
SEEBER, G., SEEGER, H. Satelliten-Dopplermessungen im Deutschen Hauptdreiecksnetz	231
SEEGER, H. Zur Geoidbestimmung im Alpenraum mit Hilfe von Dopplermessungen im NNSS (ALGEDOP)	249
SCHENKE, H.W. Doppler-Satellitenmessungen im dreidimen- sionalen Testnetz Westharz	267
HEISTER, H., GLASMACHER, H. Satelliten-Dopplermessungen im Testnetz Inntal	307

	Seite
Künftige Entwicklungen	327
HARTL, Ph., THIEL, K.-H. Das NAVSTAR Global Positioning System (GPS)	329
STRAUSS, R. Macrometermessungen im Deutschen Haupt- dreiecksnetz	361
REIGBER, Chr. Geodätische Aktivitäten im Bundesministerium für Forschung und Technologie und das Erdbe- obachtungsprogramm der European Space Agency	369
Teilnehmerliste	385
Programm	391

DAS NAVY NAVIGATION SATELLITE SYSTEM

(NNSS)

DAS NAVY NAVIGATION SATELLITE SYSTEM UND SEINE
GEODÄTISCHE NUTZUNG

von

Günter SEEBER
Institut für Erdmessung
Universität Hannover
Nienburger Str. 5
D-3000 Hannover 1
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird eine Übersicht zum Prinzip, Weltraum-, Kontroll- und Nutzersegment des Navy Navigation Satellite System gegeben. Weiterhin werden die wesentlichen genauigkeitsbegrenzenden Einflüsse, Beobachtungsstrategien und Auswertemodelle diskutiert. Abschließend werden verschiedene Anwendungsbereiche in der Geodäsie referiert.

ABSTRACT

A short review on principle, space-, control- and usersegment of the Navy Navigation Satellite System is given. The error budget, observation methods and modelling are discussed. Different fields of geodetic applications are indicated.

1. EINLEITUNG

Satelliten-Dopplermessungen haben sich in den vergangenen Jahren zu einem leistungsfähigen operationellen Instrument in vielen geodätischen Arbeitsbereichen entwickelt. Während anfangs noch globale Anwendungen und die Bestimmung von Fundamentalpunkten in geodätischen Netzen im Vordergrund standen, nehmen in jüngerer Zeit die Anwendungen in lokalen Bereichen für die Lösung und Unterstützung geodätischer oder photogrammetrischer Aufgabenstellungen zu. Dies gilt in besonderem Maße für die Arbeiten in Ländern mit fehlenden oder unzureichenden geodätischen Grundlagen. Auch in Nachbargebieten wie z.B. der Meeresgeodäsie oder der Antarktischforschung haben sich Aufgabenfelder entwickelt, zu deren Bearbeitung Satelliten-Dopplermessungen routinemäßig herangezogen werden. In entsprechender Weise hat auch die Entwicklung der Satelliten-Empfangsanlagen und der Auswerteprogramme einen gewissen Abschluß erreicht. Auf instrumentellem Gebiet sind wesentliche Neuerungen nicht mehr zu erwarten, und die jetzt erreichte Auswertegenauigkeit von etwa ± 20 cm läßt ebenfalls keine wesentliche Steigerung mehr zu. Das Satellitensystem als solches wird etwa für noch zehn Jahre weitgehend unverändert aufrecht erhalten.

Es ist folglich sicher gerechtfertigt, das Verfahren der Satelliten-Dopplermessungen heute zu den Standardmeßverfahren der Geodäsie zu zählen und es - wie im Amerikanischen üblich - als "mature system", als ausgereiftes System zu bezeichnen. Ein wichtiger Vorteil für den heutigen Nutzer liegt u.a. darin, daß dieses Satellitensystem - und -verfahren ausführlich dokumentiert ist. Die meisten Informationen findet man in den Proceedings von vier internationalen Symposien, die ausschließlich oder überwiegend diesem Verfahren gewidmet waren (PROCEEDINGS 1976, 1979, 1980, 1982). Zusammenfassende ausführliche Darstellungen sind auch in den umfassenden Firmenschriften von STANSELL (1978) und HOAR (1982) sowie in dem Beitrag von SCHLÜTER (1982) enthalten. Deutschsprachige Literatur findet man bislang nur vereinzelt in Form kurzer Übersichtsbeiträge (z.B. SEEBER 1980, SEEBER 1982, SEEBER u.a. 1982).

Mit dem vorliegenden Sammelband des Seminars "Satelliten-Dopplermessungen" wird hier eine Lücke geschlossen. Ziel dieses Einführungsbeitrages soll es sein, auf einige allgemeine Zusammenhänge bei der geodätischen Nutzung des Navy Navigation Satellite Systems hinzuweisen. Detaildarstellungen finden sich in den jeweiligen Einzelbeiträgen.

2. GRUNDPRINZIP DER SATELLITEN-DOPPLERPOSITIONSBESTIMMUNG

Unter dem Dopplereffekt, benannt nach dem österreichischen Physiker CHRISTIAN DOPPLER (1803-1853), versteht man die Frequenzänderung eines Wellensignals, wenn Sender und Empfänger eine Relativbewegung zueinander ausführen. Sendet ein künstlicher Erdsatellit stabile Signale auf einer Frequenz f_s , dann empfängt ein beliebiger Beobachter aufgrund der Relativbewegung ein frequenzverschobenes Signal f_r . Unter Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung gilt dabei die Grundbeziehung

$$f_r = f_s \left(1 - \frac{1}{c} \frac{dr}{dt} \right), \quad (1)$$

wobei r den gegenseitigen Abstand zwischen Sender und Empfänger und c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum bedeuten. Eine ausführliche Herleitung der Dopplergleichung (1) findet sich z.B. bei WELLS (1974). Der gemessene Dopplereffekt ist damit ein Maß für die Entfernungsänderung. Es wurde bereits sehr frühzeitig nach dem Start des ersten künstlichen Erdsatelliten im Jahre 1975 erkannt, daß die Beobachtung des Dopplereffektes bei bekannten Beobachterpositionen dazu genutzt werden kann, Satellitenbahnen zu bestimmen (z.B. PRIESTER und HERGENHAHN 1958). Umgekehrt erkannten die amerikanischen Physiker GUIER und WEIFFENBACH, daß bei bekannten Satellitenkoordinaten und beobachtetem Dopplereffekt genaue Beobachterkoordinaten abgeleitet werden können. Hiermit eröffnete sich die Möglichkeit zur Errichtung eines leistungsfähigen Navigationssystems, das ebenfalls 1958 von MC CLURE zur Entwicklung vorgeschlagen wurde (HOSKINS und DANCHIK 1984). Bereits 1959 wurde der erste experimentelle Satellit TRANSIT 1A gestartet.

Ein Hauptproblem war dabei, eine genügend genaue Kenntnis des Erdschwerefeldes zu gewinnen, um Satellitenbahnen mit ausreichender Genauigkeit vorausberechnen zu können. Die ersten Jahre der Systementwicklung dienten damit vorrangig der Bestimmung eines verbesserten Erdschwerefeldes (vgl. Abb. 1), sowie der Entwicklung geeigneter Satelliten und Nutzerausrüstungen. 1964 konnte das Transit-System unter dem Namen "Navy Navigation Satellite System" NNSS als operabel erklärt werden und wurde 1967 auch für zivile Nutzer freigegeben.

Der Grundgedanke des Verfahrens besteht darin, daß die Satelliten als "Träger ihrer eigenen Koordinaten" ständig Informationen über die jeweilige Position in einem geeigneten Bezugssystem an die Nutzer weitergeben, die dadurch in die Lage versetzt werden, durch Messung des Dopplereffektes und davon ausgehend durch die Ableitung geometrischer Beziehungen zwischen Sende- und Empfangsantennen und der Annahme eines geeigneten mathematisch-physikalischen Modells die Koordinaten der Empfangsantennen im gleichen Bezugssystem zu bestimmen. Eine einfache geometrische Interpretation kann darin gesehen werden, daß jede über ein bestimmtes Zeitintervall integrierte Dopplerverschiebung eine Entfernungsdifferenz zwischen Beobachter- und Satellitenposition ergibt. Ausgehend von den Anfangs- und Endpositionen eines Satelliten für die jeweiligen Integrationsgrenzen definiert jede der gemessenen Entfernungsdifferenzen ein Hyperboloid im Raum. Der Schnitt mehrerer solcher Hyperboloide führt zur Position der Empfangsantenne.

Beobachtungsgröße ist der sogenannte integrierte "Dopplercount" N_{jk} . Hierzu wird die empfangene Frequenz f_r mit einer im Empfänger erzeugten stabilen Bezugsfrequenz f_g verglichen. Die aufgrund der Relativbewegung veränderliche Differenzfrequenz $(f_g - f_r)$ wird über ein Zeitintervall $(T_k - T_j)$ gezählt also

$$N_{jk} = \int_{T_j}^{T_k} (f_g - f_r) dT \quad (2)$$

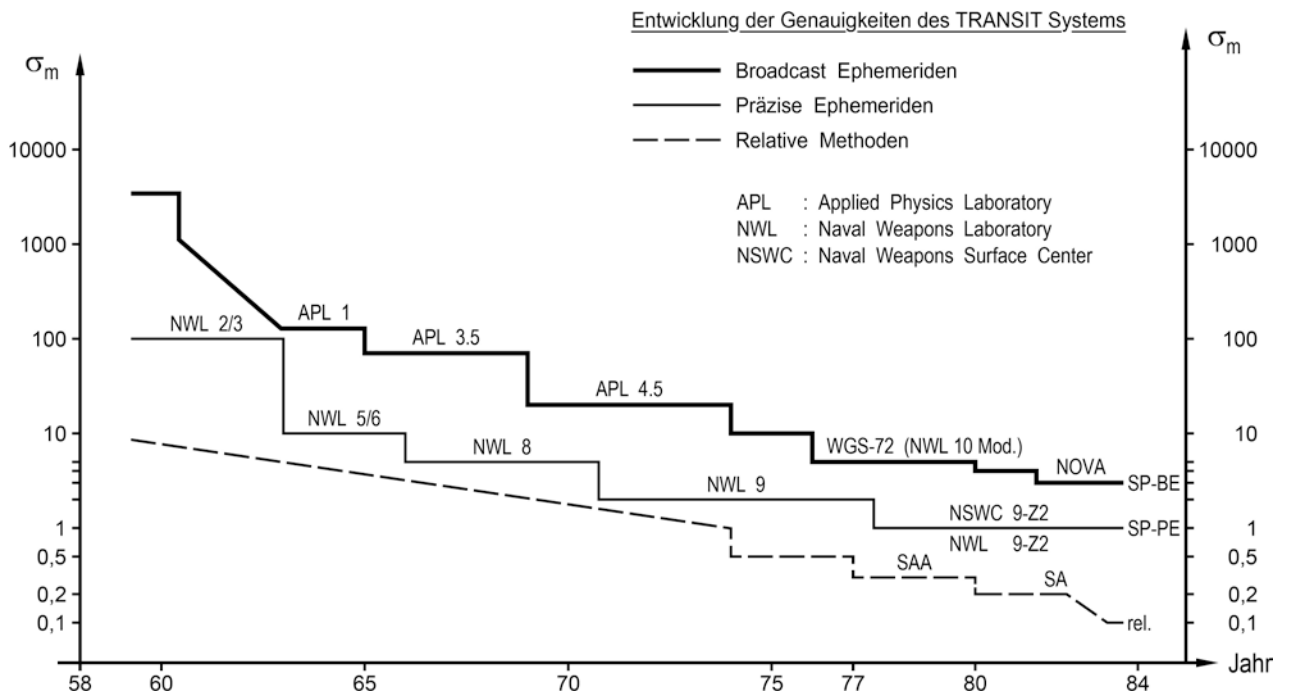


Abb. 1: Entwicklung der Genauigkeit des Transitsystems
 SP=Single Point; SA=Short Arc; SSA=Semi Short Arc
 (nach SCHENKE 1984)

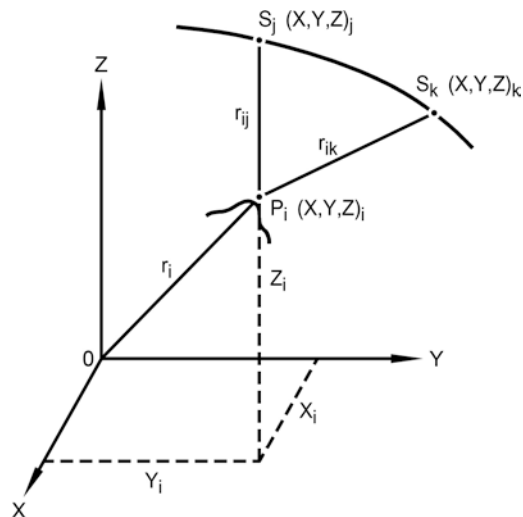


Abb. 2: Geometrische Zusammenhänge bei der Satelliten-Dopplermessung

Dabei bedeuten

- f_s = die von Satelliten abgestrahlte stabile Sendefrequenz
- f_r = die empfangene, veränderliche Satellitenfrequenz auf der Empfangsstation
- f_g = eine im Empfänger erzeugte stabile Bezugsfrequenz
- t_j, t_k = ausgesendete Zeitmarken am Satellit, die den Satellitenpositionen S_j, S_k entsprechen
- T_j, T_k = empfangene Zeitmarken im Empfänger
- c = Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
- $N_{j,k}$ = integrierter Dopplercount zwischen den Zeitmarken T_j, T_k .

Zwischen t_k und T_k besteht entsprechend Abb. 2 die Beziehung

$$T_j = t_j + r_{ij}/c ; T_k = t_k + r_{ik}/c . \quad (3)$$

Folglich gilt

$$N_{jk} = \int_{t_j + \frac{r_{ij}}{c}}^{t_k + \frac{r_{ik}}{c}} (f_g - f_r) dt \quad (4)$$

Da die vom Satelliten im Zeitintervall $(t_k - t_j)$ abgestrahlte Zahl der Schwingungen der Sendefrequenz f_s gleich der im Zeitintervall $(T_k - T_j)$ empfangenen Zahl von Schwingungen der Empfangsfrequenz f_r sein muß, also

$$\int_{t_j}^{t_k} f_s(dt) = \int_{t_j + \frac{r_{ij}}{c}}^{t_k + \frac{r_{ik}}{c}} f_r(dt) , \quad (5)$$

gilt für die Lösung der Gleichung (4)

$$N_{jk} = (f_g - f_s) (t_k - t_j) + \frac{f_g}{c} (r_{ik} - r_{ij}) \quad (6)$$

Mit X_i, Y_i, Z_i als kartesische Koordinaten der Beobachtungsstation P sowie X_j, Y_j, Z_j sowie X_k, Y_k, Z_k als Koordinaten der Satellitenposition zu den Zeitpunkten t_j und t_k , folgt die Grundgleichung für das funktionale Modell der Satelliten-Dopplermessungen

$$\begin{aligned}
N_{jk} = & \frac{f_g}{c} \left[\left\{ (X_k - X_i)^2 + (Y_k - Y_i)^2 + (Z_k - Z_i)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} - \right. \\
& \left. - \left\{ (X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \right] + \\
& + (f_g - f_s) \cdot (t_k - t_j)
\end{aligned} \tag{7}$$

In dieser Gleichung treten die drei Stationskoordinaten X_i , Y_i , Z_i sowie die Frequenzdifferenz $(f_g - f_s)$ zwischen Empfänger- und Satellitensoszillator als Unbekannte auf. Bei einem Integrationsintervall von jeweils 30 Sekunden reicht im Prinzip ein etwa 15 minütiger Satellitendurchgang für eine Positionsbestimmung der Empfangsantenne aus. Aus geometrischen Gründen gestattet ein einzelner Durchgang unter Festhalten der Höhe nur eine zweidimensionale Lösung, so wie es in der Navigation benötigt wird. Für geodätische Anwendungen wird durch die Beobachtung und gemeinsame Auswertung eine größere Anzahl von Satellitendurchgängen (z.B. ~ 50) eine gesteigerte Genauigkeit der dreidimensionalen Positionsbestimmung ermöglicht. Hierzu ist auch eine weitere Verfeinerung des Auswertemodells erforderlich (vgl. Kap. 4).

3. WELTRAUM- UND KONTROLLSEGMENT

Ein operationelles Satellitensystem zur Positionsbestimmung bzw. Navigation kann in drei verschiedene Segmente unterteilt werden, nämlich das

- Weltraumsegment
- Kontrollsegment
- Nutzersegment.

In diesem Abschnitt sollen zunächst das Weltraum- und Kontrollsegment des Navy Navigation Satellite Systems behandelt werden. Die Darstellung kann knapp gehalten werden, da hierzu ein gesonderter Beitrag gegeben wird (SCHLÜTER 1984). Naturgemäß wird bei einem Satellitensystem, das auch militärisch genutzt wird, darauf geachtet, daß Weltraum- und Kontrollsegment unter

der ausschließlichen Kontrolle des Systembetreibers stehen. Dies ist für das NNSS-System der Fall, auch wenn die Zahl der zivilen Nutzer die der militärischen bei weitem übersteigt. Weiterhin wird darauf geachtet, daß der Nutzer keine aktiv sendende Empfangsanlage unterhält und daß somit der Signalfluß zwischen Kontroll- und Weltraumsegment zum Nutzersegment nur in eine Richtung geht. Alle Daten, die der Nutzer benötigt, werden vom Weltraumsegment ausgestrahlt. Sie enthalten u.a.

- Bahninformationen der Satelliten
- Zeitinformationen
- Identifikations- und Kalibrierungsinformationen.

Zum Weltraumsegment des NNSS-Systems gehören zur Zeit fünf Satelliten mit den Identifikationsnummern 11, 13, 19, 20, 48. Vier davon sind vom älteren Typ "OSCAR". Der Satellit 13 wurde beispielsweise im Mai 1969 gestartet und arbeitet damit seit mehr als 17 Jahren ohne nennenswerte Störungen. Zur Zeit sind noch 12 OSCAR-Satelliten in Reserve, die wegen Auslaufens des zugehörigen Trägerraketenprogramms im Jahre 1987 voraussichtlich vorsorglich in Parkbahnen geschossen werden. Dabei ist daran gedacht, mit einer Scout-Trägerrakete zwei Satelliten zu befördern ("Stacked Oscar on Scout" SOOS).

Im Mai 1981 wurde ein Satellit vom Typ "NOVA" unter der Identifikationsnummer 48 zur Erweiterung des NNSS-Systems gestartet. Ein weiterer NOVA-Satellit ist fertiggestellt und kann bei Bedarf eingesetzt werden. Die NOVA-Satelliten haben gegenüber den älteren OSCAR-Satelliten erhebliche Vorteile (EISNER u.a. 1982). Insbesondere verfügen sie über ein Kompensationssystem, das Oberflächenkräfte ausgleichen kann und damit eine erheblich höhere Vorhersagegenauigkeit der Bahnposition zuläßt.

Die Satelliten des Transitsystems befinden sich in rund 1000 km Höhe in polnahen Bahnen und ermöglichen damit eine globale Überdeckung. Wegen der geringen Zielgenauigkeit der Scoutraketen beträgt die Bahnneigung jedoch nicht genau 90°, so daß die Bahnen der OSCAR-Satelliten sehr starke Präzessionsbewegungen von bis zu 6°/Jahr aufweisen.

Dies führt zu einer ständig veränderten Bahnkonfiguration, die insbesondere in äquatornahen Gebieten sehr unterschiedliche Wartezeiten zwischen zwei aufeinander folgenden Satellitendurchgängen zur Folge haben kann. Aus dem gleichen Grunde können verschiedene Bahnebenen sehr eng zusammenfallen, so daß einzelne Satelliten wegen gegenseitiger Störungen zeitweise abgeschaltet werden müssen. Insgesamt kann jedoch festgestellt werden, daß die Satelliten des NNSS-Systems sehr zuverlässig sind. Nach gegenwärtiger Planung kann davon ausgegangen werden, daß das System bis etwa 1994 aufrecht erhalten wird.

Die Satelliten senden kontinuierliche Signale auf 150 MHz und 400 MHz aus, um aus den unterschiedlichen Ausbreitungsbedingungen Rückschlüsse auf den Zustand der Ionosphäre ziehen zu können. Den Trägersignalen sind durch Phasenmodulation Bahn- und Zeitinformationen aufgeprägt. Jeder der Satelliten sendet in jedem Zweiminutenintervall einen vollständigen Datensatz der für den Beobachtungszeitraum zutreffenden Bahninformationen aus, die sogenannten operationellen oder "Broadcast"-Ephemeriden. Ihre wesentliche Rolle ist darin zu sehen, daß sie es ermöglichen, während oder unmittelbar nach der Beobachtung eine Dopplerlösung zu berechnen. Der Datensatz beginnt mit einer Zeitmarke zu jeder geraden Weltzeitminute und enthält 8 variable und 17 feste Bahnparameter. Die festen Bahnparameter beschreiben eine mittlere oskulierende Bahnellipse, während in jedem der acht variablen Ephemeridenwerte drei Angaben über Abweichungen von der mittleren Bahn enthalten sind, und zwar für den Aussendement selbst sowie für die drei vorhergehenden und die vier nachfolgenden Zweiminutenzeitmarken. Auf diese Weise ist es möglich, für jeden beliebigen gewünschten Zeitraum durch einen geeigneten Glättungsansatz die Bahnkoordinaten zu bestimmen.

Die von den Satelliten übermittelten Ephemeriden werden aufgrund von 36-stündigen Beobachtungen auf 4 Stationen in den USA von einer Arbeitsgruppe der US-Navy vorausberechnet und alle 12 Stunden in den elektronischen Speicher der Satelliten eingespeist. Da es sich um extrapolierte Daten handelt, sind sie naturgemäß mit verhältnismäßig großen Abweichungen von der

tatsächlichen Bahn behaftet. Diese Bahnvorhersagefehler betragen im Mittel ± 10 bis ± 25 m, sie können in Zeiten starker Sonnenaktivität aber erheblich größer ausfallen. Der überwiegende Anteil beruht auf unvorhersagbaren Oberflächenkräften, z.B. durch Strahlungsdruck der Sonne. Ein weiterer wesentlicher Anteil kommt aus den Unsicherheiten des Erdschwerefeldes, in dem die Bahnbewegung gerechnet wird. Aufgrund dieser Ungenauigkeiten in der Bahnvorhersage kann aus einem einzelnen Satellitendurchgang keine höhere Genauigkeit als etwa $\pm 12 \dots 28$ m für die zweidimensionale Positionsbestimmung erwartet werden (BLACK 1980). Für NOVA-Satelliten verringert sich diese Angabe auf $6 \dots 14$ m. Eine Verbesserung kann durch Ansammeln von Beobachtungen erzielt werden, da ein Teil der Fehlerkomponenten zufällig wirkt. Als Faustregel gilt, daß bei etwa 50 Satellitendurchgängen mit einem mittleren Fehler von $\pm 3 \dots 5$ m je Koordinate gerechnet werden muß.

Für amtliche Vermessungsaufgaben können einem eingeschränkten Kreis von Nutzern nachträglich genauere Bahninformationen für ein oder zwei Satelliten und abgegrenzte Arbeitsgebiete zur Verfügung gestellt werden, die sogenannte "Precise Ephemeris". Sie werden aufgrund von 48-stündigen Beobachtungen auf etwa 20 weltweit verteilten Stationen berechnet und in Form von minütlichen, erdfesten rechtwinkligen Koordinaten und Geschwindigkeitskomponenten bereitgestellt. Mit diesen präzisen Ephemeriden läßt sich eine absolute Koordinatengenauigkeit von etwa $\pm 0,5$ bis ± 1 m erreichen. Sie sind deshalb für die Einzelpunktbestimmung außerordentlich wichtig. Die Bezugssysteme der operationellen und der präzisen Ephemeriden weichen geringfügig voneinander ab. Weitergehende Ausführungen zum Kontrollsegment finden sich in dem Beitrag von SCHLÜTER (1984).

4. NUTZERSEGMENT UND BEOBACHTUNGSABLAUF

Eine typische Satellitenempfangsanlage für das Transitsystem besteht aus Antenne mit Vorverstärker, Empfangsgerät mit Datenprozessor, Datenaufzeichnungseinrichtung sowie Stromver-

sorgung. In die neuesten Empfänger der heutigen Generation sind in der Regel Mikroprozessoren eingebaut, die verschiedene Funktionen übernehmen können. Es wird damit schwierig, die eigentlichen Beobachtungen von vorverarbeiteten zu trennen. Eine erste Grobunterscheidung betrifft die sogenannten Einkanal- bzw. Zweikanalempfänger. Einkanalempfänger, die nur eine der Trägerfrequenzen empfangen können und etwa 90% des Markts ausmachen, werden vorrangig für die Navigation eingesetzt. Geodätisch interessant sind ausschließlich Zweikanalempfänger, da hiermit eine Schätzung der ionosphärischen Refraktionskorrektur möglich wird; nur solche Empfangsanlagen sollen hier diskutiert werden.

Programmaustausch

Heute sind vorrangig Geräte von vier ausschließlich nordamerikanischen Herstellern im Gebrauch, nämlich Magnavox, Marconi, JMR und Motorola, wobei Marconi seit einigen Jahren die Produktion eingestellt hat. Alle vier Firmen haben moderne, mikroprozessorgesteuerte Systeme auf den Markt gebracht, die weitgehend automatisiert sind und erheblich Komfort bieten. Die Firma MAGNAVOX blickt auf eine lange Erfahrung im Bau von Satellitenempfängern zurück und brachte 1977 als vorläufige Endstufe in der Entwicklung geodätischer Empfänger den MX 1502 Geoceiver auf den Markt. Das Gerät ist sehr robust und kompakt gebaut, wiegt etwa 19 kg und enthält eine integrierte Datenregistriereinheit auf Kassetten. Die Betriebsprogramme sind auf Einschüben integriert und brauchen nicht eingelesen zu werden. Dies hat den Vorteil einfacher Startprozeduren; ein Programmaustausch ist aber nur über neue Steckkarten möglich. Die Bedienung erfolgt über ein Tastenfeld; Ergebnisse werden alphanumerisch angezeigt. Mit zusätzlichen Einschüben ist die Auswertung von Simultanbeobachtungen zweier Instrumente im Felde möglich. Die Antenne ist sehr leicht; das Gesamtsystem ist damit einfach zu transportieren. Der Beobachtungsablauf erfolgt nach gewissen eingebbaren Kriterien vollautomatisch. Als Nachteil kann angesehen werden, daß eine Vorauswahl bestimmter Satellitendurchgänge nicht möglich ist und daß zur Weiterverarbeitung von registrierten Daten ein spezielles Kassettenlesegerät erforderlich ist.

CANADIAN MARCONI brachte 1979 als letzte Entwicklungsstufe die Empfangsanlage CMA 761 heraus. Die Betriebsprogramme werden hier über die Datenkassetteneinheit eingelesen und gestatten u.a. eine gezielte Vorauswahl von Satellitendurchgängen sowie eine Datenauswertung im Felde. Der Beobachtungsablauf erfolgt auch hier mikroprozessorgesteuert. Über eine Zusatzeinheit, die Environmental Sensor Unit (ESU), können atmosphärische Parameter mit auf die Datenkassetten geschrieben werden. Als besonders vorteilhaft ist zu bemerken, daß die Datenregistrier-einheit auch zum Übertragen der Meßdaten auf ein Minicomputer-system eingerichtet ist.

Der Hersteller JMR (jetzt Edo Western) brachte 1973 ein erstes kompaktes Gerät, das JMR 1-System, auf den Markt, das auch heute noch vielfach eingesetzt wird. Letztes Glied in der Kette ist heute der JMR 2000 "Global Surveyor", der sich durch besonders geringes Gewicht, integrierte Funktionen und geringen Stromver-brauch auszeichnet. Die Daten können auf Festkörperspeichern oder alternativ auf Kassetten registriert werden. Die Betriebs-programme sind fest installiert. In der umfassendsten Ausbau-stufe kann ein Mehrstationenauswerteprogramm im Felde abgearbei-tet werden.

In jüngster Zeit hat auch MOTOROLA einen Transiteempfänger, das "Mini-Ranger Satellite Survey System", vorgestellt, über das aber bisher wenig bekannt geworden ist.

Alle diese Empfangssysteme verfügen über umfassende Hilfspro-gramme, wie Koordinatentransformationen, Vorhersage von Satellitendurchgängen und Einzel- sowie Mehrstationsberech-nungen im Feldebetrieb. Je nach Anwendungsfall zeigen sich je-weils geringfügige Vor- und Nachteile. Insgesamt handelt es sich um gleichermaßen hochwertige und ausgereifte Geräte.

Der Beobachtungsablauf ist heute weitgehend automatisiert. Die Antenne muß möglichst so aufgestellt werden, daß keine Horizontverdeckungen auftreten. In bewaldeten Gebieten wird damit u.U. der Einsatz von Antennenmasten erforderlich,

da Verdeckungen eine Verkürzung des beobachtbaren Satellitenbahn Bogens und damit ein Verwerfen bei der nachfolgenden Datenprüfung zur Folge haben können. Bei hohen Genauigkeitsansprüchen sollten außerdem regelmäßig die aktuellen Wetterdaten (Druck, feuchte und trockene Temperaturen) registriert werden. Vor Beginn eines Meßeinsatzes können aus einem beliebigen vollständigen Satz von registrierten Satellitendaten die Bahnvorhersagen für das Beobachtungsgebiet gerechnet werden. Für diese sogenannte "Alertberechnung" liefern die meisten Gerätehersteller Programme. Bei Geräten mit Mikroprozessoren kann die Alertberechnung auch im Gerät selbst erfolgen. Aufgrund dieser Alertangabe kann vor Beginn eines Meßvorhabens bereits ein detailliertes Beobachtungsprogramm erstellt werden. Neuere Empfänger schalten sich selbsttätig bei geeigneten Satellitendurchgängen ein und aus. Auf diese Weise ist im Prinzip ein mehrtägiger unbeaufsichtigter Beobachtungsablauf möglich, sofern die Stromversorgung gesichert ist. Für neuere Empfangsanlagen reicht eine vollgeladene Fahrzeugbatterie ein bis mehrere Tage.

5. FEHLEREINFLÜSSE, BEOBACHTUNGSSTRATEGIEN UND AUSWERTEMODELLE

Generell werden die wirksamen Fehlereinflüsse bei der Satelliten-Dopplerpositionsbestimmung in drei Hauptgruppen unterteilt, nämlich

- Fehler der vorhergesagten Ephemeriden
- Fehler der angenommenen Signalausbreitung durch die Atmosphäre
- Fehler im Empfängersystem.

Ausführliche Diskussionen hierzu findet man z.B. bei SEEBER (1978) und in Einzelbeiträgen der PROCEEDINGS (1976, 1979, 1980, 1982). Der Hauptanteil der Ephemeridenfehler liegt in unkorrekt modellierten Oberflächenkräften aufgrund von atmosphärischer Reibung und Strahlungsdruck der Sonne. Diese Einflüsse lassen sich nur schwer vorhersagen und führen im Mittel zu Abweichungen von 10 - 25 m von der vorhergesagten Bahn

(Broadcast-Ephemeriden). Bei starker Sonnenaktivität können diese Einflüsse kurzzeitig bis zu hundert Metern erreichen und damit die Navigationsgenauigkeit erheblich einschränken. Bei NOVA-Satelliten wird dieser Effekt weitgehend durch die DISCOS-Einrichtung kompensiert und beträgt lediglich 1 - 3 m. Weiterhin wirken die Unsicherheit des verwendeten Schwerefeldes und die Koordinaten der Bahnvorhersagestationen auf die Ephemeridengenauigkeit. Gegenwärtig kann dieser Einfluß mit etwa 5 m abgeschätzt werden.

Der Haupteinfluß der Atmosphäre auf die Signalausbreitung erfolgt in der Ionosphäre. Da der Einfluß frequenzabhängig ist, kann er in erster Ordnung durch Messung auf den beiden Trägerfrequenzen 150 und 400 MHz weitgehend kompensiert werden. Gegenwärtig werden Modelle zur Erfassung des Korrekturanteils 3. Ordnung diskutiert (z.B. SCHENKE 1984). Für den Einfluß der Troposphäre wurden verschiedene Modelle entwickelt, in die aktuelle atmosphärische Daten einzuführen sind. Als besonders geeignet hat sich das Modell von BLACK-HOPFIELD erwiesen (SCHENKE 1984), das auch die Bearbeitung von sehr niedrigen Satellitendurchgängen zuläßt. Der gesamte Resteinfluß der Atmosphäre auf die Einzel-Pass-Beobachtung kann mit 1 - 5 m abgeschätzt werden.

Auf der Empfängerseite spielen insbesondere die Qualität des Oszillators und die Stabilität des Antennenphasenzentrums eine wichtige Rolle. Geodätische Empfangsanlagen verfügen heute in der Regel über einen Hochleistungsoszillator, dessen Verhalten im Auswerteansatz mit modelliert werden kann. Um systematische Differenzen im Antennenphasenzentrum zu erfassen, sind bei größeren Meßvorhaben Vergleichsmessungen am selben Ort empfehlenswert. Bei Verwendung identischer Antennen auf allen Punkten macht sich ein Phasenfehler in den Koordinatendifferenzen nicht bemerkbar. Der Gesamtfehlereinfluß auf der Empfängerseite kann mit 1 - 5 m angesetzt werden.

Für den Einzeldurchgang führt das gesamte Fehlerbudget zu einem mittleren Positionsfehler von ca. 10 - 30 m.

In der Navigationsanwendung muß hierzu noch der Einfluß der Antennenbewegung gerechnet werden, der je nach Umständen sehr erheblich werden kann. Auf festen Stationen werden zur Genauigkeitsverbesserung eine größere Anzahl von Satellitendurchgängen beobachtet, so daß sich die zufälligen Anteile des Fehlerbudgets weitgehend herausmitteln. Bei 50 Durchgängen ergibt sich hieraus eine Koordinatengenauigkeit von ca. $\pm 3 \dots 5$ m. In mittleren Bereichen benötigt man hierzu eine Beobachtungsdauer von etwa 3 - 5 Tagen.

Die angegebenen Genauigkeitsmaße (1σ) können als absolute Genauigkeit im geozentrischen Bezugssystem der Broadcast-Ephemeriden charakterisiert werden (SCHLÜTER 1984, SCHÖDLBAUER 1984). Eine wesentliche weitere Genauigkeitssteigerung ist aber auch durch erhebliches Anhäufen von Beobachtungen nicht möglich, da das Bezugssystem der Broadcast-Ephemeriden nicht genauer definiert ist. Mehrjährige Analysen der Beobachtungen haben gezeigt, daß in den Ergebnissen langfristige periodische Anteile enthalten sind (z.B. SCHLÜTER 1984). Man kann folglich festhalten, daß bei der Einzelstationsbeobachtung mit Broadcast-Ephemeriden und etwa 50 Beobachtungen eine absolute Koordinatengenauigkeit von $\pm 3 \dots 5$ m erreichbar ist. Bei Verwendung der präzisen Ephemeriden beträgt dieser Wert $\pm 0,5 \dots 1$ m. Broadcast-Beobachtungen im Einzelstationsmodus sind deshalb für Aufgaben der Landesvermessung in der Regel nicht verwendbar. Andererseits wurden Auswertungsergebnisse mit Precise Ephemeris weltweit zur Einrichtung von Festpunkten benutzt.

Aus der Überlegung, daß ein erheblicher Teil der Fehlereinflüsse auf benachbarten Stationen gleich wirkt und damit bei der Differenzbildung weitgehend herausfällt, hat sich als Standardverfahren der Doppler-Satellitenmessungen die gleichzeitige Beobachtung auf zwei oder mehr Stationen herausgebildet. Im Falle von zwei Stationen spricht man auch von Translokationsverfahren. Tabelle 1 verdeutlicht den Genauigkeitsgewinn, der dabei auf Grund der hohen Korrelation zwischen benachbarten Stationen entsteht. Diese Korrelation nimmt mit zunehmender Entfernung ab, da die Länge gemeinsam beobachteter Bahnstücke

Station	m_x	m_y	m_z	Akzeptierte Durchgänge	Dauer der Beobachtung	
For-schungs-plattform Nordsee FPN	$\pm 21,4$	11,8	15,4	1	16 min.	
	$\pm 11,8$	7,7	7,3	2	1 Stunde	
	$\pm 7,1$	5,0	4,7	3	2 Stunden	
	$\pm 1,2$	0,7	0,7	199	10 Tage	
Kampen	$\pm 30,0$	21,6	28,0	1	16 min.	
	$\pm 15,2$	10,6	9,7	2	1 Stunde	
	$\pm 9,7$	7,3	6,6	3	2 Stunden	
	$\pm 1,4$	0,8	0,8	176	10 Tage	
Translokation	$m_{\Delta x}$	$m_{\Delta y}$	$m_{\Delta z}$		r	
FPN - Kampen	$\pm 21,6$	10,2	14,8	1	0,30	16 min.
	$\pm 1,5$	2,8	1,2	2	0,95	1 Stunde
	$\pm 1,4$	2,1	1,1	3	0,95	2 Stunden
	$\pm 0,2$	0,3	0,2	114	0,98	5 Tage
	$\pm 0,1$	0,2	0,1	228	0,98	10 Tage

Tab. 1: Rolle der Translokationsmessung bei Transit. Gegenüberstellung der Mittleren Fehler (1σ) für Einzelstations- und Translokationslösungen. Genauigkeitsangaben in Metern. r = empirischer Korrelationskoeffizient

Parameteransatz	Symbol	GEODÄSIE		NAVIGATION		Bedeutung
		Auftreten 1x pro Station	Durchgang	Auftreten 1x pro Station	Durchgang	
Position	$\delta\Phi$	xx		xx	xx	ellipsoidische Breite
	$\delta\lambda$	xx		xx	xx	ellipsoidische Länge
	δh	xx		x	x	ellipsoidische Höhe
Geschwindigkeit	δv_N			x	x	Nord-Komponente
	δv_E			x	x	Ost-der Geschwindigkeit
	δv_h			x	x	Vertikal-digkeit
Systematische Fehler der Satellitenbahn	δa		xx		x	große Halbachse
	$a\delta M$		xx		x	mittlere Anomalie
	$a\delta i$		xx		x	Inklination
	$a\delta\Omega$		xx		x	Rektazension des aufsteigenden Kontens
	$a\delta e$		x		x	Exzentrizität
	$a\delta\omega$		x		x	Argument des Perigäums
Empfängerseitige systematische Fehler	$\delta\Delta F$	xx	xx	xx	xx	Frequenz-Offset
	$\delta\epsilon_m$	xx	xx	x	x	mittlere Empfängerverzögerung
	δk	xx	xx	x	x	trop. Refr.maßstab
	$\delta\Delta F$	x	x	x	x	Frequenzdrift

Tab. 2: Parametrisierungsmöglichkeiten in geodätischer und navigatorischer Anwendung
xx = in der Regel verwendeter Parameter; x = möglicher Parameter
(nach: EGGE 1984)

geringer wird. Es hat sich jedoch gezeigt, daß zumindest in Nord-Süd-Richtung auch über sehr große Entfernungen (> 1000 km) ein Genauigkeitsgewinn entsteht (SEEBER und HINZE 1984). Die gleichzeitige Beobachtung auf zwei oder mehr Stationen eröffnet die Möglichkeit, weitere Parameter in das Auswertemodell aufzunehmen. Insbesondere wird es möglich, die vorhergesagte Satellitenbahn innerhalb vorgegebener Grenzen aufgrund der Beobachtungen zu verbessern. Werden der Bahn bis zu 6 Freiheitsgrade gegeben, spricht man von "Semi Short Arc" Lösungen. Wird darüberhinaus die Bahn neu berechnet, bezeichnet man den Ansatz als "Short Arc Model". Viele der modernen Auswerteprogramme enthalten eine solche Short Arc Lösung. Tabelle 2 verdeutlicht die Parametrisierungsmöglichkeiten, die für geodätische und navigatorische Lösungen gegeben sind. Weitergehende Ausführungen hierzu finden sich bei KOUBA (1983) sowie bei HAUCK (1984) und SCHENKE (1984b) in diesen Proceedings. Die erreichbare Relativgenauigkeit liegt bei ca. ± 20 cm. (SCHENKE 1984a).

Wegen des hohen Genauigkeitspotentials werden Satelliten-Dopplerprojekte heute fast ausschließlich als Mehrstationsprojekte angelegt. Sofern eine Verbindung zu bereits bestehenden (klassischen) Netzen gesucht wird, sind gleichzeitige Beobachtungen auf Punkten mit bekannten Koordinaten erforderlich, um Transformationsparameter ableiten zu können. Für kleinere Arbeitsgebiete bis zu 100 km Ausdehnung reicht hierzu in der Regel die Beobachtung auf einer Station, aus der dann die repräsentativen "Datum-Shift-Parameter" Δx , Δy , Δz erhalten werden. Bei größeren Arbeitsgebieten ist eine Referenzbeobachtung während des gesamten Projekts auf drei Stationen empfehlenswert. Hieraus können dann alle für das Gebiet zutreffenden Transformationsparameter abgeleitet werden. Nähere Ausführungen hierzu findet man bei HOYER (1982) sowie in den Beiträgen von SCHÖDLBAUER (1984) und WELSCH (1984) in diesen Proceedings.

6. ANWENDUNGSMÖGLICHKEITEN DER SATELLITEN- DOPPLERBEOBACHTUNGEN

Das hohe Genauigkeitspotential der Satelliten-Dopplermessungen, verbunden mit dem erreichten Reifezustand von Beobachtungs- und Auswerteverfahren hat dazu geführt, daß diese Meßmethode eine weite Verbreitung bei geodätischen Arbeiten gefunden hat. Viele dieser Anwendungen werden im Rahmen der folgenden Beiträge näher dargestellt. Deshalb soll hier nur ein zusammenfassender Überblick gegeben werden. Ohne erschöpfend sein zu wollen, können folgende Hauptanwendungsgruppen genannt werden

- Anwendungen in der Grundlagenvermessung
- Anwendungen zur Paß- und Kontrollpunktbestimmung für Photogrammetrie, Inertialvermessung und geophysikalische Vermessung
- Anwendungen in der Meeresgeodäsie
- Anwendungen in der Antarktisforschung.

Ein weiteres Anwendungsgebiet besteht darin, aus Dauerbeobachtungen Polbewegungsparameter abzuleiten (ANDERLE 1973). Dies geschieht beispielsweise im Zusammenhang mit der Beobachtung der präzisen Ephemeriden und soll hier nicht weiter verfolgt werden.

Eine besonders reizvolle Aufgabe in Verbindung mit der Grundlagenvermessung tritt dann auf, wenn Satelliten-Dopplerbeobachtungen für die Festlegung des geodätischen Datums und die Einrichtung eines "Basisnetzes 0. Ordnung" herangezogen werden. Da die meisten Länder bereits über ein - wenn auch oft unzureichendes - Grundlagennetz verfügen und dieses auch nicht aufgeben wollen, wird diese Aufgabe nur selten gestellt. Es empfiehlt sich in einem solchen Fall, nach Möglichkeit gleichzeitige Messungen auf möglichst vielen über das Land verteilten Beobachtungsstationen durchzuführen und die Auswertung mit präzisen Ephemeriden vorzunehmen. Die Datumsfestlegung im geozentrischen System erfolgt dann mit einer Absolutgenauigkeit von etwa $\pm 0,5$ m. Die Relativgenauigkeit innerhalb des Netzes hängt davon ab, für wieviele Satelliten präzise Ephemeriden verfügbar sind und wie lange beobachtet wurde.

Bei etwa 50 -100 verwendbaren Simultandurchgängen läßt sich eine Relativgenauigkeit von $\pm 0,2$ m erwarten. Werden präzise Ephemeriden nur für einen Satelliten zur Verfügung gestellt, dann kann es unter Umständen günstiger sein, die Netzberechnung mit Broadcast-Ephemeriden vorzunehmen und das Ergebnis über alle Punkte in das Datum der präzisen Ephemeriden zu transformieren.

In den meisten Fällen werden Dopplerbeobachtungen nicht dazu benutzt, um ein Grundlagennetz neu zu erstellen, sondern um bestehende Netze zu analysieren, zu verbessern und zu verdichten. Hierzu sind aus der Literatur zahlreiche Beispiele bekannt. In Europa seien die Europäischen Dopplerkampagnen EDOC 1/2 (BOUCHER u.a. 1979) und die Deutsch-Österreichische Dopplerkampagne DÖDOC genannt (MEISSL u.a. 1982, RINNER 1984). Gegenwärtig wird an der Verbesserung des Europäischen Dreiecksnetzes RETrig gearbeitet (WOLF 1984). In Afrika wird mit internationaler Hilfe das umfassende Projekt "African Doppler Survey" ADOS (CHODOTA 1983) durchgeführt. Für kleinere Gebiete sei als Beispiel auf die Analyse des venezolanischen Hauptdreiecksnetzes Zulia/Anden hingewiesen (HOYER 1982) sowie auf die Arbeiten im Deutschen Hauptdreiecksnetz (SEEBER, SEEGER 1984). Diese Projekte haben gezeigt, daß Satelliten-Dopplermessungen nicht nur in Ländern mit unzureichenden kartographischen Grundlagen, sondern auch in Staaten mit modernen Vermessungswerken einen wichtigen Beitrag leisten können.

Für die Paßpunktbestimmung in der Photogrammetrie zum Zwecke der Kartenherstellung reicht oft eine geringere Genauigkeit aus. Je nach Aufgabenstellung kann hier im Einzelstationsmodus oder auch mit sehr kurzen Beobachtungszeiten im Translokationsmodus gearbeitet werden. Da solche Einsätze oft in schwer zugänglichen oder auch bewaldeten tropischen Gebieten stattfinden, ist aber unbedingt darauf zu achten, daß genügend "akzeptierte" Satellitendurchgänge aufgezeichnet werden, um das gesteckte Ziel zu erreichen. Insbesondere bei Horizontverdeckungen muß mit einem größeren Datenausfall im Zuge des Auswerteprozesses gerechnet werden (z.B. SEEBER u.a. 1982). Hier leisten Empfänger mit Mikroprozessoren eine wertvolle

Hilfe, da erste Mehrstationsberechnungen bereits im Arbeitsgebiet vorgenommen werden können.

Ein weiteres Einsatzgebiet findet sich im Zusammenhang mit inertialen Vermessungen. Durch Dopplerbeobachtungen werden hierbei im Abstand von etwa 100 bis 150 km Kontrollpunkte eingerichtet, die dann durch inertielle Vermessungsverfahren verdichtet werden. Insbesondere in Kanada werden auf diese Weise sehr große Flächen erstmalig mit einem Festpunktfeld überzogen (WEBB, PENNEY 1981). Auch für begrenzte Aufgaben bei Ingenieurprojekten in schwierigem Gelände bietet sich dieses Verfahren an.

In der Meeresgeodäsie wachsen die Genauigkeitsanforderungen im Zusammenhang mit der zunehmenden wirtschaftlichen Bedeutung des Meeres und des Meeresbodens. Für die Festlegung von Abbaugrenzen und Bohrpositionen und bei der Förderung von marinen Kohlewasserstoffen liegt die absolute Genauigkeitsforderung bei etwa ± 1 m. Für die Exploration und Förderung von Rohstoffen im Tiefseebereich werden ähnliche oder höhere Forderungen für die Relativgenauigkeit bei bewegten Objekten gestellt. Klassische Navigationsverfahren können wegen mangelnder Überdeckung und Genauigkeit hier keine Lösung bringen, so daß Satellitenverfahren zunehmend an Bedeutung gewinnen. Ein besonderes Problem dabei stellt die Erfassung und Berücksichtigung der Nutzer-Antennenbewegung dar. Hier wurden Lösungskonzepte unter Verwendung von Translokationsmethoden im Sonderforschungsbereich 149 (Hannover) erarbeitet (EGGE 1982, SEEBER u. EGGE 1981). Dopplermessungen kommen dabei auf Meeresplattformen, Schiffen sowie auf verankerten und frei driftenden Meßbojen zur Anwendung (vgl. SEEBER u.a. 1982).

Ein neues Arbeitsgebiet hat sich in den vergangenen Jahren im Rahmen der Antarktischforschung entwickelt. Satelliten-Dopplermessungen werden hierbei vorrangig zur Ableitung von Eisbewegungsparametern, zur Festlegung geophysikalischer Meßpunkte und auch zur Höhenbestimmung bei Gravimetermessungen eingesetzt. Um die erforderliche Beobachtungszeit zu verkürzen,

wird versucht, Translokationsmessungen zu festen Stationen auf Eis vorzunehmen. Hierbei lassen sich Bewegungsraten von 20 cm/Tag nach nur wenigen Tagen Beobachtungsdauer ableiten (SEEBER und HINZE 1984). Auch Translokationsmessungen über mehr als 1000 km Entfernung erwiesen sich hierbei als erfolgreich.

7. ZUKÜNFTIGE SITUATION UND AUSBLICK

Das NNSS System wird voraussichtlich noch bis 1994 aufrechterhalten (HOSKINS, DANCIK 1984). Eine Weiterführung unter ziviler Verantwortung über dieses Datum hinaus ist nicht ausgeschlossen; hierzu gibt es aber bisher keine klaren Absichten. Nach der bisherigen Erfahrung kann man davon ausgehen, daß das Satellitensystem in der Tat noch wenigstens für zehn Jahre in vollem Umfang für geodätische Aufgaben nutzbar sein wird. Empfangsanlagen hoher Qualität und hochentwickelte Auswerteprogramme stehen zur Verfügung. Darüberhinaus haben sich in den vergangenen Jahrzehnten ein sehr umfassender Erfahrungsschatz und eine ausführliche Dokumentation angesammelt. Diese Gesichtspunkte sollten nicht außer Acht gelassen werden, wenn über die zukünftige Rolle von Transit im Hinblick auf die Entwicklung des Global Positioning System GPS diskutiert wird. Das GPS-System eröffnet phantastische Möglichkeiten für die Geodäsie der Zukunft, wie aus den ersten Ergebnissen bestätigt wird (vgl. HARTL, STRAUSS 1984, SEEBER 1984). Viele der mit Transit gewonnenen Erfahrungen, Methoden und Problemlösungen lassen sich auf GPS übertragen. Satelliten-Dopplermessungen sind deshalb nicht nur für die Übergangszeit der kommenden Jahre eine wertvolle operationelle Alternativmethode sondern sie dienen zugleich als Einstieg in die zukünftigen geodätischen Technologien der Grundlagenvermessung.

8. LITERATUR

- PROCEEDINGS of the International Geodetic Symposium on
Satellite Doppler Positioning. Band 1 u. 2, Las Cruces,
USA, 1976
- PROCEEDINGS of the 2. International Geodetic Symposium on
Satellite Doppler Positioning. Band 1 u. 2, Austin, USA,
1979
- PROCEEDINGS Satellite Doppler Tracking and its Geodetic
Applications. The Royal Society of London, A 294,
Phil. Trans., London, 1980
- PROCEEDINGS of the 3. International Geodetic Symposium on
Satellite Doppler Positioning, Las Cruces, USA, 1982
- ANDERLE, R.: Determination of Polar Motion from Satellite
Observations. Geophys. Surveys, Vol. 1, 47 ff, 1973
- BLACK, H.D.: An easily implemented algorithm for the tropo-
spheric range correction. Journ. Geophys. Res., 84, B 4,
1825-1828, 1978
- BLACK, H.D.: The Transit System 1977. Phil. Trans., R. Soc. London,
211-215, 1980
- BOUCHER, C., P. PAQUET, P. WILSON: The Second European Doppler
observation campaign (EDOC-2). PROCEEDINGS, 819-850, 1979
- CHODOK, W.M.C.: African Doppler Survey - ADOS -. Progress
Report, presented to the XVIII IUGG General Assembly,
Hamburg, August 1983
- EGGE, D.: Investigations on the Effect of Small Antenna
Movements in Transit Doppler Positioning. PROCEEDINGS
953-968, 1982
- EISNER, A., S.M. YIONONLIS, J.A. PLATT, R.E. JENKINS, J.C. RAY,
L.L. PRYOR: NOVA-1: The newest Transit Satellite (A Status
Report). PROCEEDINGS, 843-862, 1982
- HARTL, Ph.: Das NAVSTAR Global Positioning System (GPS). In:
SCHÖDLBAUER, WELSCH 1984
- HAUK, H.: NNSS-Auswertemodelle und Programmsystem. In:
SCHÖDLBAUER, WELSCH 1984
- HOAR, G.L.: Satellite Surveying. Magnavox Company, Torrance,
USA, 1982
- HOSKINS, G.W., R.J. DANCIK: Navy Navigation Satellite System
Status & Future. Paper presented at the "Global Civil
Satellite Navigation System" Conference, London, 1984

- HOYER, M.: Satelliten-Dopplermessungen als unterstützende Beobachtungen bei der Kontrolle und Verbesserung eines geodätischen Netzes in Venezuela. Wiss. Arb. der Fachr. Verm.Wesen, Univ. Hannover, Nr. 111, 1982
- KOUBA, J.: A review of geodetic and geodynamic Doppler positioning. Review of Geophysics and Space Physics, 21(1), 41-50, 1983
- MEISSL, P.K., K. RINNER, G. SEEBER, H. SEEGER: Die Deutsch-Österreichische Dopplerkampagne. D. Geod. Komm., Reihe B, Nr. 260, 1982
- PRIESTER, W., G. HERGENHAHN: Bahnbestimmung von Erdsatelliten aus Doppler-Effekt-Messungen. Wiss. Arb. AGF, NW, Bd. 82, 1958
- RINNER, K.: Die Deutsch-Österreichische Dopplerkampagne (DOEDOC) und ihre Bedeutung für die Landesvermessung. SCHÖDLBAUER, WELSCH 1984
- SCHENKE, H.W.: Untersuchungen zur Genauigkeit von Doppler-Satellitenbeobachtungen im Testnetz Westharz. Dissertation, Hannover, 1984. Wiss. Arb. Fachr. Verm.Wesen, Univ. Hannover, Nr. 129, im Druck, 1984a
- SCHENKE, H.W.: Satelliten-Dopplermessungen im Testnetz Westharz, 1984b. In: SCHÖDLBAUER, WELSCH 1984
- SCHLÜTER, W.: Satellite Doppler Point Positioning Using the Navy Navigation Satellite System. Nachrichten aus dem Karten- und Verm.Wesen, Frankfurt, 1982
- SCHLÜTER, W.: Systemüberwachung und Ephemeridenbestimmung im NNSS. In: SCHÖDLBAUER, WELSCH 1984
- SCHÖDLBAUER, A.: Bezugssysteme der Landesvermessung unter Berücksichtigung terrestrischer und satelliten-geodätischer Meß- und Auswerteverfahren. In: SCHÖDLBAUER, WELSCH 1984
- SCHÖDLBAUER, A., W. WELSCH (Hrsg.): Satelliten-Dopplermessungen. Beiträge zum Geodätischen Seminar am 24./25.9.1984. Schriftenreihe des Wissenschaftlichen Studienganges Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München, Heft 15, Neubiberg, 1984
- SEEBER, G.: Satelliten-Dopplerpositionsbestimmung - eine Einführung. Allgem. Vermessungsnachrichten, 89, 265-274, 1982
- SEEBER, G.: Satelliten-Dopplerverfahren. Kp. 7 in H. PELZER (Hrsg.): Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung. Stuttgart, 1980
- SEEBER, G.: Die Rolle des NAVSTAR Global Positioning Systems für die Lösung geodätischer Aufgaben. ZfV, 109, 1-11, 1984

- SEEBER, G., D. EGGE: Positionsbestimmung mit Satelliten-Dopplerverfahren in bewegter Situation. ZfV, 106, 123-131, 1981
- SEEBER, G., D. EGGE, M. HOYER, H.W. SCHENKE, K.H. SCHMIDT: Einsatzmöglichkeiten von Doppler-Satellitenmessungen. Allgem. Verm.Nachrichten, 89, 373-388, 1982
- SEEBER, G., H. HINZE: Bestimmung von Gletschereisbewegungen mit Doppler-Satellitenmessungen in der Antarktis. ZfV, 109, 176-185, 1984
- SEEBER, G., H. SEEGER: Satelliten-Dopplermessungen im Deutschen Hauptdreiecksnetz. In: SCHÖDLBAUER, WELSCH 1984
- STANSELL, T.: The Transit Navigation Satellite System: Status, Theory, Performance, Applications. Magnavox Company, Torrance, USA, 1978
- STRAUSS, R.: Makrometermessungen im Deutschen Hauptdreiecksnetz. In: SCHÖDLBAUER, WELSCH 1984
- WEBB, J.D., R.C. PENNEY: Six Years of Inertial Surveying at Geodetic Survey of Canada. Proc. 2. Int. Symposium on Inertial Technology for Surveying a. Geodesy, 325-342, Banff, Canada, 1981
- WELSCH, W.: Die kombinierte Ausgleichung von terrestrischen Netzen und Satellitennetzen. In: SCHÖDLBAUER, WELSCH 1984
- WOLF, H.: Satelliten-Dopplermessungen in der Berechnung des Europäischen Dreiecksnetzes (RETrig). In: SCHÖDLBAUER, WELSCH 1984
- WELLS, D.E.: Doppler Satellite Control. Techn. Report No. 29, Dep. of Surv. Eng., Univ. of New Brunswick, Canada, 1974
- EGGE, D.: Zur sequentiellen Auswertung von Doppler-Satellitenbeobachtungen. Dissertation, Hannover, 1984

SYSTEMÜBERWACHUNG UND EPHEMERIDENBERECHNUNG

von

Wolfgang SCHLÜTER
Institut für Angewandte Geodäsie
Satellitenbeobachtungsstation Wettzell
8493 Kötzing
Bundesrepublik Deutschland

Mitteilung aus dem Institut für Angewandte Geodäsie

ZUSAMMENFASSUNG

Die Systemüberwachung und Ephemeridenberechnung wird von der Navy Astronautics Group und vom Defense Mapping Agency Hydrographic Topographic Center durchgeführt. Zur Überwachung werden die Kontrollnetze OPNET und TRANET betrieben. Dieser Bericht stellt einen Überblick über die Zuständigkeiten und Aufgaben dar.

ABSTRACT

Control and evaluation of ephemeris for the U.S. Navy Navigation Satellite System is performed by the Navy Astronautics Group and by the Defense Mapping Agency Hydrographic Topographic Center. They operate the control networks OPNET and TRANET. This report give an overview on the responsibilities and actions to control the N.N.S.S. .

1. ALLGEMEINES

Die Beobachtungen nach den künstlichen Erdsatelliten des Navy Navigation Satelliten Systems (N.N.S.S.), auch TRANSIT-System [1] genannt, haben sich für viele geodätische Anwendungen, vor allem für Errichtung von übergeordneten Vermessungsnetzen in Entwicklungsländern, durchgesetzt. Durch eine ständige Verbesserung in der Systemüberwachung und vor allem in der Ephemeridenbestimmung konnte die Genauigkeit der geodätischen Punktbestimmung bis unter 1 m gesteigert werden [2]. Die Systemüberwachung umfaßt im wesentlichen die Kontrolle der zum System gehörenden Satelliten über Beobachtungsstationen in Kontrollnetzen (TRACKING-NETWORK). Geprüft wird dabei ständig, ob

- Funktionsstörungen der Satelliten vorliegen,
- die Signalstärke der ausgesandten Signale ausreichend ist,
- die Frequenz innerhalb der Anforderungen liegt und gegebenenfalls Frequenzablagen eingeführt werden müssen,
- die Zeitmarken, die alle 2 Minuten ausgestrahlt werden, innerhalb 200 μ s mit der Weltzeit (UTC (USNO-MC)) übereinstimmen,
- Überlagerungen und Interferenzen infolge von Bahnüberlagerungen vorliegen und dadurch gegebenenfalls 1 Satellit abgeschaltet werden muß.

Aus den Beobachtungen der Überwachungsstationen, deren Koordinaten bekannt sind, werden Ephemeriden berechnet, damit der Satellitenort zu jedem vorgegebenen Zeitpunkt berechnet werden kann. Es gibt zwei Ephemeridentypen:

1. Extrapolierte Bahndaten, die zum Zeitpunkt einer Messung bereits vorliegen und per Telemetrie vom Satelliten ausgestrahlt werden. Sie werden Broadcast-Ephemeris genannt.
2. Precise Ephemerides werden aus Beobachtungen global verteilter Stationen abgeleitet. Sie sind für Zeitpunkte bestimmt, für die auch tatsächliche Beobachtungen vorliegen und stehen nicht unmittelbar nach den Messungen bereit. Sie weisen sich durch eine hohe Genauigkeit aus, stehen allerdings nur wenigen Benutzergruppen zur Verfügung.

Die Zuständigkeit für die Systemüberwachung und für die Ephemeridenberechnung obliegt zum einen der

Navy Astronautics Group (NAG) mit Sitz in Pt. Mugu/Kalifornien

und zum anderen dem

Defense Mapping Agency/Hydrographic Topographic Center (DMAHTC) in Washington.

Die NAG betreibt das Kontrollnetz OPNET (Operational Network), bestehend aus 4 Stationen, berechnet die Broadcast Ephemeris und injiziert die Satelliten per Telemetrie mit den für etwa 16 Stunden gültigen Bahndaten. Der NAG obliegt darüberhinaus noch die Kontrolle, daß das Satellitenzeitsystem, realisiert über die 2-Minutenmarken, gesendet vom Satelliten, mit dem Weltzeitsystem UTC (USNO-MC) besser als 200 μ s übereinstimmt.

DMAHTC ist verantwortlich für das globale Beobachtungsnetz TRANET (Transit Network). Die Beobachtungen werden hauptsächlich zur Bestimmung der Precise Ephemeris benutzt.

2. STAND DER ZUR VERFÜGUNG STEHENDEN SATELLITEN (SEPTEMBER 1984)

Ursprünglich waren 6 Satelliten in polaren Umlaufbahnen mit einer Höhe von 1075 km eingesetzt, deren Bahnen gleichmäßig die Erde überdeckten. Bedingt durch die Präzession der Bahnebenen kam es gelegentlich vor, daß infolge Überlagerung der Bahnebenen die Satellitensignale von mehreren (mindestens 2) Satelliten sich gegenseitig störten. Es hat sich erwiesen, daß das System auch mit 4 Satelliten ausreichend arbeitet. Mindestens 4 Satelliten werden bis 1994 funktionsfähig gehalten. Die NNSS-Satelliten tragen die Bezeichnung OSCAR. Es wurde ein verbesserter Typ entwickelt, der die Bezeichnung NOVA trägt. Geplant ist, das System mit 2 OSCAR und 2 NOVA-Satelliten zu betreiben. Derzeit (Sept. 1984) sind 4 OSCAR-Satelliten (3011, 3013, 3019 und 3020) und 1 NOVA-Satellit (3048) operationell (vgl. Tabelle 1).

Im Oktober 1984 ist der Start eines weiteren NOVA-Satelliten geplant. 13 OSCAR-Satelliten sind noch auf Lager. 2 OSCARS werden voraussichtlich 1985 mit SCOUT-Trägerraketen von der Airforcebase Vandenberg in Warteposition in Umlauf geschickt (SOOS: Stacked OSCARS on SCOUTS), die bei Bedarf in die benötigte Umlaufbahn geschickt werden können. Ausgehend von einer Lebensdauer von 6 Jahren weisen die Satelliten wesentlich längere Einsatzzeiten auf. Die Priorität der Satelliten bezieht sich auf die Beobachtungsreihenfolge. Für die Satelliten mit der Priorität 1 und 2 werden die Precise Ephemeris berechnet.

Die Verbesserung der NOVA-Satelliten gegenüber den OSCARS liegt im folgenden [2]:

1. NOVAS verfügen über ein DISCOS (Disturbance Compensation System), mit dem nichtgravitative Störkräfte wie Atmosphärenreibung und Strahlungsdruck der Sonne eliminiert werden können,

2. der On-Board Computer hat einen wesentlich erweiterten Speicher,
3. das Frequenz- und das Zeitsystem ist hinsichtlich der Stabilität wesentlich verbessert (~ 1 - 2 Größenordnungen),
4. außerhalb der normalen Bandbreite liegt eine Wartungsfrequenz zur, vom Betrieb unabhängigen, Überprüfung und Wartung,
5. die Satellitensignale sind um 3 dB stärker und linkspolarisiert.

Nr.	DMA-Nr.	Priorität	operativ ja / nein	Start	Bem.
3011	93	3	ja		
12	58		nein	14. April 67	
13	59	2	ja	18. Mai 67	
14	60		nein	25. Sept. 67	Batterieprobleme
18	61		nein	02. März 68	
19	68	5	ja	27. Aug. 70	
20	77	4	ja	29. Okt. 73	
48	105	1	ja	--	NOVA I
NOVA III Oktober 1984 NOVA II nach der erfolgreichen Erprobung von NOVA III S00S (Stacked OSCARS on SCOUTS) Start 1985 als Reserve für OSCARS von AFB-Vandenberg, Ca 13 OSCARS noch in Reserve					

Tab. 1 Stand der Satelliten 1984/Sept.

Es ist mit den NOVA-Satelliten beabsichtigt, die vorausberechneten Bahnen durch DISCOS genauer vorausszusagen und gegebenenfalls die Broadcast Ephemeris mit der Genauigkeit der Precise Ephemeris zu bestimmen. Der Einsatz der NOVAS verbessert somit die Anwendungen in der Positionsbestimmung, vor allem für geodätische Einsätze.

3. DAS BEOBACHTUNGSNETZ OPNET

Das von der Navy Astronautics Group betriebene Beobachtungsnetz OPNET umfaßt insgesamt 4 Stationen [3], die auf amerikanischem Territorium liegen (Abbildung 1). Die Stationen sind

- Pt. Mugu/Kalifornien
- Prospect Harbor/Maine
- Rosemount/Minnesota
- Wahiawa/Hawaii.

Point Mugu ist gleichzeitig der Sitz der NAG mitsamt dem Rechenzentrum für die Bahnbestimmung. Die Daten der OPNET-Stationen kommen hier zusammen, um die Bahnelemente aus Beobachtungen über 2 Tage zu berechnen und für die nächsten 30 Stunden zu extrapolieren. Im Rhythmus von etwa 12 Stunden werden den Satelliten von der Telemetriestation (Pt. Mugu) die Bahndaten für etwa 16 Stunden im voraus in den Speicher geschrieben. Im Falle eines technischen Fehlers kann die Station Rosemount die Injektion durchführen.

4. DAS BEOBACHTUNGSNETZ TRANET

Die global verteilten Beobachtungsstationen werden unter der Bezeichnung TRANET (Transit Network) vom Defense Mapping Agency Hydrographic Topographic Center betrieben. TRANET besteht aus 20 stationär betriebenen Empfangssystemen (Abbildung 2). Obwohl eine gleichmäßige globale Verteilung angestrebt wurde, liegt der überwiegende Teil der Stationen auf der Nordhalbkugel. Für bestimmte Aufgaben (beispielsweise

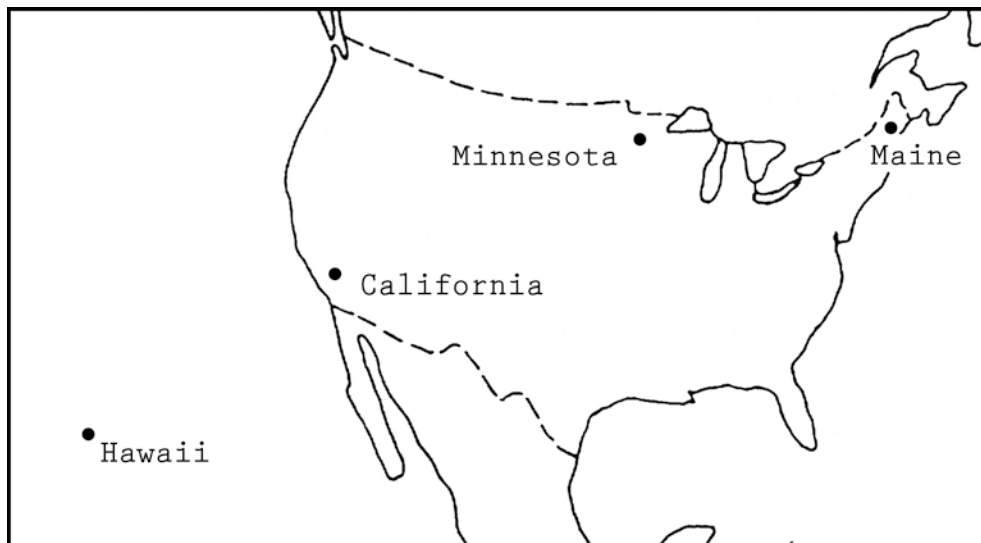


Abb. 1 OPNET-Stationen

für Schwerefeldbestimmungen) werden ergänzend zu den stationären Systemen mobile Empfänger vom Typ Geociever oder Mx 1502 DS eingesetzt. Die stationären Empfangssysteme sind eigens im Auftrag von DMAHTC vom Physical Science Laboratory/PSL entwickelt worden [4].

Das Auswertezentrum für TRANET ist das DMAHTC in Washington, D.C.. Hier werden innerhalb von 24 Stunden die Beobachtungsdaten über einen eigenen Telexverkehr oder über das General Electric Mark III-System, einem kommerziellen weltweiten Rechnerverbund, zugeleitet. Nach einer Datenprüfung führt DMAHTC die Berechnung der Precise Ephemeris durch.

5. EPHEMERIDENBERECHNUNG

Die Ephemeridenberechnung bei NAG und beim DMAHTC erfolgt mit dem Programm CELEST, das vom Naval Surface Weapons Center [5] entwickelt worden ist.

Generell liegt dem Programm die numerische Lösung der Newtonschen Bewegungsgleichung

$$m_s \ddot{\underline{x}} = \underline{K}$$

zugrunde, die besagt, daß die Beschleunigung $\ddot{\underline{x}}$ des Satelliten mit der Masse m_s abhängig von den Kräften ist, die auf ihn wirken. Kennt man die Kräfte, so kann die Differentialgleichung 2. Ordnung gelöst werden und die Bahn des Satelliten durch den Ortsvektor \underline{x} beschrieben werden. Die bei der Integration unbestimmten Konstanten werden durch die Anfangsbedingungen festgelegt, z. B. durch einen Orts- und einen Geschwindigkeitsvektor $(\underline{x}_0, \dot{\underline{x}}_0)$.

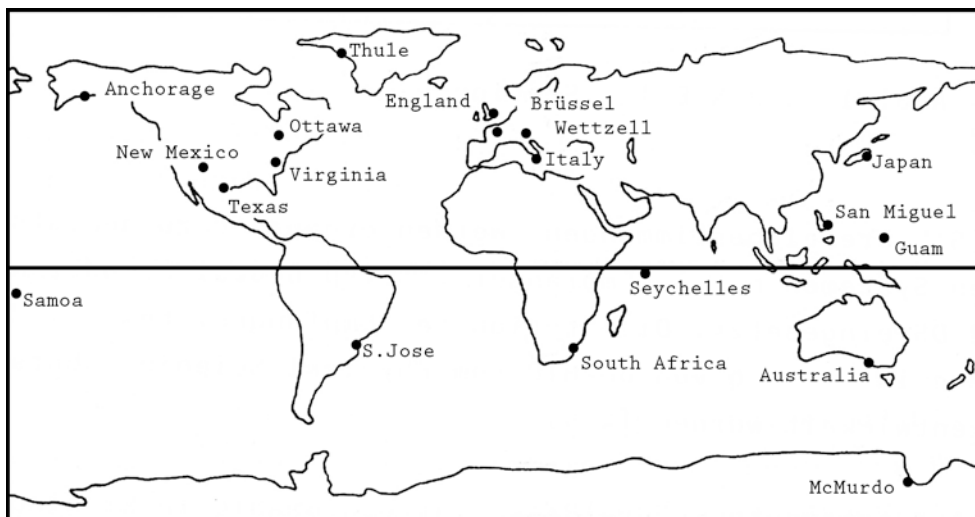


Abb. 2 TRANET-Stationen

Die auf den Satelliten wirkenden Kräfte sind

- a) Gravitationskräfte, vor allem verursacht durch die Erde, aber auch durch Sonne und Mond,
- b) Änderungen der Gravitationskraft der Erde durch die Erdgezeiten,
- c) Reibung an der Atmosphäre auch noch in 1000 km Höhe,
- d) Strahlungsdruck der Sonne auf den Satelliten.

Alle Kräfte sind durch mathematisch beschreibbare Modelle für die Bahnberechnung hinreichend bekannt. Das Gravitationsfeld der Erde wird durch eine Kugelfunktionsentwicklung dargestellt, Änderungen infolge der Erdgezeiten sind aus dem zähflüssigen Verhalten der Erde gegenüber der Gravitationswirkung des Mondes modelliert. Für die Restreibung und Strahlungsdruck liegen empirische Berechnungsmöglichkeiten vor. Die Anfangsbedingungen wie $\dot{\underline{x}}_0$ und \underline{x}_0 lassen sich aus Beobachtungen der Satelliten ableiten. Hierzu werden die

- Beobachtungen, hinsichtlich Refraktion bereits korrigiert und
- Stationskoordinaten so genau wie möglich

benötigt. Die Verbindung zwischen dem raumfesten Bezugssystem, in dem die Satellitenbahn berechnet werden kann, und dem mit der Erde rotierenden Bezugssystem erfolgt über die bekannten Theorien der Erdrotation, der Präzession und Nutation und schließlich der Polbewegung mit ausreichender Genauigkeit.

Das den Broadcast Ephemeris heute zugrunde gelegte Gravitationsfeld der Erde wird mit WGS 72 (World Global System), das den Precise Ephemeris zugrunde gelegte mit NSWC 10 E-1 (Naval Surface Weapons Center) bezeichnet. Vorläufer der derzeit benutzten Erdmodelle sind in der Tabelle 2 zusammengestellt.

Die Koordinaten der OPNET-Beobachtungsstationen sind aus der NWL 10 D-Lösung abgeleitet, einer neuen Bestimmung vom Naval Weapons Laboratory. Um mit früheren Systemen einen kompatiblen Koordinatensatz zu erzeugen, wurde eine Drehung um die z-Achse um 0,1" durchgeführt.

Die Koordinaten der TRANET-Stationen sind der NSWC 9Z2-Lösung, einer Bestimmung des Naval Surface Weapons Center, entnommen. Die Bezeichnungen NSWC 9Z2 (oder früher NWL 9D) bzw. WGS 72 werden häufig als die Referenzsysteme für die Precise Epheme-

ris Lösungen bzw. Broadcast Ephemeris Lösungen bezeichnet. Die den Systemen zugrunde gelegten Ellipsoidparameter sind in der Tabelle 2 mit angegeben.

Schweremodelle: Broadcast Ephemeris				
1963-1965	APL	1.0	(4,4)	100 - 150 m
1965-1966	APL	2.0	(6,6)	75 - 110 m
1966-1968	APL	3.5	(8,8)	75 - 110 m
1968-1975	APL	4.5	(15,15)	15 - 12 m
1975-.....	WGS 72		(19,19)	5 - 15 m
Schweremodell: Precise Ephemeris				
1975-1977	NWL 9 D			
1977-.....	NSWC 10 E-1			
Ellipsoid-Parameter				
	WGS 72		a = 6378,135 km f = 1/298,26	
	NSWC 9Z2		a = 6378,145 km f = 1/298,25	

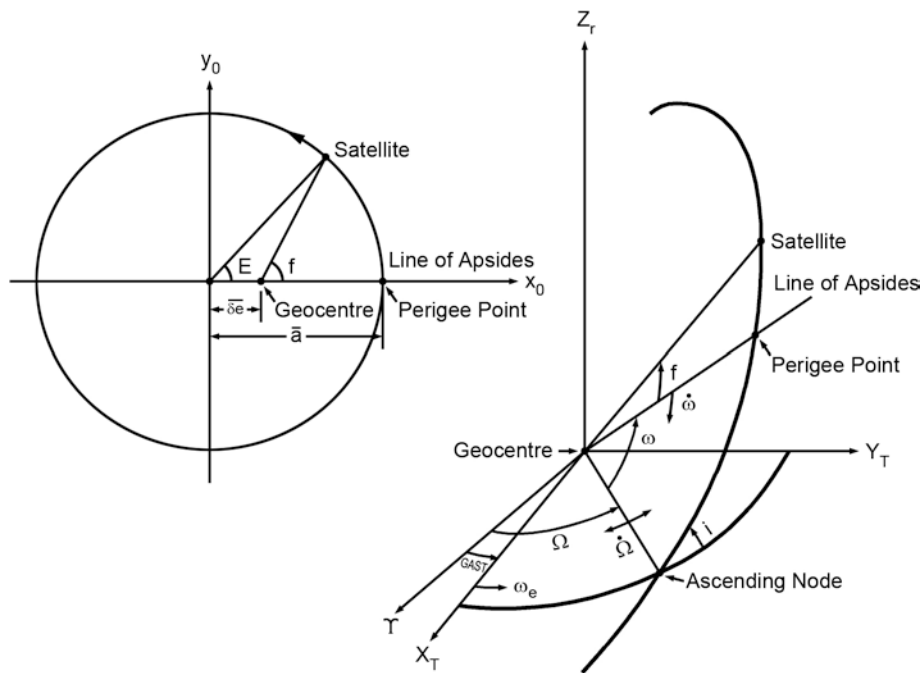
Tab. 2 Zusammenstellung der Schweremodelle

Die Polbewegung wird bei der Bestimmung der Broadcast Ephemeris als bekannt eingeführt. Die durch das BIH (Bureau International de l'Heure) ermittelten Polkoordinaten werden für die aktuellen Beobachtungszeiträume extrapoliert. Bei der Berechnung der Precise Ephemeris sind die Polkoordinaten als unbekannte Größe eingeführt. Sie werden aus der Vielzahl der Messungen von mehreren Stationen direkt mit ausgeglichen. Es hat sich hier, unabhängig von der astronomischen Bestimmungsmethode der Polkoordinaten, ein eigener Service entwickelt, der die Polbewegung aus Dopplermessungen bestimmt. Dieses Beiprodukt der Bahnberechnung (Precise Ephemeris) durch DMAHTC wird auch unter der Bezeichnung DPMS (Dahlgreen Polar Monitoring Service) geführt.

Sowohl Precise als auch Broadcast Ephemeris werden aus Beobachtungsperioden von 2 Tagen abgeleitet, wobei die Broadcast lediglich aus den Daten von OPNET, die Precise Ephemeris aus den Daten von TRANET und OPNET berechnet werden. Die Genauigkeit der Precise Ephemeris ist bedingt durch die größere Datenmenge, höher als die der Broadcast Ephemeris. Die Broadcast Ephemeris werden darüberhinaus durch die Extrapolation auf etwa 16 Stunden in die Zukunft noch ungenauer. Die Genauigkeit liegt für die Precise Ephemeris bei $\pm (1-2 \text{ m})$, für die Broadcast Ephemeris bei $\pm (10-20 \text{ m})$.

6. DIE BROADCAST EPHEMERIS

Einem Nutzer des N.N.S.S. sind die Broadcast Ephemeris in Form von modifizierten Keplerelementen gegeben. Im wesentlichen wird die Ellipsenbahn durch die mittlere Halbachse \bar{a} und die Exzentrizität e gegeben. Den Ort des Satelliten kann man aus der mittleren Winkelgeschwindigkeit n und der Durchgangszeit durch das Perigäum t_p ableiten. Durch die Winkel Ω , i , ω ist die Bahnellipse bezogen auf das raumfeste Koordinatensystem im Raum festgelegt (Abbildung 3). Ablagen von der mittleren Bahnellipse werden durch die Komponenten des begleitenden Dreibeins $\Delta E(t)$, $\Delta a(t)$ und $\eta(t)$ sowie durch die Elemente $\dot{\Omega} = \frac{d\Omega}{dt}$ und $\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt}$ mitgeteilt. Die Beziehung zwischen dem raumfesten und dem erdfesten Bezugssystem ist durch den GAST (t_p) für den Durchgangszeitpunkt durch das Perigäum gegeben. Die Koordinaten im erdfesten Bezugssystem des Satellitenorts für die Punkte zur vollen geraden Minute lassen sich gemäß den Formeln in der Tabelle 3 berechnen. Die Polbewegung ist berücksichtigt.



feste Bahnparameter

t_p	Perigäumsdurchgangszeit
n	mittlere Winkelgeschwindigkeit
$\omega(t_p)$	Argument des Perigäums zur Zeit t_p
$\dot{\omega}$	zeitl. Änderung des Arguments des Perigäums
e	Exzentrizität der Bahnellipse
\bar{a}	mittlere Halbachse der Bahnellipse
$\Omega(t_p)$	Rektaszension des aufsteigenden Knotens
$\dot{\Omega}$	zeitl. Änderung der Rektaszension
$\cos i$	Cosinus der Inklination
$GAST(t_p)$	scheinbare Sternzeit Greenwich zur Zeit t_p
—	Satellitenmodifikation
—	Tageszahl der Dateninjektion
$\sin i$	Sinus der Inklination
$(f_0 - f_s)/f_0$	relative Frequenzablage

variable Bahnparameter

t	Zeitinformation, gerade Minute
$\Delta E(t)$	Korrektur von mittlere auf wahre Anomalie
$\Delta a(t)$	Korrektur von der mittleren Halbachse zur wahren Halbachse
$\eta(t)$	Ablage zur mittleren Bahnebene

Abb. 3 Die Broadcast Ephemeris

$\Delta t_K = t_K - t_p$
$M_K = n \cdot \Delta t_K$
$E_K = M_K + e \cdot \sin M_K + \Delta E_K$
$a_K = \bar{a} + \Delta a_K$
$u_K = a_K \cdot (\cos E_K - e)$
$v_K = a_K \cdot \sin E_K$
$\omega_K = \omega(t_p) - \omega \cdot \Delta t_K$
$X'_K = \mu_K \cdot \cos \omega_K - v_K \cdot \sin \omega_K$
$Y'_K = \mu_K \cdot \sin \omega_K + v_K \cdot \cos \omega_K$
$Z'_K = \mu(t_K)$
$\omega_e = .3752695 \cdot 10^{-3} \text{ (rad/min)}$
$\beta_K = (\Omega(t_p) - \text{GAST}(t_p)) + (\omega_e - \Omega) \cdot (t_K - t_p)$
$X_{SK} = X'_K \cdot \cos \beta_K - Y'_K \cdot \cos i \cdot \sin \beta_K + Z'_K \cdot \sin i \cdot \sin \beta_K$
$Y_{SK} = X'_K \cdot \sin \beta_K + Y'_K \cdot \cos i \cdot \cos \beta_K - Z'_K \cdot \sin i \cdot \cos \beta_K$
$Z_{SK} = Y'_K \cdot \sin i + Z'_K \cdot \cos i$

Tab. 3 Formeln zur Berechnung der Satellitenkoordinaten aus Broadcast Ephemeris

7. DIE PRECISE EPHEMERIS

Die Precise Ephemeris werden auf Anfrage vom Defense Mapping Agency für wissenschaftliche Zwecke zur Verfügung gestellt. Sie sind in Abständen von 1 Minute bereits in erdfesten Bezugssystemen gegeben. Üblicherweise sind die kartesischen Koordinaten des Ortsvektors und der dazugehörige Geschwindigkeitsvektor gegeben. Auch hier ist die Polbewegung bereits berücksichtigt.

8. ZEITKONTROLLE IM N.N.S.S. (Abbildung 4)

Die Zeitmarken des Satelliten im Abstand von 2 Minuten werden von dem Satellitenoszillator abgeleitet. Frequenz und Zeitabweichungen können von einem Satellitenrechner erfaßt und über einen inkrementalen, programmierbaren Synthesizer berücksichtigt werden.

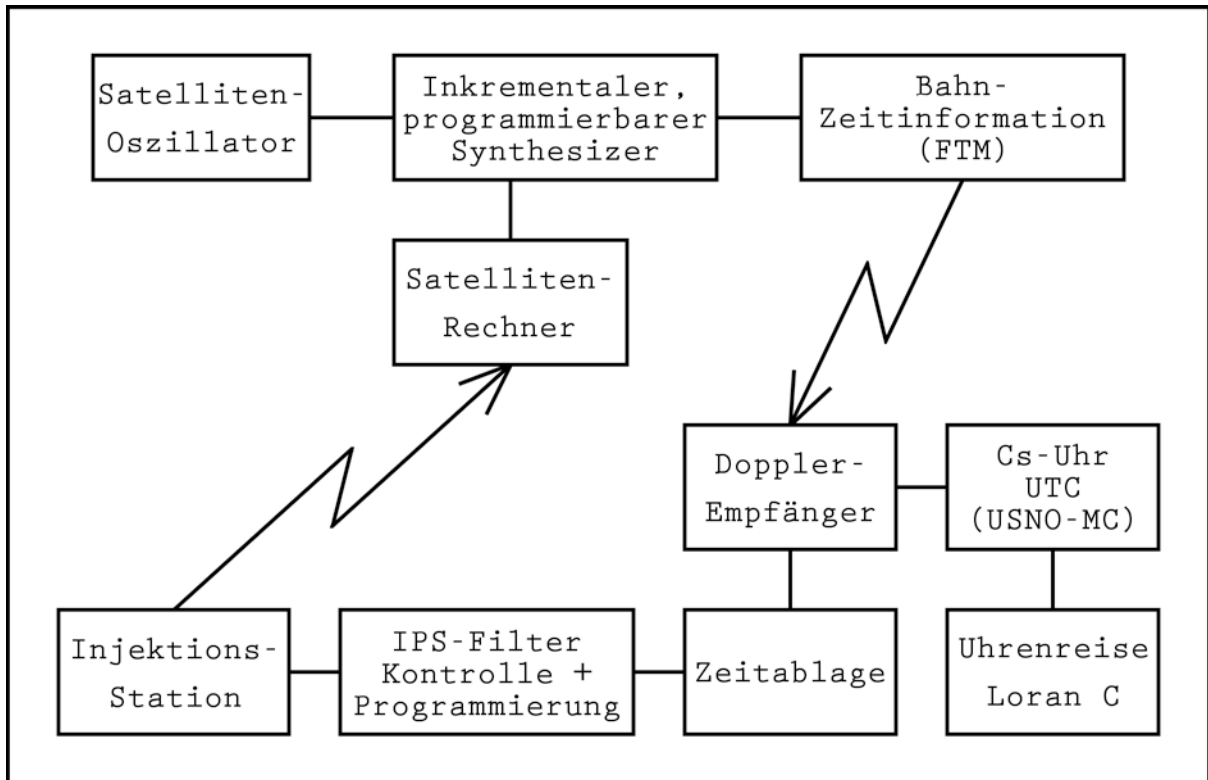


Abb. 4 Zeitkontrolle im Navy Navigation Satellite System

Auf der Bodenstation werden die Zeitmarken von dem Dopplereempfänger registriert und mit den Zeitpulsen einer Atomuhr, die durch Uhrenreisen an UTC (USNO-MC) angeschlossen ist, verglichen. Die Zeitablage wird für den inkrementalen, programmierbaren Synthesizer aufbereitet und die Daten werden per Telemetrie dem Satellitenrechner mitgeteilt. Die Zeitmarken sollten von UTC nicht mehr als 200 μ s abweichen. In der Praxis liegen die Abweichungen weit unter 50 μ s.

9. AUSBLICK

Die NAG und das DMAHTC beabsichtigen, das N.N.S.S. noch bis zum Jahre 1994 zu betreiben. Das das N.N.S.S. ablösende Global Positioning System (GPS) wird etwa 1989 ausgebaut sein. Um einen kontinuierlichen Übergang von einem System auf das andere System zu gewährleisten, ist ein fünfjähriger Parallelbetrieb beabsichtigt.

Durch den Einsatz der neuen Satellitengeneration NOVA wird künftig eine weitere Genauigkeitssteigerung der Positionsbestimmung zu erwarten sein, so daß bereits mit den Broadcast Ephemeris ± 1 m Positionsgenauigkeit möglich sein wird.

LITERATUR

- [1] BLACK, H. D.: The TRANSIT System. 1977, Performance, Plans and Potential. Phil. Trans. Royal Society, London, A 294, London, 1980
- [2] HOSKIN, G. W.: The Future Navy Navigation Satellite System. Proceedings of the 2nd Int. Geod. Doppler Symposium, Austin, U.S.A., 1979
- [3] STANSELL, T. A.: The TRANSIT Navigation Satellite System. Magnavox Government and Industrial Electronics Company, Torrance, U.S.A., 1978
- [4] LINDER, J. L.: Status and Capabilities of TRANET II. Proc. of 2nd Int. Symp. on Satellite Doppler Positioning, Austin, Texas, U.S.A., 1979
- [5] O'TOOLE, J. W.: Celeste Computer Program for computing satellite orbits. Naval Surface Weapons Center / DL TR-3565, Dahlgreen, U.S.A.

DAS NAVY NAVIGATION SATELLITE SYSTEM

AUSWERTEMODELLE UND PROGRAMMSYSTEME

von

H. HAUCK

Institut für Angewandte Geodäsie, Frankfurt a. M.
(Abt. II des Deutschen Geodätischen Forschungsinstituts)
Sonderforschungsbereich 78 - Satellitengeodäsie
Technische Universität München

ZUSAMMENFASSUNG

Die Positionsbestimmung nach dem Dopplerverfahren läßt sich auf verschiedenartige Modelle aufbauen. Hier werden einige dieser Modelle, insbesondere solche, die auch in der Auswertepaxis erfolgreich Anwendung finden, zusammen mit den entsprechenden EDV-Programmen kurz vorgestellt.

ABSTRACT

The point positioning by the Doppler method can be based upon different models. Here some of those models which are used in the practical evaluation of Doppler data are presented, together with the corresponding computer programs.

EINLEITUNG

Das "Navy Navigation Satellite System NNSS", ursprünglich für militärische Navigationszwecke aufgebaut, fand nach seiner Freigabe für zivile Anwender bald Verwendung in der Geodäsie, insbesondere bei der Positionsbestimmung. Durch den Bau spezieller Dopplerempfänger wurden der Meßablauf verbessert und genauere Meßdaten produziert. Parallel dazu wurden die Auswertemodelle verfeinert und in Form von EDV-Programmen den Anwendern zur Verfügung gestellt. So konnte der mittlere Fehler bei der Positionsbestimmung, der ursprünglich bei etwa 100 m lag, auf betragsmäßig 1 m und besser verringert werden.

Die Auswertemodelle unterscheiden sich hauptsächlich in Ziel und Methode der Datenreduktion. Sie beruhen im wesentlichen auf 3 Reduktionsmethoden: auf der Methode der freien Netzausgleichung, der Semi-Short-Arc-Methode und der Short-Arc-Methode. Im folgenden wird nach einem kurzen Rückblick auf die Doppler-Beobachtungsgleichungen auf diese 3 Methoden eingegangen.

1. DIE DOPPLER-BEOBACHTUNGSGLEICHUNG

Der Satellit sendet eine elektromagnetische Welle mit der konstanten Frequenz f_s aus, auf der die Zeitsignale T_1 , T_2 , die Bahninformation usw. aufmoduliert sind.

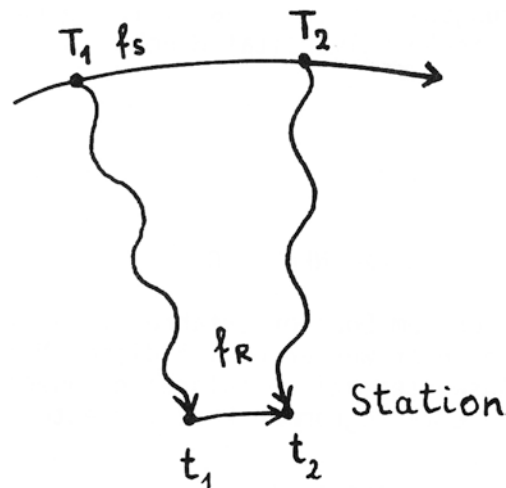


Abb. 1 Der Doppler-Sende- und Empfangsablauf im Inertialsystem

Aufgrund des Dopplereffektes registriert der Empfänger der Station S eine von f_s abweichende, zeitabhängige Empfangsfrequenz f_R . Die Abweichung ist proportional zur Relativgeschwindigkeit v zwischen Satellit und Station. Es gilt:

$$f_s - f_R = \frac{v}{c} \cdot f_s \quad (1-1)$$

Dabei ist c die Lichtgeschwindigkeit.

Der Empfänger mißt nicht direkt die Frequenz f_R , sondern die Anzahl N der Schwingungen der Differenzfrequenz $f_g - f_R$ zwischen zwei definierten Zeitpunkten t_1 und t_2 . Hier ist f_g eine vom Empfänger generierte konstante Referenzfrequenz, die betragsmäßig etwa f_s entspricht: $f_g - f_s = 32 \text{ KH}$.

Die Schwingungsanzahl N wird "integrierter Dopplercount" genannt (1-2) und gilt als Beobachtungsgröße, mit deren Hilfe die Stationskoordinaten berechnet werden.

$$N = \int_{t_1}^{t_2} (f_g - f_R) dt \quad (1-2)$$

Um Stationskoordinaten ermitteln zu können, muß (1-2) so umgeformt werden, daß geometrische Größen entstehen. Dazu werden mit Hilfe der Laufzeiten d_1 und d_2 die zugeordneten Epochen T_1 und T_2 in der Satellitenbahn bestimmt:

$$T_1 = t_1 - d_1$$

$$T_2 = t_2 - d_2 .$$

Aus (1-2) folgt

$$N = f_g \cdot (T_2 - T_1 + d_2 - d_1) - \int_{t_1}^{t_2} f_R dt$$

Im Zeitintervall $t_2 - t_1$ wird exakt dieselbe Anzahl von Schwingungen empfangen, die im Zeitintervall $T_2 - T_1$ ausgesandt worden ist. Also gilt:

$$N = f_g \cdot (T_2 - T_1 + d_2 - d_1) - f_s \cdot (T_2 - T_1) .$$

Die Laufzeiten d_i werden durch die Entfernungen r_1 und die Entfernungen r_2 als Funktionen der Satellitenkoordinaten x, y, z und der Stationskoordinaten x_g, y_g, z_g ausgedrückt.

$$N = (f_g - f_s) \cdot (T_2 - T_1) + \frac{f_g}{c} \cdot (r_2 - r_1) \quad (1-3)$$

$$r_i = \left[(x_i - \bar{x}_g)^2 + (y_i - \bar{y}_g)^2 + (z_i - \bar{z}_g)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\bar{x}_g = x_g - \varepsilon \cdot y_g$$

$$\bar{y}_g = y_g - \varepsilon \cdot x_g$$

$$\bar{z}_g = z_g$$

$$\varepsilon = \omega \cdot \frac{r_i}{c} \quad (\omega = \text{Erdrotationsgeschwindigkeit})$$

Die nichtlineare Gleichung (1-3) verbindet die Beobachtungen N mit den zu berechnenden Stationskoordinaten. Eine hinreichende Anzahl dieser Gleichungen liefert ein System, das überwiegend auf der Grundlage der Ausgleichsrechnung gelöst wird.

2. DIE METHODE DER FREIEN NETZAUSGLEICHUNG BEI SIMULTANBEOBACHTUNGEN (FREDI)

Die Voraussetzung bei dieser Methode der Datenreduktion ist, daß alle Empfänger

- dieselbe Länge der Integrationsintervalle $t_i - t_{i-1}$ benutzen.
- solche Dopplercounts als Beobachtungen liefern, die sich auf dasselbe Bahnstück, z. B. auf das zwischen den Satellitenpositionen $X(T_i)$ und $X(T_{i-1})$ liegende beziehen.

Bei den gewöhnlichen Dopplermessungen ist diese Voraussetzung nicht gegeben. Um diese zu erfüllen, müssen die Dopplerdaten zunächst reduziert werden. Dabei wird folgender Weg beschritten:

Der Empfänger E^0 empfängt das zur Epoche T_0^0 abgegebene Signal zur Lok-on-Zeit t_0^0 und integriert in konstanten Zeitintervallen I die "Beat"-Frequenz $f_g - f_R$.

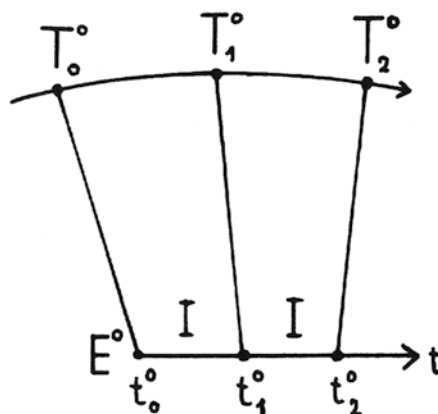


Abb. 2 Die Epoche T_i^0 als Funktion von t_i^0 .

Damit sind die Epochen t_i^0 festgelegt. Die entsprechenden Epochen T_i^0 werden iterativ mit Hilfe der Laufzeit berechnet. Dabei wird die Bahn durch die Broadcast Ephemeriden (BE) repräsentiert.

Die anderen Empfänger E^i haben i.a. von t_0^0 verschiedene Lok-on-Zeiten t_0^i , folglich unterscheiden sich auch die entsprechenden Epochen t_k^i von t_k^0 und die T_k^i von den T_k^0 .

Der von E^i im Intervall I zwischen t_k^i und t_{k-1}^i integrierte Dopplercount N_k^i bezieht sich auf das entsprechende Bahnstück zwischen $X(T_k^i)$ und $X(T_{k-1}^i)$. Wegen der Forderung nach simultanen Messungen werden die Counts N_k^i so umgerechnet, daß sie sich dem Bahnstück $X(T_k^0)$, $X(T_{k-1}^0)$, das von E^0 definiert worden ist, genau zuordnen lassen. Dies geschieht durch Vergleich der Formeln (1-3) für die entsprechenden Counts N_k^i und N_k^0 .

Das aus (1-3) gebildete Gleichungssystem wird mit Hilfe der BE linearisiert und nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate nach den Stationskoordinaten, einer Frequenzablage für f_s und f_g und nach den Bahnpositionen $X(T_k^0)$ aufgelöst. Da die Dopplermessungen keine Information über das Datum liefern, werden 6 Koordinaten festgehalten (festes Netz) oder die Forderung $\mathbf{x}_g^T \mathbf{P} \mathbf{x}_g = \min$ erfüllt (freies Netz).

3. SEMI-SHORT-ARC-METHODE (GEODOP)

Semi-Short-Arc-Methoden zeichnen sich dadurch aus, daß die gegebenen Satellitenbahnen durch jeweils bis zu 5 geometrische Verbesserungsparameter den Beobachtungen optimal angepaßt werden. Dem Programm GEODOP, entwickelt von Jan Kouba (1975), liegt ein derartiges Konzept zugrunde; eine Bahnverbesserung wird erreicht durch eine Translation der Satellitenpositionen in radialer (across track), transversaler (along track) und normaler (out of plane) Richtung.

Bezeichnet man \mathbf{x} als Lösungsvektor für die Stationskoordinaten und \mathbf{y} als Lösungsvektor für die Parameter zur Erfassung der Modellfehler, so kann pro Satellitendurchgang ein lineares Beobachtungsgleichungssystem mit \mathbf{v} als Verbesserungsvektor in der Form

$$\mathcal{A} dx + \mathcal{B} dy + w - v = 0$$

aufgestellt werden.

Die Matrizen \mathcal{A} und \mathcal{B} und den Vektor $w = (1_0 - 1)$ erhält man aus einem System nichtlinearer Beobachtungsgleichungen (vergl. (1-3))

$$F_i := (f_g - f_s) \cdot (T_2 - T_1) + \frac{f_g}{c} \cdot (r_2 - r_1) - (N_i + v_i) + s_i = 0$$

zu

$$\mathcal{A} = \left. \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial x} \right|_{x_0} \quad \mathcal{B} = \left. \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial y} \right|_{y_0}$$

$$w = \mathcal{F}(x_0, y_0, n)$$

mit

$$n = (N_1, N_2, \dots, N_n) ,$$

$$\mathcal{F} = (F_1, F_2, \dots, F_n) .$$

In der Beobachtungsgleichung bedeuten N_i der gemessene Dopplercount, v_i die Verbesserung und s_i das systematische Fehlermodell.

Als Parameter y zur Erfassung von Modellfehlern wurden in GEODOP gewählt:

- eine Frequenzablage $d(f_g - f_s)$, die einen eventuellen Frequenzfehler sowohl von f_s als auch von f_g absorbiert,
- ein troposphärischer Maßstabsfehler dN_{tr} , durch den Ungenauigkeiten des verwendeten Refraktionsmodells erfaßt werden sollen,
- ein Synchronisationsfehler (dT), der sowohl Fehler in den labormäßig bestimmten Verzögerungszeiten der Empfänger als auch in der Synchronisation der Empfängeruhren auffängt, sowie schließlich
- drei Translationsparameter (along track, across track, out of

plane) zur Verbesserung der Satellitenbahnen.

Mit \mathcal{P} als Gewichtsmatrix für die Beobachtungen und \mathcal{P}_x bzw. \mathcal{P}_y als Gewichtsmatrix für die Unbekannten $d\mathbf{x}$ bzw. $d\mathbf{y}$ lauten die Lösungen nach (KOUBA, BOAL 1975)

$$d\mathbf{x} = -\mathcal{N}^{-1} \left(\mathcal{A}^T \mathcal{P} \mathbf{w} - \mathcal{A}^T \mathcal{P} \mathcal{B} (\mathcal{P}_y + \mathcal{B}^T \mathcal{P} \mathcal{B})^{-1} \mathcal{B}^T \mathcal{P} \mathbf{w} \right)$$

$$d\mathbf{y} = -(\mathcal{P}_y + \mathcal{B}^T \mathcal{P} \mathbf{w})^{-1} (\mathcal{B}^T \mathcal{P} \mathbf{w} + \mathcal{B}^T \mathcal{P} \mathcal{A} d\mathbf{x})$$

mit

$$\mathcal{N} = \left((\mathcal{P}_x + \mathcal{A}^T \mathcal{P} \mathcal{A}) - \mathcal{A}^T \mathcal{P} \mathcal{B} (\mathcal{P}_y + \mathcal{B}^T \mathcal{P} \mathcal{B})^{-1} \mathcal{B}^T \mathcal{P} \mathcal{A} \right) .$$

(\mathcal{N} : reduzierte Normalgleichungsmatrix; nicht zu verwechseln mit N_i als Bezeichnung für den gemessenen Dopplercount)

Die Auswertung mehrerer Satellitendurchgänge erfolgt schrittweise, d.h. die Lösungen werden durchgangsweise sukzessiv verbessert. Für den i -ten Durchgang werden die Koeffizienten der Matrix \mathcal{A} und \mathcal{B} sowie der Vektor \mathbf{w} unter Berücksichtigung der vorausgegangenen Auswertung der Durchgänge von 1 bis $(i-1)$ berechnet. Die Näherungslösung für den i -ten Durchgang ist demnach der Lösungsvektor $(i-1)$ -ten Durchgangs

$$\mathbf{x}_i^0 = \mathbf{x}_{i-1} = \mathbf{x}_0 + \sum_{j=1}^{i-1} d\mathbf{x}_j .$$

Die entsprechende Gewichtsmatrix \mathcal{P}_{x_i} lautet:

$$\mathcal{P}_{x_i} = \mathcal{P}_x + \sum_{j=1}^{i-1} \mathcal{N}_j .$$

Im Gegensatz dazu bleiben die Näherungen \mathbf{y}_0 und \mathcal{P}_y im Verlauf der Rechnungen unverändert, da angenommen wird, daß die Beobachtungen und die Modellfehler der verschiedenen Satellitendurchgänge unkorreliert sind. Voraussetzung für eine vernünftige Lösung ist, daß die Näherungen sowie ihre Gewichtsabschätzungen realistisch sind. Andernfalls können systematische Verfälschungen in den Koordinaten und den Modellfehler-Parametern

auftreten, verbunden mit einer falschen Fehlerrechnung.

4. SHORT-ARC-METHODE (ORBDOP)

Im Gegensatz zur Semi-Short-Arc-Methode wird bei der Short-Arc-Methode nicht die Kenntnis der Satellitenbahn durch Ephemeriden gefordert, sondern es werden die Positionen des Satelliten über ein kurzes Bahnstück direkt berechnet. Zur Bahnberechnung sind dabei die Bewegungsgleichungen

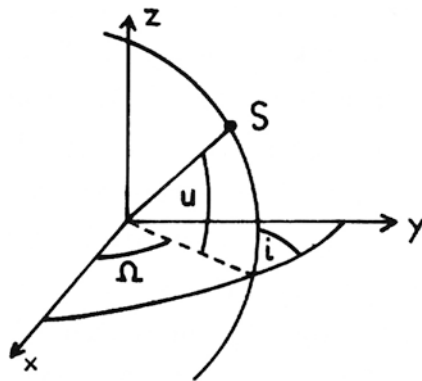
$$\ddot{x} = \nabla F$$

mit

- x Ortsvektor des Satelliten
- F Potentialfunktion der angreifenden Kraft
- ∇ Nabla-Operator

zu integrieren. Die am Satelliten angreifenden Kräfte, formal beschrieben mit ∇F , müssen dabei als bekannt vorausgesetzt werden. Für den Außenbereich der Erde ist die Potentialfunktion durch harmonische Kugelfunktionen (GEM 10, GRIM) hinreichend bekannt, so daß die Kraftfunktion als gegeben angenommen werden kann. Es genügt in den meisten Fällen, die Kugelfunktionsentwicklungen bis zum Grad und zur Ordnung 8 zu berücksichtigen.

Es ist möglich, die drei Differentialgleichungen 2. Ordnung in sechs Differentialgleichungen 1. Ordnung zu transformieren, wobei es mehrere Möglichkeiten zur Wahl der Parameter für die Bewegungsgleichungen gibt. Die in dem Short-Arc-Programm ORBDOP verwendeten Bewegungsgleichungen wurden bezüglich der Hillschen Bahnvariablen aufgestellt. Eine Erklärung der Hillschen Variablen (\dot{r} , r , G , u , H , Ω) ist der Abbildung 3 zu entnehmen.



$$G = r^2 \cdot \dot{u}$$

$$H = G \cdot \cos i$$

Abb. 3 Hillsche Bahnelemente

Bei LELGEMANN (1979) sind die Bewegungsgleichungen als Funktionen der Hillvariablen abgeleitet.

Mit

- $\mu = GM$ Gravitationskonstante mal Erdmasse
- R Störpotential als Funktion der Hillschen Bahnelemente

lauten die Differentialgleichungen in Vektorschreibweise wie folgt:

$$\dot{y}_s = \begin{bmatrix} \frac{dr}{dt} \\ \frac{dG}{dt} \\ \frac{du}{dt} \\ \frac{di}{dt} \\ \frac{d\Omega}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\mu}{r^2} + \frac{G^2}{r^3} + \frac{\partial R}{\partial r} \\ \dot{r} - \frac{\partial R}{\partial \dot{r}} \\ \frac{\partial R}{\partial u} \\ \frac{G}{r^2} - \frac{\cos i}{G \cdot \sin i} \cdot \frac{\partial R}{\partial i} - \frac{\partial R}{\partial G} \\ \frac{\cos i}{G \cdot \sin i} \cdot \frac{\partial R}{\partial u} - \frac{1}{G \cdot \sin i} \cdot \frac{\partial R}{\partial \Omega} \\ \frac{1}{G \cdot \sin i} \cdot \frac{\partial R}{\partial i} \end{bmatrix} = f(y, t)$$

Die Berechnung der Bahn (\mathbf{y}_s) erfolgt in einem Unterprogramm INTORB des Programms ORBDOP über eine numerische Integration, wofür 6 Anfangsbedingungen eingeführt werden müssen. Als Anfangsbedingung wird ein Startvektor \mathbf{y}_s^0 gewählt, der Ort und Geschwindigkeit in der Mitte des Bahnboogens beschreibt. Die Bahnfehler sind nun in erster Linie abhängig von der Güte des Startvektors \mathbf{y}_s^0 , der näherungsweise z. B. durch die Ephemeriden (Broadcast bzw. Precise Ephemeris) berechnet werden kann. Die Verbesserung des Startvektors \mathbf{y}_s^0 erfolgt nun über die Ausgleichung der Beobachtungen mit dem Programm ORBDOP. Der mathematische Ansatz zur Bestimmung der Startvektor-Verbesserungen ist formal derselbe, wie er auch bei der Semi-Short-Arc-Methode für GEODOP beschrieben wurde:

$$\mathbf{A} d\mathbf{x} + \mathbf{B} d\mathbf{y} + \mathbf{w} - \mathbf{v} = \mathbf{0} .$$

Allerdings erhält hier der Vektor $d\mathbf{y}$ statt der einfachen Bahnverschiebung in radialer (dr), transversaler (rdu) und normaler (rdw) Richtung die Verbesserungen des Startvektors, ausgedrückt in Hillvariablen

$$d\mathbf{y}_s = (dr, dr, dG, du, di, d\Omega)^T .$$

Die Koeffizienten der Matrix \mathbf{B} für die Startvektor-Verbesserungen erhält man aus

$$\mathbf{B}_{y_s^0} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{x}_s} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}_s}{\partial \mathbf{y}_s} \cdot \frac{\partial \mathbf{y}_s}{\partial \mathbf{y}_s^0}$$

mit

- \mathbf{x}_s kartesische Koordinaten des Satelliten,
- \mathbf{y}_s Hillsche Bahnparameter,
- \mathbf{y}_s^0 Hillsche Bahnelemente des Startvektors.

Die Bestimmung der unbekanntenen Stationspositionen \mathbf{x} und der Verbesserungsparameter \mathbf{y} erfolgt in ORBDOP in gleicher Weise wie in GEODOP, allerdings erfolgt die Berechnung des bestangepaßten Startvektors iterativ. Die Iteration beginnt mit einem Startvektor, der aus Näherungsbahndaten abgeleitet ist. Das Unterprogramm INTORB berechnet daraus zunächst eine verbesserungsbedürftige Bahn; der Rechenprozeß zur Bestimmung der Stationskoordinaten \mathbf{x} und zur Bestimmung der Modellparameter \mathbf{y} erfolgt über

diese Bahn. Mit einem daraus resultierenden verbesserten Startvektor wird die Rechnung jeweils neu begonnen, und zwar solange, bis keine signifikante Verbesserung des Startvektors mehr erfolgt. Da i.a. schon hinreichend gute Ausgangsdaten vorliegen, genügt bereits ein Iterationsschritt. Vergleiche von Bahndaten, berechnet mit ORBDOP und mit Precise Ephemeris, ergaben Übereinstimmungen im Meterbereich.

Bedingt durch die notwendige Bahnbestimmung und durch die iterative Berechnung des Startvektors ist der Rechenaufwand in ORBDOP im Vergleich zu GEODOP um einiges höher. Liegen keine genauen Bahndaten vor, so ist der Vorteil der Short-Arc-Methode offensichtlich. Da aber in den meisten Fällen Broadcast oder Precise Ephemeris vorliegen, erzielt man meist mit der einfacheren Version (GEODOP) gleich gute Ergebnisse.

5. DOPPLER-PROGRAMMSYSTEME

Neben den schon erwähnten Programmsystemen FREDI, GEODOP und ORBDOP sind insbesondere die Systeme ORB-SSP von O.R.B., Brüssel, und GDI von I.G.N., Paris, mit denen (zusammen mit GEODOP, IfAG, Frankfurt) die EDOC-2-Meßkampagne ausgewertet worden ist, und das System MAGNET der Firma Magnavox hervorzuheben.

Letzteres beruht auf dem "Hyperbolic mode", nach dem zunächst Referenzentfernungen zwischen Station und den Satellitenpositionen angenommen werden und danach deren Differenzen in einem iterativen Prozeß bestmöglich den Dopplercounts angepaßt werden. Darüber hinaus enthält MAGNET den "Pseudorange mode", der die Dopplercounts auf Pseudorange-Messungen abbildet, die den Differenzen zwischen den einzelnen Entfernungen und einer Durchschnittsentfernung entsprechen. Die Bahn wird dadurch verbessert, daß die Abweichungen zu einer Keplerbahn durch eine Sinus-Cosinus-Funktion approximiert werden, die durch 3 auszugleichende Parameter festgelegt wird.

In der Tabelle 1 werden nochmals die wesentlichen Eigenschaften der aufgeführten Programmsysteme zusammengefaßt.

Programm	ORB ORB-SPP	IGN GDI	TU STUTT GART FREDI	HSBw MÜNCHEN MAGNET	IfAG GEODOP	(IfAG) ORBDOP (EXTENDED GEODOP)
Ursprung	O.R.B., Brüssel	I.G.N., Paris	TU Stuttgart	Magnavox	GEODETTIC Survey of Canada Ottawa/IfAG	IfAG
Parameter	x, y, z, F_i	$x, y, z, \Delta F_i$	$x, y, z, \Delta F_i$ $\Delta a_{ik}, \Delta E_{ik}$ $\Delta \eta_{ik}$	$x, y, z, \Delta F_i$ 3 Koeffizi- enten einer periodischen Bahn	$x, y, z, \Delta F_i$ $\Delta t_{ropi}, \Delta t_i, \Delta a_i$ $\Delta E_i, \Delta \eta_i$	$x, y, z, \Delta F_i$ $\Delta t_{ropi}, \Delta t_i$ $\Delta r, \Delta \dot{r}, \Delta G$ $\Delta u, \Delta i, \Delta \Omega$
Ausgleichungs- methode	single point	single point	free net	semi-short-arc	semi-short-arc	short-arc
Ephemeriden	PE	PE oder BE	BE als Referenzbahn	periodische Funktion zwischen BE und J_2 - integrierter Referenzbahn	PE oder BE	numerisch integrierte Referenzbahn
Berechnung der Sate- litenposition	symmetrische Interpolation zwischen 6 Minutenwerten	symmetrische Interpolation zwischen 6 Minutenwerten	lineare Interpolation		Tschebyscheff- polynom 8. Ordnung pro Durchgang	symmetrische Interpolation zwischen 6 Minutenwerten

Tabelle 1 Zusammenstellung einiger Doppler-Auswerteprogramme

LITERATUR

- AMBERG, L.: *Auswertung der NORSDOC-Dopplerbeobachtungskampagne im Rahmen des SEASAT-1-Nordsee-Projektes*. Veröffentlichung der Bayer. Kommiss. f. d. Internationale Erdmessung, Astron.-Geod. Arbeiten, Heft Nr. 40, 1980
- AMBERG, L.; HAUCK, H.; HERZBERGER, K.: *Auswertung der SEATOC-Dopplerbeobachtungskampagne im Rahmen des SEASAT-1-Nordsee-Projektes*. Veröffentlichung der Bayer. Kommiss. f. d. Internationale Erdmessung, Astron.-Geod. Arbeiten, Heft Nr. 40, 1980
- ASHKENAZI, V.; GOUGH, R. J.; SYKES, R. M.: *Satellite-Doppler Positioning*. Manuskript vorbereitet für ein Seminar an der Universität Nottingham, 10. bis 11. Januar 1977
- BOAL, J. D.; KOUBA, J.: *Program Geodop Documentation*. Geodetic Survey of Canada - Ottawa, 1975
- BOUCHER, C.; PAQUET, P.; WILSON, P.: *Final Report to the European Space Agency on the Observations and Computations carried out in the Second European Doppler Observation Campaign (EDOC-2) for Position Determinations at 37 Satellite Tracking Stations*. DGK, Reihe B, Nr. 255, Frankfurt/M., 1981
- BRENNECKE, J.; HAUCK, H.; HERZBERGER, K.; LELGEMANN, D.; WILSON, P.: *Geodätische Aspekte des SEASAT-1-Nordsee-Experiments*. ZfV, 1980, Heft 4
- BRENNECKE, J.; HAUCK, H.; LELGEMANN, D.: *SEASAT Short Arc Computations over the North Sea Region*. Veröffentlichung der DGK, in Vorbereitung
- GRAFAREND, E.; KLEUSBERG, A.; KREMERS, H.; MASSMANN, F.: *The processing of satellite Doppler observations in the free network mode*. Allgemeine Vermessungsnachrichten, Heft 7, Juli 1982
- HAUCK, H.: *Erste Testergebnisse des Short Arc Dopplerprogrammes ORBDOP*. Veröff. Bayer. Kommiss. Internat. Erdmess., Astron.-Geod. Arbeiten, im Druck
- LELGEMANN, D.: *Differential Equations for the Motion of Artificial Satellites with Special Regard to Interpolation Series of Harmonic Kernel Functions*. Manuscripta Geodaetica, Vol. 4 (1979)
- SCHLÜTER, W.: *Satellite Doppler Point Positioning Using the Navy Navigation Satellite System*. Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen, Heft Nr. 40,
- WELLS, D. E.: *Doppler Satellite Control*. Technical Report Nr. 29 der Universität New Brunswick, Fredericton, N.B., Canada, Dept. of Surveying Engineering, 1974

AUSGEWÄHLTE TRANSFORMATIONS- UND
AUSGLEICHUNGSPROBLEME

BEZUGSSYSTEME DER LANDESVERMESSUNG UNTER BERÜCKSICHTIGUNG
TERRESTRISCHER UND SATELLITEN-GEODÄTISCHER
MESS- UND AUSWERTEVERFAHREN

von

Albert SCHÖDLBAUER
Institut für Geodäsie
Hochschule der Bundeswehr München
Werner-Heisenberg-Weg 39
D-8014 Neubiberg
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Mit der Erweiterung der Meß- und Auswertetechniken der Landesvermessung um die Methoden der Satellitengeodäsie haben räumliche cartesische Koordinatensysteme große praktische Bedeutung erlangt.

Die für den geodätischen Nutzer wichtigen Systeme - einschließlich der klassischen ellipsoidischen Systeme - und ihre gegenseitigen Beziehungen werden dargestellt.

ABSTRACT

The utilization of satellite data for purposes of point positioning requires various three-dimensional Cartesian and curvilinear coordinate systems. The paper treats the transformation chain linking these systems.

1. EINFÜHRUNG

Seit der Freigabe des Navy Navigation Satellite Systems (NNSS) für zivile Nutzung im Jahre 1967 hat sich die Satellitengeodäsie zu einem leistungsfähigen Werkzeug der Landesvermessung entwickelt: Mit ihrer Hilfe, insbesondere auf der Grundlage des vorerwähnten NNSS, wurden in zahlreichen Regionen, die mit den klassischen Vermessungsverfahren schwer oder überhaupt nicht erschlossen werden konnten, Grundlagennetze angelegt. Selbst in Ländern, die über ein gut ausgebautes Festpunktfeld verfügen, darf dieses Werkzeug zur Kontrolle, Analyse und Stabilisierung bestehender Netze, wenn schon nicht als unentbehrlich, so doch zumindest als außerordentlich nützlich gelten. Der große Fortschritt, den die geodätische Wissenschaft im Zuge dieser Entwicklung genommen hat, sei hier nur am Rande erwähnt. Mit dem Ausbau des Global Positioning Systems (GPS) wird der praktische Nutzen der Satellitengeodäsie ganz sicher noch weiter steigen (SEEBER 1984; HARTL 1984; REIGBER 1984).

Im Zuge dieser Entwicklungen gewinnen in der Landesvermessung räumliche cartesische Koordinatensysteme an praktischer Bedeutung, die in diesem Bereich bislang weitgehend nur theoretisches Interesse fanden. In diesem Zusammenhang sei beispielhaft auf die Arbeiten von NAGEL (1976) und GRAF-AREND/MUELLER/PAPO/RICHTER (1979) verwiesen, die die Orientierung in einem weitgespannten theoretischen Rahmen ermöglichen. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die für die Auswertung von Satellitenbeobachtungen auf der einen und von terrestrischen Messungen auf der anderen Seite bedeutsamen Koordinatensysteme zu erläutern und ihre gegenseitigen Beziehungen mit Sicht auf praktische Anwendungen darzulegen.

In der Geodäsie sind Koordinatensysteme stets unter zwei Aspekten zu sehen: Sie müssen definiert und sie müssen realisiert werden. Die Definition stellt dabei eine ideelle, die Realisierung die tatsächliche Verbindung zwischen dem Gegenstand der Vermessung (der Erdoberfläche oder Teilen von ihr) und dem Koordinatensystem her. Die Realisierung erfolgt durch Zuweisung von Koordinaten an bestimmte reale Punkte, z.B. an vermarkte Festpunkte oder an Sternörter. Bei diesem Realisierungsvorgang, der sich auf Messungen stützt, die durch mehr oder weniger hypothetische Annahmen über die physikalischen Zusammenhänge und durch Ausgleichungsverfahren verknüpft werden, kann es zu Abweichungen gegenüber der Systemdefinition und zu In-

konsistenzen innerhalb der Systeme kommen. Widersprüche dieser Art prägen mehr oder weniger alle geodätischen Koordinatensysteme, die mit terrestrischen Meßverfahren realisierten in gleicher Weise wie die auf Satelliten gestützten. Sie treten in den bereits erwähnten Inkonsistenzen innerhalb der Systeme in Erscheinung, ganz besonders machen sie sich aber bemerkbar, wenn Systeme unterschiedlicher geodätischer Herkunft aufeinander bezogen werden, sei es im Rahmen von Systemvergleichen, sei es, daß die beiden Systeme um die Informationen des jeweils anderen erweitert oder daß sie in ein gemeinsames System zusammengeführt werden sollen. Voraussetzung für Vergleiche und Verknüpfungen dieser Art, die in der Regel unter Einsatz stochastischer Methoden durchgeführt werden, ist die Kenntnis der Beziehungen der Koordinatensysteme auf der Grundlage ihrer Definitionen, die im folgenden vermittelt werden soll.

2. ELLIPSOID-BEZOGENE KOORDINATENSYSTEME UND IHRE GEGENSEITIGEN BEZIEHUNGEN

Das klassische Verfahren der koordinatenmäßigen Darstellung von Punkten der Erdoberfläche, insbesondere von Festpunkten, bedient sich krummer, an der Lotrichtung orientierter Flächen als Bezugsflächen. Als natürliche Bezugsfläche bietet sich dabei das Geoid an. Seine von der unregelmäßigen Verteilung vor allem der äußeren Erdmassen bestimmt komplizierte Struktur und die damit verbundenen Schwierigkeiten, diese Fläche analytisch und (differential-)geometrisch zu behandeln, wie dies z.B. bei der Auswertung von zwei- und dreidimensionalen geodätischen Netzen notwendig wäre, erfordern die Annäherung durch eine einfachere Fläche mit definierter Metrik und Krümmung. Ein an den Polen abgeplattetes, lokal an das Geoid angepaßtes Rotationellipsoid erfüllt diese Forderung und kann als Bezugsellipsoid die Funktion einer geodätischen Bezugsfläche übernehmen. Bezugsellipsoide vermitteln über ausgedehnte Gebiete hinweg (wenn auch nicht global) und nahe der Erdoberfläche eine gute Approximation der Geometrie des Schwerefeldes der Erde, womit sie sich den natürlichen Gegebenheiten des menschlichen Lebensraumes und insbesondere auch den auf das Schwerefeld bezogenen Beobachtungsgrößen (z.B. Richtungsbeobachtungen) anpassen (HEITZ 1983, S. 20).

Zur koordinatenmäßigen Darstellung der räumlichen Lage von Punkten P werden diese mit Hilfe von Ellipsoidnormalen \underline{n} auf das Bezugsellipsoid projiziert; siehe Abbildung 1.

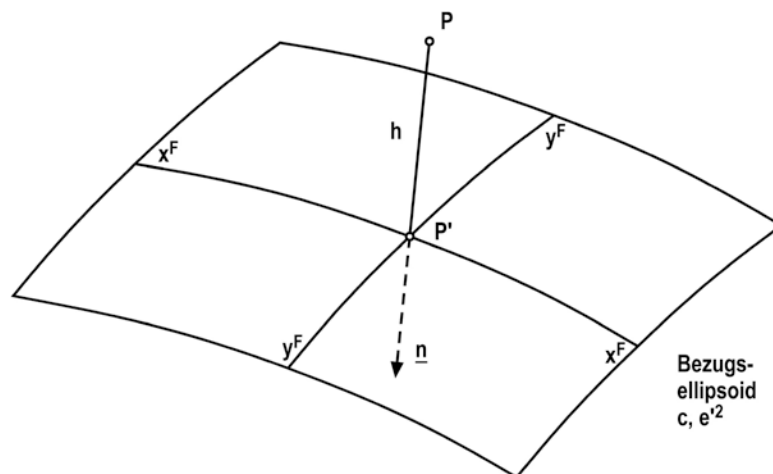


Abbildung 1

Als Punktparameter werden zwei Flächenkoordinaten x^F, y^F zur Beschreibung des Lotfußpunktes P' und die in der Flächennormalen \underline{n} von P' aus gemessene Höhe h des Punktes P über dem Bezugselipsoid (ellipsoidische Höhe) eingeführt (HEITZ 1983, S. 18).

Die Möglichkeiten, auf einer stetig gekrümmten (differenzierbaren) Fläche Flächenkoordinaten und damit (Gaußsche) Flächenparameter zu definieren, sind unbegrenzt. In der Geodäsie werden mit Sicht auf möglichst einfache Formeln orthogonale Koordinatensysteme bevorzugt, wobei vor allem die folgenden Systeme große praktische Bedeutung besitzen:

- das räumliche ellipsoidische System auf der Grundlage der geographischen Koordinaten

$$\tilde{x}^E = (c, e'^2, B, L, h) , \quad (2-1)$$

- das räumliche ellipsoidische System auf der Grundlage von Polarkoordinaten

$$\tilde{x}^P = (c, e'^2, B_0, L_0, A_0, S, h) \quad \text{und} \quad (2-2)$$

- das räumliche ellipsoidische System auf der Grundlage Gaußscher Koordinaten

$$\tilde{x}^K = (c, e'^2, L_0, x^K, y^K, h) . \quad (2-3)$$

Nur noch von historischer Bedeutung ist

- das räumliche ellipsoidische System auf der Grundlage von Parallelkoordinaten (Soldnerkoordinaten)

$$\tilde{x}^S = (c, e'^2, B_0, L_0, x^S, y^S, h) . \quad (2-4)$$

dessen zweidimensionales Subsystem (ohne h) in älteren Landesvermessungswerken Verwendung fand.

In den Gleichungen (2-1) bis (2-4) bedeuten:

c	= Polkrümmungshalbmesser und	} des Bezugsellipsoids
e'	= zweite numerische Exzentrizität	
B	= ellipsoidisch-geographische Breite	} des Punktes P und seines Lotfußpunktes P'
L	= ellipsoidisch-geographische Länge	
B_0	= ellipsoidisch-geographische Breite	} des "Poles" P_0 bzw. von entsprechenden Bezugslinien
L_0	= ellipsoidisch-geographische Länge	
A_0	= geodätisches Azimut der geodätischen Linie P_0P' in P_0	
S	= die auf der geodätischen Linie P_0P' gemessene (kürzeste) Entfernung	
x^K	= Hochwert (Northing) = Abszissenwert der GK-(UTM-)Abbildung	
y^K	= Rechtswert (Easting), jeweils vermindert um eine Konstante von 500 km = Ordinatenwert der GK-(UTM-)Abbildung	
x^S	= Soldnerscher Abszissenwert	
y^S	= Soldnerscher Ordinatenwert .	

Die Beziehungen der genannten Koordinatensysteme bzw. deren Parameter untereinander sind bekannt. Die Umrechnung von einem System in eines der anderen gehört zu den Routineaufgaben der Landesvermessung:

$$\tilde{x}^E = \tilde{x}^E(\tilde{x}^P) \quad \text{siehe Abbildung 2 und Anlage 1} \quad (2-5)$$

$$= \tilde{x}^E(\tilde{x}^K) \quad \text{siehe Abbildung 4 und Anlage 4} \quad (2-6)$$

((2-5) : Transformation ellipsoidischer Polarkoordinaten in ellipsoidische geographische Koordinaten (= Erste geodätische Grundaufgabe im System der geographischen Koordinaten), in Verbindung mit $h = h^E = h^P$;

(2-6) : Transformation Gaußscher Koordinaten in ellipsoidische geographische Koordinaten, in Verbindung mit $h = h^E = h^K$.)

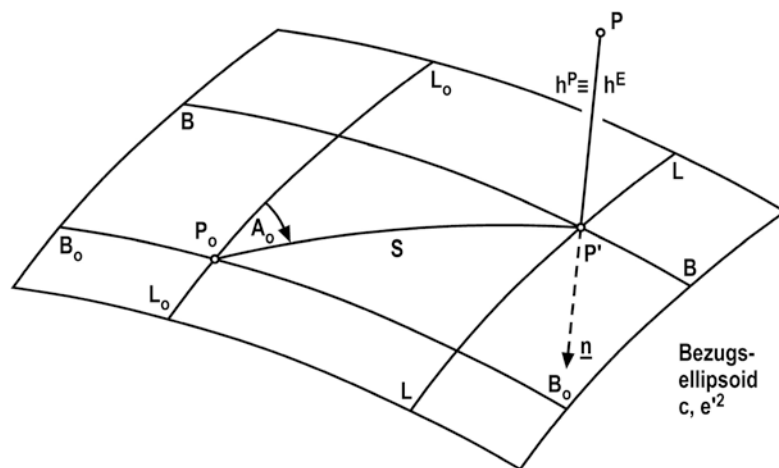


Abbildung 2

$$\tilde{x}^P = \tilde{x}^P(\tilde{x}^K) \quad \text{siehe Abbildung 3 und Anlage 5} \quad (2-7)$$

$$= \tilde{\tilde{x}}^P(\tilde{\tilde{x}}^E) \quad \text{siehe Abbildung 2 und Anlage 2} \quad (2-8)$$

((2-7) : Transformation Gaußscher Koordinaten in ellipsoidische Polarkoordinaten (= Zweite geodätische Grundaufgabe im System der Gaußschen Koordinaten), in Verbindung mit $h = h^P = h^K$;

(2-8) : Transformation ellipsoidischer geographischer Koordinaten in ellipsoidische Polarkoordinaten (= Zweite geodätische Grundaufgabe im System der ellipsoidischen geographischen Koordinaten), in Verbindung mit $h = h^P = h^E . .)$

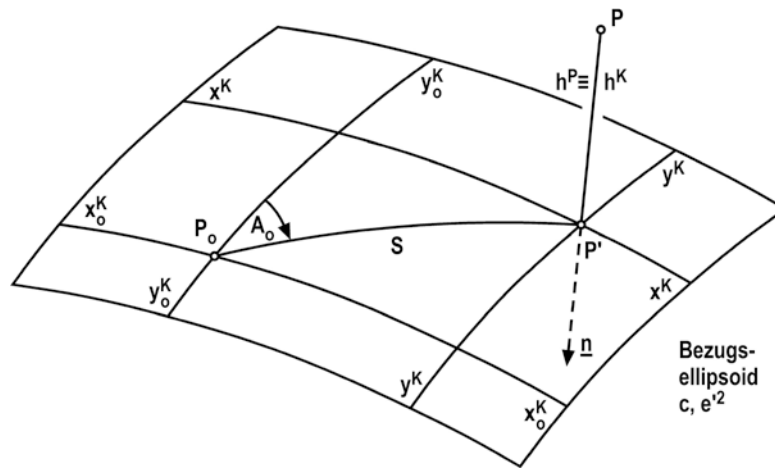


Abbildung 3

$$\tilde{x}^K = \tilde{x}^K(x^E) \quad \text{siehe Abbildung 4 und Anlage 3} \quad (2-9)$$

$$= \tilde{\tilde{x}}^K(\tilde{x}^P) \quad \text{siehe Abbildung 3 und Anlage 6} \quad (2-10)$$

(2-9) : Transformation ellipsoidischer geographischer Koordinaten in Gaußsche Koordinaten, in Verbindung mit $h = h^K = h^E$;

(2-10) : Transformation ellipsoidischer Polarkoordinaten in Gaußsche Koordinaten (= Erste geodätische Grundaufgabe im System der Gaußschen Koordinaten), in Verbindung mit $h = h^K = h^P$.)

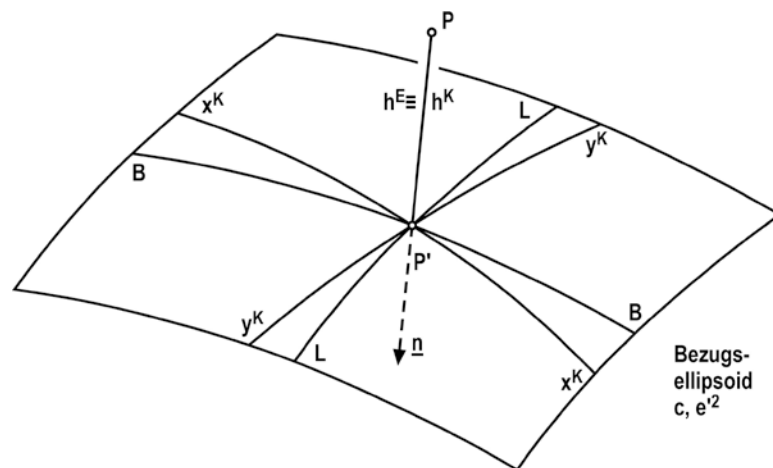


Abbildung 4

Die ellipsoidische Höhe h eines Punktes P , also der auf der Flächennormalen gemessene Abstand vom Bezugsellipsoid, ist - dies sei noch einmal hervorgehoben - in allen drei Systemen gleich:

$$h = h^E = h^P = h^K, \quad (2-11)$$

ebenso die auf das Geoid oder das Quasigeoid bezogene Höhe H (orthometrische Höhe bzw. Normalhöhe), die mit der ellipsoidischen Höhe h über die Beziehung

$$H = h - h_G \quad (2-12)$$

verknüpft ist. h_G bedeutet dabei die Höhe des Geoids bzw. des Quasigeoids über dem Bezugsellipsoid.

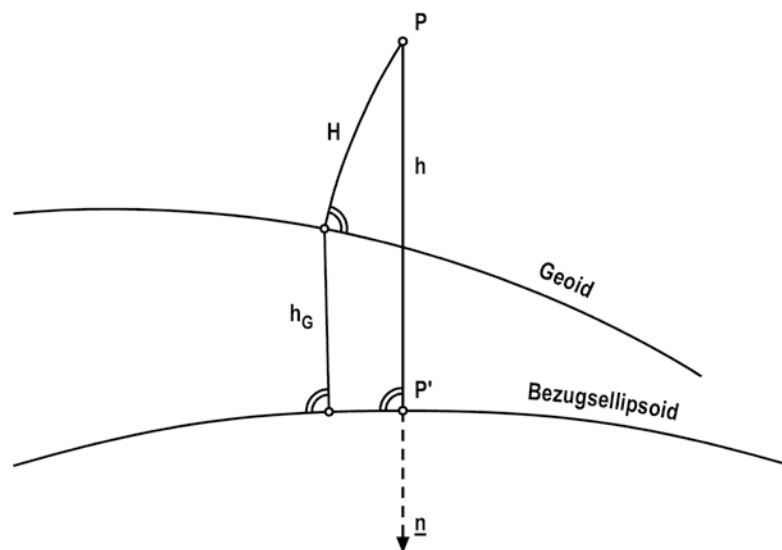


Abbildung 5

3. RÄUMLICHE CARTESISCHE KOORDINATENSYSTEME UND IHRE GEGENSEITIGEN BEZIEHUNGEN

Gefördert durch die Methoden der Satellitengeodäsie und der Inertialgeodäsie haben zur Darstellung von Punkten der Erdoberfläche neben den ellipsoidischen Koordinatensystemen räumliche cartesische Koordinatensysteme große praktische Bedeutung erlangt.

Im Zusammenhang mit den Meß- und Rechenverfahren der Satellitengeodäsie sind vor allem

- das Orbitale System (der Satellitenbahn)

$$\underline{x}^0 = (x^0, y^0, z^0) , \quad (3-1)$$

- das Apparent-Places-System

$$\underline{x}^A = (x^A, y^A, z^A) , \quad (3-2)$$

- das Momentane terrestrische System

$$\underline{x}^M = (x^M, y^M, z^M) , \quad (3-3)$$

- das Vereinbarte terrestrische System

$$\underline{x}^V = (x^V, y^V, z^V) , \quad (3-4)$$

- das Geodätische Datumssystem

$$\underline{x}^G = (x^G, y^G, z^G) \quad (3-5)$$

und

- das Lokale geodätische System

$$\underline{x}^L = (x^L, y^L, z^L) \quad (3-6)$$

hervorzuheben.

Zu diesen Systemen ist im einzelnen folgendes anzumerken:

Zu \underline{x}^0 - Orbitales System (3-1)

Ein im Umlauf befindlicher künstlicher Erdsatellit gehorcht, wie alle der Gravitation unterworfenen bewegten Massen, den Keplerschen Gesetzen. Diese Gesetze und der Einfluß nichtgravitativer Kräfte bewirken, daß sich der Satellit in Näherung auf einer "raumfesten" Ellipse bewegt, wobei einer der

Ellipsen-Brennpunkte in den Massenmittelpunkt der Erde zu liegen kommt. Das orbitale Koordinatensystem \underline{x}^0 ermöglicht eine besonders einfache mathematische Beschreibung der Bewegung des Satelliten. Der Ursprung des Systems wird in dem vorerwähnten Ellipsenbrennpunkt verankert, die x^0 -Achse an der Apsidenlinie orientiert und die y^0 -Achse im Sinne eines Rechtshand-Systems senkrecht dazu in die Ebene der Bahnellipse gelegt (VANIČEK/KRAKIWSKY 1982, S. 311). Die drei "inneren" der insgesamt sechs "Keplerschen Bahnelemente", nämlich die große Halbachse und die erste numerische Exzentrizität der Bahnellipse sowie die mittlere oder eine andere Anomalie, definieren in diesem System die Lage des Satelliten als Funktion der Zeit. Massenunregelmäßigkeiten der Erde, der Masseneinfluß von Mond und Sonne und die bereits angesprochenen nichtgravitativen Kräfte (z.B. Bremswirkung der Restatmosphäre, Strahlungsdruck der Sonne) bewirken Abweichungen der tatsächlichen Satellitenbahn von einer ebenen Ellipse sowie lang- und kurzperiodische Drehbewegungen und Verformungen der insoweit nur noch für den Augenblick definierten (momentanen) Bahnellipse, was entsprechende Drehbewegungen des orbitalen Koordinatensystems mit sich bringt.

Dieser Effekt hat z.B. dazu geführt, daß sich die ursprüngliche Geometrie der Bahnen der NNSS-Satelliten seit ihrer Installation erheblich verändert hat und weiterhin verändert; Abbildung 6 zeigt die Konfiguration der Satellitenbahnen und die entsprechenden Präzessionswerte vom 01.06.1984.

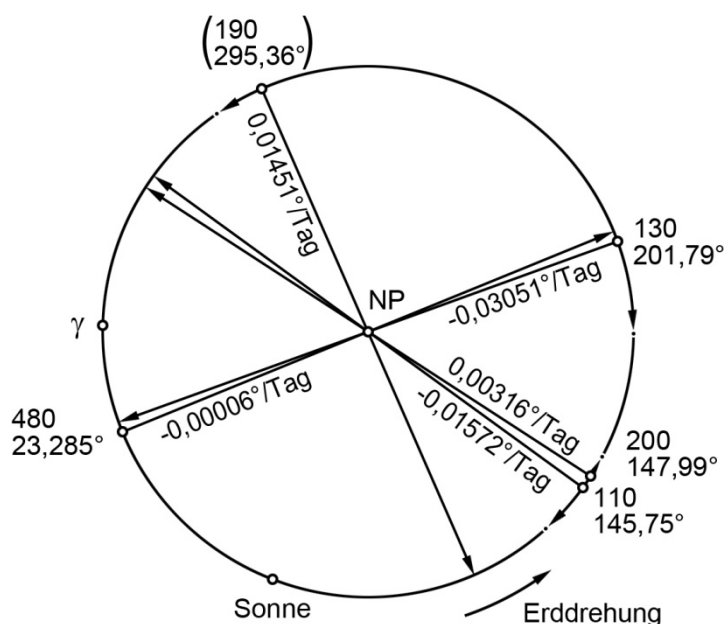


Abbildung 6

Mathematisch trägt man den "Störungen" der reinen Kepler-Bewegung dadurch Rechnung, daß nicht nur die Anomalie, die bei ungestörter Bahnbewegung die einzige von der Zeit abhängige Variable wäre, sondern auch die Parameter der Bahnellipse als Zeitvariable in das Berechnungsmodell eingeführt werden.

Die Parameter der Bahnellipse (z.B. große Halbachse a , erste numerische Exzentrizität e) und die Anomalie des Satelliten (z.B. die wahre Anomalie v oder die exzentrische Anomalie E) definieren das

elliptische orbitale Koordinatensystem \underline{x}^B .

Der funktionale Zusammenhang, der zwischen diesem und dem cartesischen orbitalen Koordinatensystem \underline{x}^0 besteht

$$\underline{x}^0 = \underline{x}^0(\underline{x}^B) \quad , \quad \underline{x}^B = \underline{x}^B(a, e, v) \quad (3-7)$$

ist in der Anlage 23 im einzelnen beschrieben; siehe hierzu auch Abbildung 7.

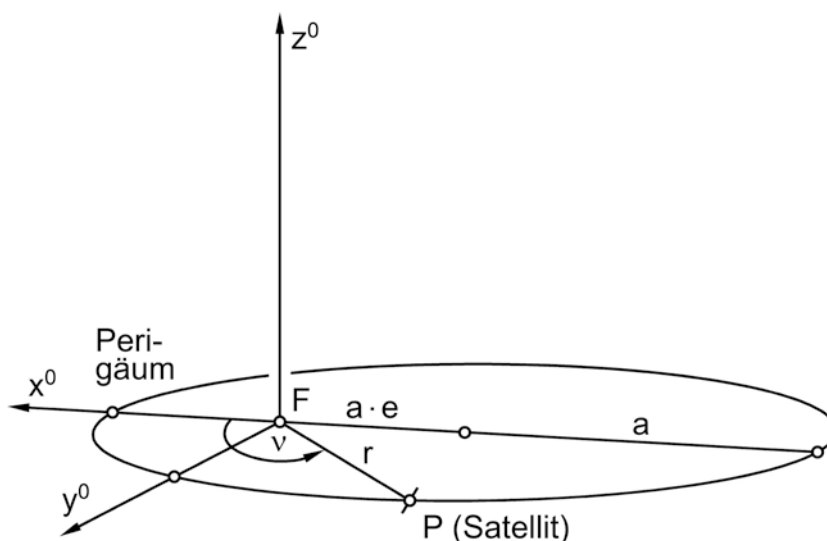


Abbildung 7

Zu \underline{x}^A - Apparent-Places-System (3-2)

Die Verfahren der geodätischen Positionsbestimmung im NNSS setzen die Kenntnis der Position der Satelliten zu jedem Zeitpunkt der Meßkampagne bezüglich eines erdfesten Koordinatensystems voraus. Eine zentrale Rolle spielt dabei das noch zu beschreibende Vereinbarte terrestrische System \underline{x}^V (3-4). Die Bezugnahme des orbitalen Systems \underline{x}^0 (3-1) auf dieses wird in drei Schritten vollzogen: Der erste Schritt führt zum Apparent-Places-Sy-

stem \underline{x}^A (3-2). Dieses ist mit seiner z^A -Achse an die momentane Drehachse der Erde gefesselt und folgt insoweit ihren Präzessions- und Nutationsbewegungen. An der Drehung der Erde um ihre eigene Achse nimmt es nicht teil. Die x^A -Achse weist zum momentanen Frühlingspunkt γ , die y^A -Achse ergänzt das Koordinatendreiein zu einem Rechtshand-System.

Die im \underline{x}^0 -System aus (3-7) fließenden Satellitenpositionen stellen sich im \underline{x}^A -System vermittels

$$\underline{x}^A = \underline{x}^A(\underline{x}^0) \tag{3-8}$$

dar, wobei die Funktion \underline{x}^A entsprechend Abbildung 8 und nach näherer Beschreibung in Anlage 22 eine räumliche Drehung um die drei "äußeren" Keplerschen Bahnelemente

- Ω = Rektaszension des aufsteigenden Knotens
 - i = Inklination
 - ω = Argument des Perigäums der Bahnellipse
- } der Bahnebene

beinhaltet und so in Verbindung mit (3-7) von insgesamt sechs Parametern abhängt:

$$\underline{x}^A = \underline{x}^A(a, e, v, \Omega, i, \omega) . \tag{3-9}$$

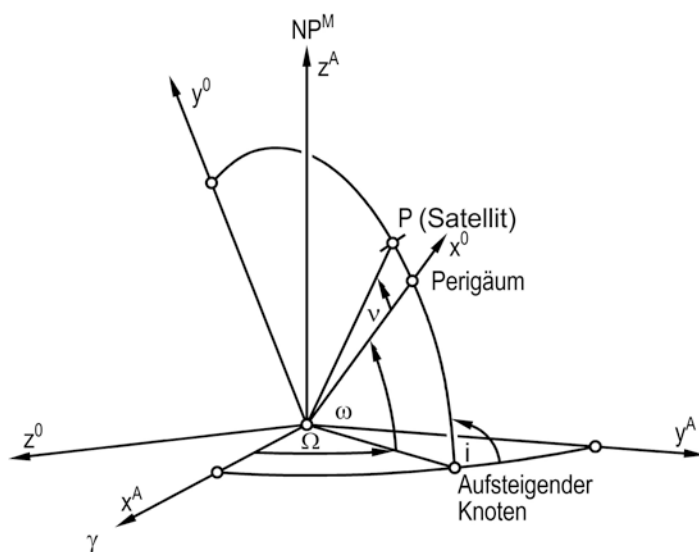


Abbildung 8

Die erwähnten Störungen der Satellitenbahn prägen alle sechs in (3-9) enthaltenen Keplerschen Bahnparameter als zeitvariable Größen, wobei die Zeit - wie bereits angedeutet - über ν selbstverständlich den stärksten Einfluß nimmt (ν überstreicht bei einem Satellitenumlauf den ganzen Wertevorrat von 0 - 360°, während sich die übrigen Parameter in diesem Zeitraum nur ganz wenig ändern).

Zu \underline{x}^M - Momentanes terrestrisches System (3-3)

Das Apparent-Places-System nimmt - wie bereits festgestellt - nicht an der Drehung der Erde um ihre Achse teil. Die notwendige Anbindung dieses Systems an die rotierende Erde (genauer: Erdkruste) wird mit dem Momentanen terrestrischen System \underline{x}^M (3-3) erreicht. Die z^M -Achse dieses Systems stimmt mit der z^A -Achse des \underline{x}^A -Systems überein, x^M - und y^M -Achse liegen wie die x^A - und y^A -Achse in der momentanen Äquatorebene, wobei die x^M -Achse am momentanen Greenwich-Meridian angebunden wird. Die y^M -Achse ergänzt das System zu einem Rechtshand-System. Der Zusammenhang der beiden Systeme

$$\underline{x}^M = \underline{x}^M(\underline{x}^A) , \tag{3-10}$$

der sich aus dem von der Scheinbaren Sternzeit Greenwich GAST (Greenwich Apparent Sideral Time) bestimmten Winkelunterschied zwischen der momentanen Meridian-Ebene von Greenwich und dem momentanen Frühlingspunkt γ ergibt, ist offenbar sehr einfach: siehe Abbildung 9 und Anlage 20.

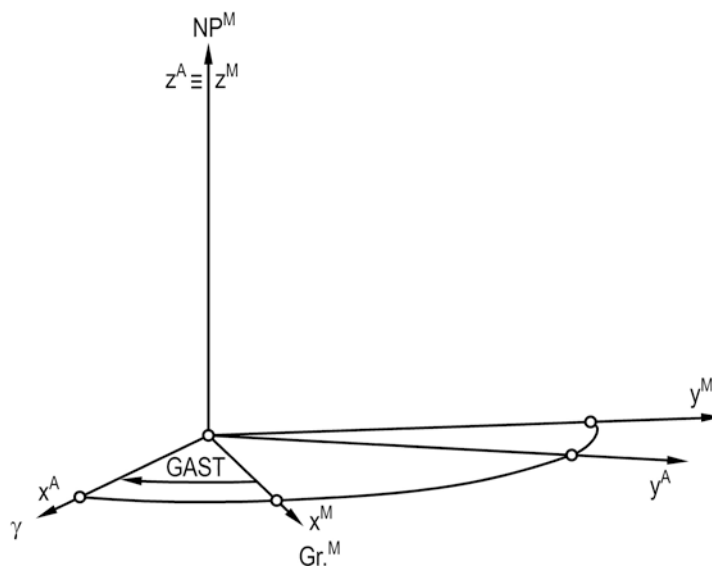


Abbildung 9

Zu \underline{x}^V - Vereinbartes terrestrisches System (3-4)

Der letzte Schritt, der nun noch zu tun ist, um die Satelliten-Koordinaten im Vereinbarten terrestrischen Koordinatensystem \underline{x} (3-4) zu erhalten,

$$\underline{x}^V = \underline{x}^V(\underline{x}^M) , \quad (3-11)$$

erfordert die Berücksichtigung der Polbewegung gegenüber der als fest angenommenen Erdkruste; siehe Abbildung 10 und Anlage 18.

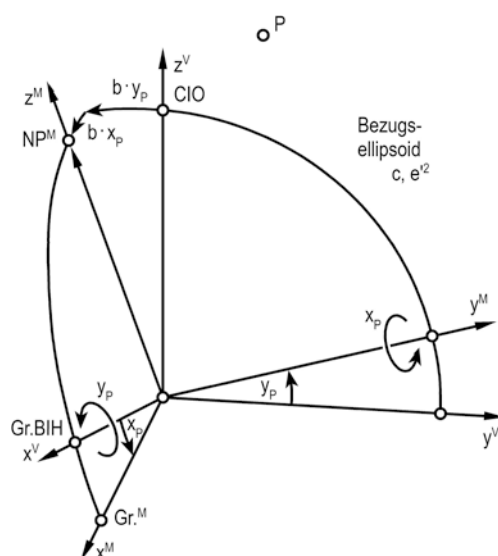


Abbildung 10

Ursprung und Achsen des \underline{x}^V -Systems sind durch den Massenschwerpunkt der Erde, den "Vereinbarten internationalen Pol" (CIO - Conventional International Origin) und durch eine Parallel zur "Mittleren Meridianebene von Greenwich" festgelegt (SIGL 1978, S. 148; BLACK 1979, S. [10] - [11], VANIČEK/KRAKIWSKY 1982, S. 296; TORGE 1975, S. 52-54). Der CIO repräsentiert eine mittlere Lage der Erdachse in der Periode 1900 - 1905 und ist so qua Vereinbarung fest mit der Erdkruste verbunden. Eine feste Verbindung mit der Erdkruste hat auch die vorgenannte, vom Bureau International de l'Heure (BIH) als Bezugsmeridian der Zeitmessung verwendete Mittlere Meridianebene von Greenwich, die - ebenfalls durch Vereinbarung - durch die geographischen Längen und Breiten der am internationalen Zeitdienst beteiligten Stationen festgelegt ist. Die z^V -Achse des Systems weist zum CIO, die x^V -Achse liegt - senkrecht dazu - parallel zur Mittleren Meridianebene von Green-

wich, die y^V -Achse ergänzt das System schließlich zu einem cartesischen Rechtshand-System.

Das System ist - dies sei noch einmal hervorgehoben - im Massenschwerpunkt der Erde verankert und fest mit der Erdkruste verbunden und spielt aus diesem Grunde eine zentrale Rolle bei der Einrichtung eines geodätischen Weltsystems (SIGL 1978, S. 148). Das System ist heute durch eine große Anzahl von Punkten vermarktet, die überwiegend durch Methoden der Satellitengeodäsie bestimmt wurden. Aufgrund seiner Verankerung mit der Erdkruste kann es bei der quantitativen (z.B. koordinatenmäßigen) Beschreibung der Erdoberfläche sowohl bei terrestrischen Meßverfahren (was trivial ist) als auch bei Meßverfahren der Satellitengeodäsie als bevorzugtes Bezugssystem gelten.

An dieser Stelle ist hervorgehoben, daß es im Rahmen des NNSS zwei Realisierungen des \underline{x}^V -Systems gibt (KLEUSBERG 1984, S. 8-14): die NWL 10 D-Koordinaten der vier Stationen des OPNET (OPERational NETwork) und die NSWC 9Z-2 Koordinaten der ca. 25 global verteilten TRANET- (TRACKing NETwork) und OPNET-Stationen (NWL: Naval Weapons Laboratory, NSWC: Naval Surface Weapons Center, früher NWL). Die genannten Stationen führen laufend Dopplermessungen zu den Satelliten des NNSS durch, wobei die in den USA (eine davon in Hawaii) gelegenen OPNET-Stationen alle, die weltweit verteilten TRANET-Stationen nur zwei der Satelliten beobachten. Aus den OPNET-Beobachtungen werden die Broadcast Ephemeris, aus den Beobachtungen im TRANET die Precise Ephemeris abgeleitet. In die jeweils erforderlichen Bahnanalysen gehen dabei im OPNET-System außer den oben angegebenen NWL 10 D-Koordinaten das Gravitationsmodell des DOG WGS 72 (Department of Defense World Geodetic System 1972), im TRANET-System die Koordinaten aller Beobachtungsstationen im NSWC 9Z-2-System und das Gravitationsmodell NSWC 10 E-1 ein. Unterschiede bestehen ferner bei der Modellierung der Polbewegung (deren Parameter zur Vorausberechnung der Broadcast Ephemeris von BIH übernommen, während sie im Falle der Precise Ephemeris aus den Satellitenbeobachtungen abgeleitet werden) und der nichtgravitativen Kräfte.

Zu \underline{x}^G - Geodätisches Datumssystem (3-5)

Mit dem Geodätischen Datumssystem \underline{x}^G ist die Verbindung hergestellt zu dem in Abschnitt 2, (2-1) - (2-4), beschriebenen räumlichen ellipsoidischen Koordinatensystemen $\underline{\tilde{x}}^E$, $\underline{\tilde{x}}^P$, $\underline{\tilde{x}}^K$. Es ist mit dem Mittelpunkt und den Achsen

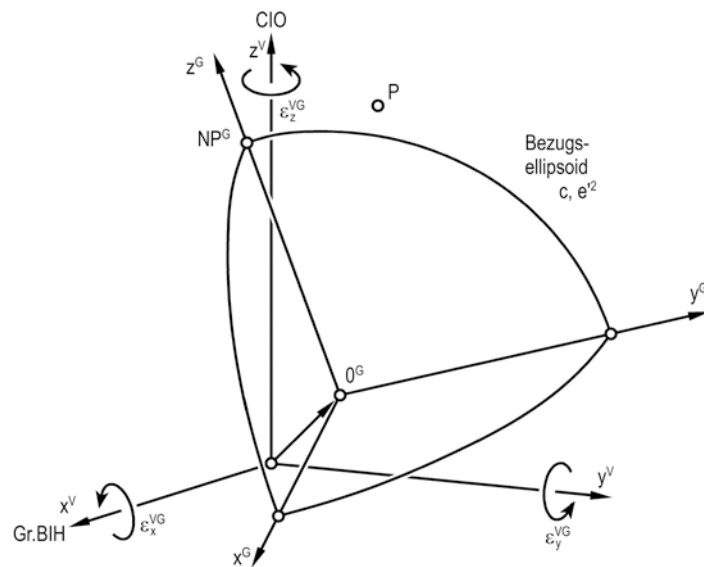


Abbildung 11

des a.a.O. definierten Bezugsellipsoids verbunden; die z^G -Achse weist nach Norden, die x^G -Achse liegt - senkrecht dazu - in der durch $L = 0$ festgelegten Meridianebene, die y^G -Achse ergänzt das System zu einem Rechtshand-System. Bezugsellipsoide sind die Bezugsflächen der klassischen Landesvermessungen, deren aus Winkel- und Streckenmessungen aufgebaute und durch astronomische Breiten-, Längen- und Azimutmessungen lokalisierte und orientierte Netze auf ihnen "ausgebreitet" sind. Diese Ellipsoide sind (nur) lokal an das Geoid angepaßt, ihre Mittelpunkte stimmen daher nicht überein. Das gleiche gilt für die Koordinatenursprünge der den Bezugsellipsoiden zugeordneten Datumssysteme \underline{x}^G . Die astronomische Orientierung der vorgenannten Netze bewirkt (theoretisch) die Parallelstellung der Achsen der verschiedenen \underline{x}^G -Systeme mit den Achsen des \underline{x}^V -Systems (VANIČEK/KRAKIWSKY 1982, S. 395). Unvermeidliche Beobachtungsfehler bei der Realisierung des \underline{x}^V -Systems und der \underline{x}^G -Systeme haben freilich zur Folge, daß die Systeme praktisch nicht zueinander parallel sind, so daß bei der Transformation von einem in das andere außer einer Translation auch noch eine Rotation um kleine Winkel ins Kalkül zu ziehen ist (SIGL 1978, S. 148). Schließlich muß man in aller Regel auch noch von Maßstabsunterschieden zwischen den auf Bezugsellipsoiden beschriebenen terrestrischen Netzen und den Festpunktfeldern im vereinbarten terrestrischen System ausgehen, so daß sich der Übergang vom \underline{x}^V - zum \underline{x}^G -System

$$\underline{x}^G = \underline{x}^G(\underline{x}^V) \quad (3-12)$$

entsprechend Abbildung 11 und nach näherer Beschreibung in Anlage 16 als räumliche Drehstreckung dargestellt.

Für die Übergänge $\underline{x}^V \leftrightarrow \underline{x}^G$ (und darüberhinaus auch $\underline{x}^G \leftrightarrow \underline{x}^E$), die in der Regel der Verknüpfung ungleichartiger Koordinaten dienen (im vorliegenden Zusammenhang vor allem von Punktkoordinaten, die aus Satellitenbeobachtungen und solchen, die aus terrestrischen Messungen abgeleitet sind), gibt es eine ganze Reihe von Modellen, etwa von BURSA/WOLF, MOLODENSKY/BADEKAS, VEIS, HOTINE, KRAKIWSKY/THOMSON, VANIČEK/WELLS, die sich in verschiedenen Aufgabenstellungen praktisch bewährt haben und die in synoptischen Darstellungen, z.B. von SIGL (1978, S. 148-154), BOUCHER (1979/1, S. 19-24; 1979/2), WELSCH (1984), eingehende Würdigung erfahren haben (Quellenangaben zu den genannten Modellen bei den vorerwähnten Autoren). Hingewiesen sei an dieser Stelle auch auf die Vielzahl von Arbeiten, die sich mit der praktischen Zusammenführung von Satelliten- und terrestrischen Beobachtungen bzw. der auf diese gestützten Netze befassen, z.B. BOUCHER (1979), BOUCHER/PAQUET/WILSON (1979), EHRNSPERGER (1979), ASKHENAZI/SYKES/GOUGH/WILLIAMS (1980), BLANKENBURGH (1980), KOUBA (1980), RINNER/SEEGER (1982), VANIČEK/KRAKIWSKY (1982, S. 388-393), JOCHEMCZYK (1983), REICHSTHALER (1983), ZHOU (1983), BÄUMKER (1984), FREVEL/HASCH/LOHMAR (1984), GLASMACHER/HEISTER (1984), PESEC/SCHLÜTER (1984), RINNER (1984), SCHENKE (1984), SEEBER/SEEGER (1984), WOLF (1980, 1984).

Zu \underline{x}^L - Lokales geodätisches System (3-6)

Für den Vergleich globaler Messungen mit lokalen anhand von Koordinaten ist schließlich noch das Lokale geodätische Koordinatensystem \underline{x}^L (3-6) von Interesse. Das System wird auf einem auf dem Bezugsellipsoid und in der Nachbarschaft des betreffenden Punktfeldes liegenden Nullpunkt P_0 verankert. Die z^L -Achse wird dabei nach "oben" zielend in die Flächennormale gelegt, die zur z^L -Achse normalen x^L -, y^L -Achsen spannen demnach die Tangentialebene der Bezugsfläche in P_0 auf. Die abschließende Orientierung erfährt das System schließlich durch einer Verfügung über die Richtung dieser beiden Achsen: Die x^L -Achse wird, nach geodätisch Nord weisend, in die Meridianebene von P_0 gelegt, die y^L -Achse ergänzt das System zu einem Linkshand-System.

Das \underline{x}^L -System ist mit dem \underline{x}^G -System über eine Translation um den Vektor $(\underline{x}^G - \underline{x}_0^G)$ und um Rotationen um die z^G -Achse (L_0) und um die (gedrehte) y^G -Achse (B_0) sowie über eine Spiegelung verknüpft, die den Übergang von der Rechtshändigkeit des ersten in die Linkshändigkeit des zweiten Systems bewirkt; siehe hierzu Abbildung 12 und Anlage 12.

$$\underline{x}^L = \underline{x}^L(\underline{x}^G) . \quad (3-13)$$

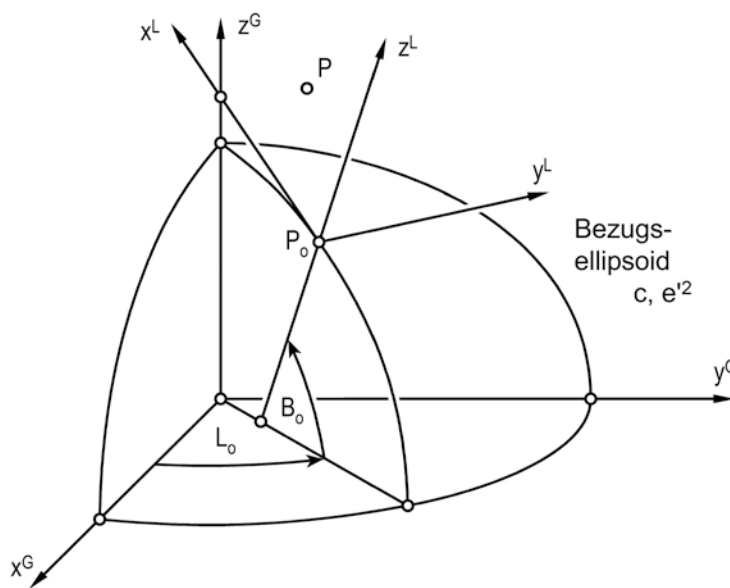


Abbildung 12

Mit den durch die Gleichungen (3-7) bis (3-13) beschriebenen Transformationen sowie den Inversionen zu (3-12) und (3-13)

$$\underline{x}^G = \underline{x}^G(\underline{x}^L) \quad \text{siehe Abbildung 12 und Anlage 11} \quad (3-14)$$

$$\underline{x}^V = \underline{x}^V(\underline{x}^G) \quad \text{siehe Abbildung 11 und Anlage 15} \quad (3-15)$$

ist vor allem der geodätische Nutzer eines Satelliten-Systems befaßt, mit den inversen Transformationen zu (3-7) bis (3-11)

$$\underline{x}^M = \underline{x}^M(\underline{x}^V) \quad \text{siehe Abbildung 10 und Anlage 17} \quad (3-16)$$

$$\underline{x}^A = \underline{x}^A(\underline{x}^M) \quad \text{siehe Abbildung 9 und Anlage 19} \quad (3-17)$$

$$\underline{x}^0 = \underline{x}^0(\underline{x}^A) \quad \text{siehe Abbildung 8 und Anlage 21} \quad (3-18)$$

mehr der Träger des Systems: Dem geodätischen Nutzer stellt sich in der Regel die Aufgabe, durch Beobachtung der Satelliten mit Hilfe von Dopplermessungen (NNSS), interferometrischen Entfernungsdifferenzmessungen, Entfernungs- oder Pseudoentfernungsmessungen (GPS) anhand der ihm vom Systemträger bereitgestellten Ephemeriden (Broadcast Ephemeris, Precise Ephemeris) die Koordinaten von Festpunkten in einem erdfesten Koordinatensystem zu ermitteln. Eine der zentralen Aufgaben des Trägers eines Satellitensystems besteht in dem umgekehrten Vorgang, nämlich durch laufende Beobachtung der Satelliten, ausgehend von erdfesten Punkten mit bekannter Position, die zeitlich veränderlichen Bahnparameter (Kepler-Elemente und ihre Veränderungen) bzw. Satelliten-Ephemeriden zu bestimmen. Qualifizierten Nutzern eines Satellitensystems, die bei ihren Auswertungen unter Nutzung ihres eigenen Beobachtungsmaterials in das vorgegebene kinematische oder dynamische Modell der Satellitenbewegung eingreifen wollen (z.B. bei Auswertemodellen mit "Relaxed Orbit" und nach dem "Short-Arc"-Verfahren; HAUCK/LELGMANN/SCHLÜTER 1982; KLEUSBERG 1984), müssen beide Transformationszüge zu Gebote ziehen.

4. ZUSAMMENHÄNGE ZWISCHEN ELLIPSOIDISCHEN UND RÄUMLICHEN CARTESISCHEN KOORDINATENSYSTEMEN

Wie in Abschnitt 2 bereits ausführlich dargelegt, übernimmt bei der Auswertung und Darstellung der Ergebnisse terrestrischer Messungen das Ellipsoid als Bezugsfläche eine zentrale Funktion. Anders bei Positionsbestimmungen, die sich auf künstliche Erdsatelliten stützen: Ein Ellipsoid wird hier weder bei der Bestimmung der Satellitenbahnen noch zur schlüssigen Darstellung der Beobachtungsergebnisse in Form von Koordinaten benötigt. Zwar ist ein "mittleres Erdellipsoid" Grundlage diverser Modelle des Schwerefeldes der Erde, das bei der Erfassung der Bahnstörungen und damit für die genaue Modellierung der Satellitenbahnen eine Rolle spielt. Mit Sicht auf die hier zu behandelnde geodätische Aufgabe, nämlich die geometrischen Beziehungen der Punkte eines Festpunktfeldes untereinander und bezüglich eines erdfesten Koordinatensystems zu beschreiben, ist diese Funktion eines "Bezugsellipsoids" aber nur von peripherer Bedeutung (BLACK 1980, S [11]).

Gegenüber ellipsoidischen Koordinaten weisen räumliche cartesische Koordinaten freilich ein Informationsdefizit auf: es fehlt die für viele Anwender außerordentlich wichtige, in den ellipsoidischen Koordinatensystemen immer-

hin näherungsweise enthaltene Aussage über die Richtung des Lotes. Diesem Mangel kann aber ohne weiteres dadurch abgeholfen werden, daß dem erdfesten räumlichen cartesischen Koordinatensystem, etwa dem \underline{x}^V -System, ein vereinbartes Ellipsoid zugeordnet wird. Mit der Zuordnung eines solchen Ellipsoids, das eines der "vereinbarten mittleren" Erdellipsoide sein kann, sind räumliche cartesische und ellipsoidische Koordinaten inhaltlich äquivalent.

Der Übergang von der einen Gruppe von Koordinatensystemen in die andere kann anhand der folgenden, durch die Abbildungen 13 bis 15 und in den Anlagen 7 bis 10 sowie 13 und 14 im einzelnen beschriebenen Beziehungen vollzogen werden:

$$\tilde{x}^E = \tilde{x}^E(\underline{x}^G) \quad \text{siehe Abbildung 13 und Anlage 13} \quad (4-1)$$

$$\underline{x}^G = \underline{x}^G(\tilde{x}^E) \quad \text{siehe Abbildung 13 und Anlage 14} \quad (4-2)$$

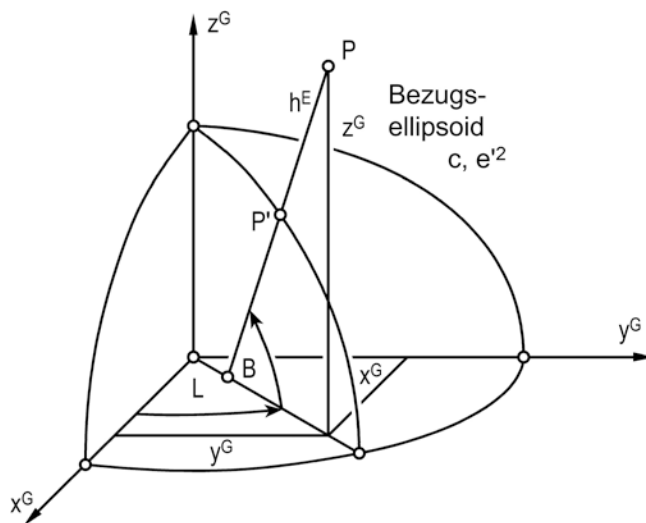


Abbildung 13

$$\tilde{x}^P = \tilde{x}^P(\underline{x}^L) \quad \text{siehe Abbildung 14 und Anlage 8} \quad (4-3)$$

$$\underline{x}^L = \underline{x}^L(\tilde{x}^P) \quad \text{siehe Abbildung 14 und Anlage 7} \quad (4-4)$$

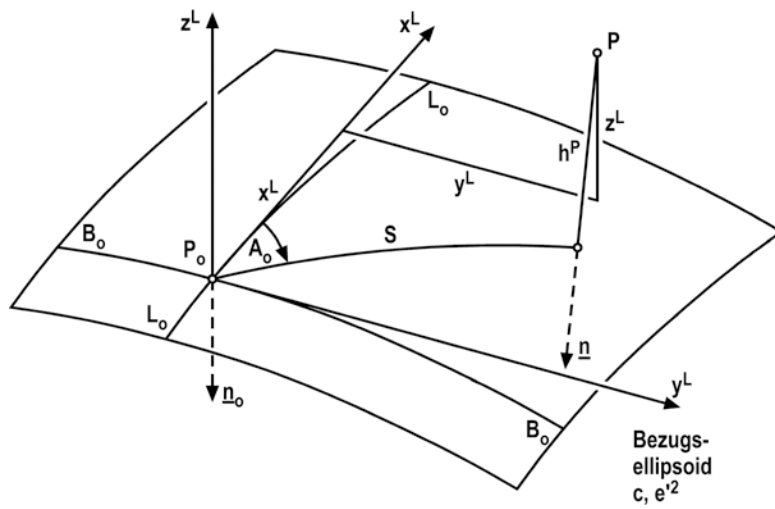


Abbildung 14

$$\underline{\tilde{x}}^K = \underline{\tilde{x}}^K(\underline{\tilde{x}}^L) \quad \text{siehe Abbildung 15 und Anlage 9} \quad (4-5)$$

$$\underline{\tilde{x}}^L = \underline{\tilde{x}}^L(\underline{\tilde{x}}^K) \quad \text{siehe Abbildung 15 und Anlage 10} \quad (4-6)$$

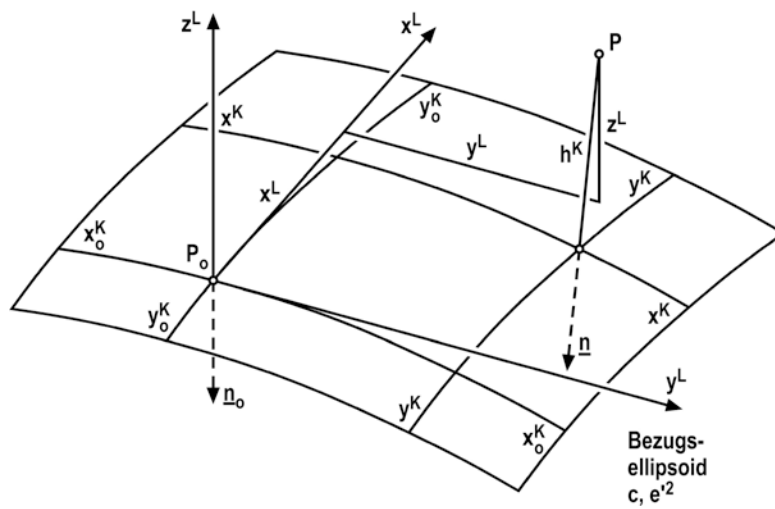


Abbildung 15

5. ZUSAMMENFASSUNG

Es mag für den Leser hilfreich sein, wenn die in den Abschnitten 2 bis 4 niedergelegten Zusammenhänge noch durch ein Schaubild verdeutlicht werden: Abbildung 16. Das Diagramm zeigt die behandelten Koordinatensysteme und deutet die zwischen diesen bestehenden Beziehungen an. Die Zahlen an den Zuordnungspfeilen verweisen auf die im Text angegebenen Formeln sowie auf die Anlagen, in denen die zwischen den einzelnen Koordinatensystemen bestehenden funktionalen Zusammenhänge im einzelnen formuliert sind.

In den Anlagen sind in einheitlicher Darstellungsweise die betreffenden Transformationsformeln niedergelegt. Angegeben sind dort ferner die für die Lösung von Ausgleichungsproblemen und Fragen der Fehlerfortpflanzung bedeutsamen Differentialbeziehungen, wie sie sich durch die jeweiligen Funktional- (Jacobi-) Matrizen beschreiben lassen. Schließlich sind für jene Transformationen, die erdfeste Koordinatensysteme miteinander verbinden (Anlagen 1 - 14), Rechenbeispiele angegeben. Diese Transformationen kommen insbesondere dann zur Anwendung, wenn bezüglich eines geodätischen Festpunktfeldes Koordinaten unterschiedlicher geodätischer Herkunft - im hier gegebenen Zusammenhang insbesondere Festpunktkoordinaten, die aus Satellitenbeobachtungen abgeleitet sind, und solche, die sich auf terrestrische Messungen stützen - miteinander zu verknüpfen sind.

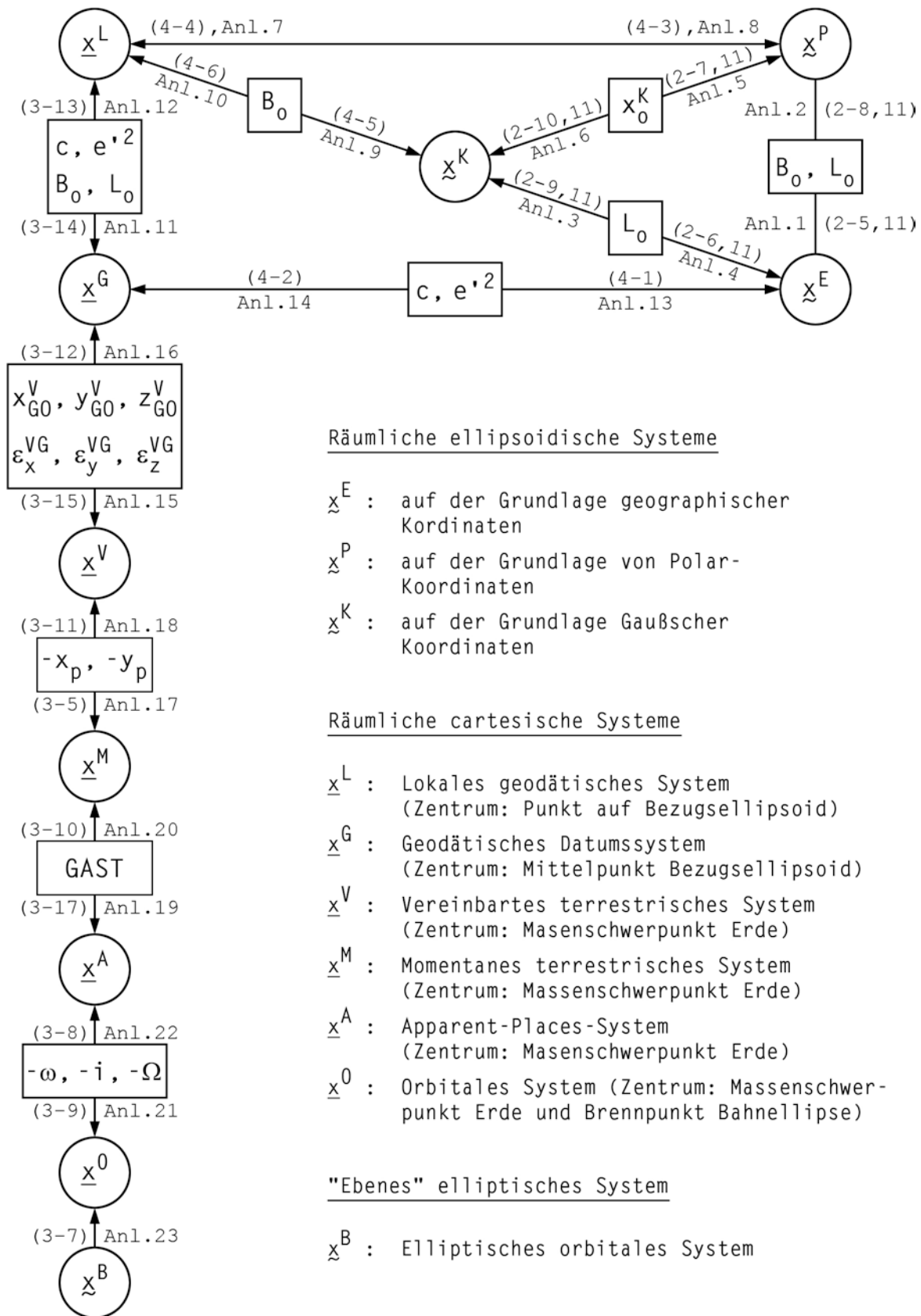


Abbildung 16

Transformation	Formel	Anlage
$\tilde{x}^P \rightarrow \tilde{x}^E$	2-5,2-11	1
$\tilde{x}^E \rightarrow \tilde{x}^P$	2-8,2-11	2
$\tilde{x}^E \rightarrow \tilde{x}^K$	2-9,2-11	3
$\tilde{x}^K \rightarrow \tilde{x}^E$	2-6,2-11	4
$\tilde{x}^K \rightarrow \tilde{x}^P$	2-7,2-11	5
$\tilde{x}^P \rightarrow \tilde{x}^K$	2-10,2-11	6
$\tilde{x}^P \rightarrow \underline{x}^L$	4-4	7
$\underline{x}^L \rightarrow \tilde{x}^P$	4-3	8
$\underline{x}^L \rightarrow \tilde{x}^K$	4-5	9
$\tilde{x}^K \rightarrow \underline{x}^L$	4-6	10
$\underline{x}^L \rightarrow \underline{x}^G$	3-14	11
$\underline{x}^G \rightarrow \underline{x}^L$	3-13	12
$\underline{x}^G \rightarrow \tilde{x}^E$	4-1	13
$\tilde{x}^E \rightarrow \underline{x}^G$	4-2	14
$\underline{x}^G \rightarrow \underline{x}^V$	3-15	15
$\underline{x}^V \rightarrow \underline{x}^G$	3-12	16
$\underline{x}^V \rightarrow \underline{x}^M$	3-5	17
$\underline{x}^M \rightarrow \underline{x}^V$	3-11	18
$\underline{x}^M \rightarrow \underline{x}^A$	3-7	19
$\underline{x}^A \rightarrow \underline{x}^M$	3-10	20
$\underline{x}^A \rightarrow \underline{x}^0$	3-9	21
$\underline{x}^0 \rightarrow \underline{x}^A$	3-8	22
$\tilde{x}^B \rightarrow \underline{x}^0$	3-7	23

Gegeben: Bezugsellipsoid (c, e'^2);

$P_0 (B_0, L_0, h_0^P = 0)$: Koordinaten des Poles P_0 im $\underline{\tilde{x}}^E$ -System

$P (A_0, S, h^P = h)$: Koordinaten des Punktes P im
 $\underline{\tilde{x}}^P$ -System (Pol P_0).

Gesucht: $P (B, L, h^E)$: Koordinaten des Punktes P im $\underline{\tilde{x}}^E$ -System

$(\partial \underline{\tilde{x}}^E / \partial \underline{\tilde{x}}^P)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{\tilde{x}}^E = \underline{\tilde{x}}^E(\underline{\tilde{x}}^P)$.

$$N_0 = \frac{c}{V_0} \quad \text{mit} \quad V_0 = \sqrt{1 + \eta_0^2} \quad \text{und} \quad \eta_0^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_0 ;$$

$$\bar{B} = \arcsin \left\{ \cos \frac{S}{N_0} \cdot \sin B_0 + \sin \frac{S}{N_0} \cdot \cos B_0 \cdot \cos A_0 \right\}$$

$$\Delta \bar{L} = \arcsin \left\{ \sin A_0 \cdot \frac{\sin \frac{S}{N_0}}{\cos B_0} \right\} \quad \bar{L} = L_0 + \Delta \bar{L} ;$$

$$\begin{aligned} B &= \bar{B} + [1.0]^{PEB} \cdot u_0 & L &= \bar{L} + [2.1]^{PEL} \cdot u_0^2 \cdot v_0 \\ &+ [2.0]^{PEB} \cdot u_0^2 \\ &+ [0.2]^{PEB} \cdot v_0^2 \\ &+ [3.0]^{PEB} \cdot u_0^3 \\ &+ [1.2]^{PEB} \cdot u_0 \cdot v_0^2 \end{aligned}$$

$$\text{mit} \quad [1.0]^{PEB} = \frac{1}{N_0} \cdot \eta_0^2 \quad [2.1]^{PEL} = \frac{1}{3 \cdot N_0^3} \cdot \frac{\eta_0^2}{\cos B_0}$$

$$[2.0]^{PEB} = -\frac{3}{2 \cdot N_0^2} \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0$$

$$[0.2]^{PEB} = -\frac{1}{2 \cdot N_0^2} \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0$$

$$[3.0]^{PEB} = -\frac{1}{2 \cdot N_0^3} \cdot \eta_0^2 \cdot (1 - \tan B_0)$$

$$[1.2]^{PEB} = -\frac{1}{3 \cdot N_0^3} \cdot \eta_0^2 \cdot (1 - 3 \cdot \tan B_0)$$

$$\text{und } \begin{aligned} u_0 &= S \cdot \cos A_0 \\ v_0 &= S \cdot \sin A_0 \end{aligned}$$

$$h^E = h^P = h ;$$

$$d\tilde{x}^E = (\partial\tilde{x}^E/\partial\tilde{x}^P) \cdot d\tilde{x}^P$$

mit

$$d\tilde{x}^E = \begin{bmatrix} dB \\ dL \\ dh^E \end{bmatrix} \quad (\partial\tilde{x}^E/\partial\tilde{x}^P) = \begin{bmatrix} \frac{\partial B}{\partial A_0} & \frac{\partial B}{\partial S} & \frac{\partial B}{\partial h^P} \\ \frac{\partial L}{\partial A_0} & \frac{\partial L}{\partial S} & \frac{\partial L}{\partial h^P} \\ \frac{\partial h^E}{\partial A_0} & \frac{\partial h^E}{\partial S} & \frac{\partial h^E}{\partial h^P} \end{bmatrix} \quad d\tilde{x}^P = \begin{bmatrix} dA_0 \\ dS \\ dh^P \end{bmatrix}$$

und (1. Näherung)

$$(\partial\tilde{x}^E/\partial\tilde{x}^P) = \begin{bmatrix} -\frac{V_0^2 \cdot S \cdot \sin A_0}{N_0} & \frac{V_0^2 \cdot \cos A_0}{N_0} & 0 \\ \frac{S \cdot \cos A_0}{N_0 \cdot \cos B_0} & \frac{\sin A_0}{N_0 \cdot \cos B_0} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

Literatur: SCHÖDLBAUER (1979, S. 137-144; 1981, S. 32-41), a.a.O. (1981, S. 18-71), darüberhinaus Darstellung weiterer Lösungsverfahren von BESSEL/HELMERT, BOLTZ, DORRER, KRACK, SCHÖDLBAUER.

Rechenbeispiel

$\tilde{x}^P \rightarrow \tilde{x}^E$		Bessel-Ellipsoid	
P_0	Bonstetten	P	Wellheim
B_0	$48^\circ 26' 46,4355''$	c	$6\,398\,786,849\text{ m}$
B_0	$48,44595\,431^\circ$	e'^2	$0,00671\,9219$
L_0	$10^\circ 42' 59,3215''$	A_0	$35,65834\,6\text{ gon}$
L_0	$10,71647\,819^\circ$	S	$47\,835,627\text{ m}$
η_0^2	$0,99285\,6468$	$u_0 = S \cdot \cos A_0$	$40\,525,930\text{ m}$
V_0	$1,00147\,7143$	$v_0 = S \cdot \sin A_0$	$25\,414,488\text{ m}$
N_0	$6\,389\,348,867\text{ m}$	\bar{B}	$48,80885\,011^\circ$
$[1.0]^{PEB}$	$2,65118 \cdot 10^{-8}\ \circ/\text{m}$	$+ [1.0]^{PEB} \cdot u_0$	$+ 0,00107\,4415^\circ$
$[2.0]^{PEB}$	$-7,042 \cdot 10^{-15}\ \circ/\text{m}^2$	$+ [2.0]^{PEB} \cdot u_0^2$	$- 0,00001\,1565^\circ$
$[0.2]^{PEB}$	$-2,341 \cdot 10^{-15}\ \circ/\text{m}^2$	$+ [0.2]^{PEB} \cdot v_0^2$	$- 0,00000\,1512^\circ$
$[3.0]^{PEB}$	$8,8 \cdot 10^{-23}\ \circ/\text{m}^3$	$+ [3.0]^{PEB} \cdot u_0^3$	$+ 0,00000\,0006^\circ$
$[1.2]^{PEB}$	$6,1 \cdot 10^{-22}\ \circ/\text{m}^3$	$+ [1.2]^{PEB} \cdot u_0 \cdot v_0^2$	$+ 0,00000\,0016^\circ$
		B	$48,80991\,147^\circ$
		B	$48^\circ 48' 35,6613''$
		L_0	$10,71647\,819^\circ$
		$+ \Delta \bar{L}$	$+ 0,34605\,2427^\circ$
$[2.1]^{PEL}$	$3,26 \cdot 10^{-22}\ \circ/\text{m}^3$	$+ [2.1]^{PEL} \cdot u_0^2 \cdot v_0$	$+ 0,00000\,0014^\circ$
		L	$11,06253\,063^\circ$
		L	$11^\circ 03' 45,1103''$
		$h^E = h^P = h$	$542,17\text{ m}$

Gegeben: Bezugsellipsoid (c, e'^2);

$P (B, L, h^E = h)$: Koordinaten des Punktes P im \tilde{x}^E -System

$P_0 (B_0, L_0, h_0^E = 0)$: Koordinaten des Poles P_0 des \tilde{x}^P -Systems
im \tilde{x}^E -System.

Gesucht: $P (A_0, S, h^P)$: Koordinaten des Punktes P im \tilde{x}^P -System

$(\partial \tilde{x}^P / \partial \tilde{x}^E)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\tilde{x}^P = \tilde{x}^P(\tilde{x}^E)$.

$$B_m = \frac{B_0 + B}{2} ; \quad \Delta B = B - B_0 ; \quad \Delta L = L - L_0 ;$$

$$N_m = \frac{c}{V_m} \text{ mit } V_m = \sqrt{1 + \eta_m^2} \text{ und } \eta_m^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_m ;$$

$$\bar{S} = 2 \cdot N_m \cdot \arcsin \sqrt{\left(\sin \frac{\Delta L}{2} \cdot \cos B_m \right)^2 + \left(\cos \frac{\Delta L}{2} \cdot \sin \frac{\Delta B}{2} \right)^2} ;$$

$$\bar{u}_m = \bar{S} \cdot \frac{\cos \frac{\Delta L}{2} \cdot \sin \frac{\Delta B}{2}}{\sin \frac{\bar{S}}{2 \cdot N_m}} ; \quad \bar{v}_m = \bar{S} \cdot \frac{\sin \frac{\Delta L}{2} \cdot \cos B_m}{\sin \frac{\bar{S}}{2 \cdot N_0}}$$

$$\frac{\Delta \bar{A}}{2} = \arcsin \frac{\sin \frac{\Delta L}{2} \cdot \sin B_m}{\cos \frac{\bar{S}}{2 \cdot N_m}} ;$$

$$u_m = \bar{u}_m + [1.0]^{EPu} \cdot \Delta B \\ + [3.0]^{EPu} \cdot \Delta B^3 \\ + [1.2]^{EPu} \cdot \Delta B \cdot \Delta L^2$$

$$v_m = \bar{v}_m + [2.1]^{EPv} \cdot \Delta B^2 \cdot \Delta L$$

$$\text{mit } [1.0]^{EPu} = -N_m \cdot \eta_m^2 \cdot (1 - \eta_m^2 + \eta_m^4)$$

$$[3.0]^{EPu} = \frac{1}{8} \cdot N_m \cdot \eta_m^2 \cdot (1 - \tan^2 B_m)$$

$$[1.2]^{EPu} = \frac{1}{8} \cdot N_m \cdot \eta_m^2 \cdot \sin^2 B_m$$

$$[2.1]^{EPV} = -\frac{1}{24} \cdot N_m \cdot \eta_m^2 \cdot \cos B_m \cdot (1 + 9 \cdot \tan^2 B_m) ;$$

$$S = \sqrt{u_m^2 + v_m^2}$$

$$A_m = \arccos \frac{u_m}{S} \cap \arcsin \frac{v_m}{S}$$

$$A_0 = A_m - \frac{\Delta A}{2} ;$$

$$h^P = h^E = h ;$$

$$d\tilde{x}^P = (\partial\tilde{x}^P/\partial\tilde{x}^E) \cdot d\tilde{x}^E$$

mit

$$d\tilde{x}^P = \begin{bmatrix} dA_0 \\ dS \\ dh^P \end{bmatrix} \quad (\partial\tilde{x}^P/\partial\tilde{x}^E) = \begin{bmatrix} \frac{\partial A_0}{\partial B} & \frac{\partial A_0}{\partial L} & \frac{\partial A_0}{\partial h^E} \\ \frac{\partial S}{\partial B} & \frac{\partial S}{\partial L} & \frac{\partial S}{\partial h^E} \\ \frac{\partial h^P}{\partial B} & \frac{\partial h^P}{\partial L} & \frac{\partial h^P}{\partial h^E} \end{bmatrix} \quad d\tilde{x}^E = \begin{bmatrix} dB \\ dL \\ dh^E \end{bmatrix}$$

und (1. Näherung)

$$(\partial\tilde{x}^P/\partial\tilde{x}^E) = \begin{bmatrix} -\frac{N_m \cdot \sin A_0}{v_m^2 \cdot S} & \frac{N_m \cdot \cos B_m \cdot \cos A_0}{S} & 0 \\ \frac{N_m}{v_m^2} \cdot \cos A_0 & N_m \cdot \cos B_0 \cdot \sin A_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

Literatur: SCHÖDLBAUER (1980/1; 1980/2; 1981, S. 78-83), a.a.O. (1981, S. 72-115), darüberhinaus Darstellung weiterer Lösungsverfahren von BESSEL/HELMERT, GAUSS/HELMERT, HUBENY, JORDAN, MORITZ, SCHÖDLBAUER.

Rechenbeispiel

$\tilde{x}^E \rightarrow \tilde{x}^P$		Bessel-Ellipsoid	
P_0	Bonstetten	P	Wellheim
		c	6 398 786,849 m
		e'^2	0,00671 9219
B_0	48°26'46,4355"	B	48°48'35,6813"
B_0	48,44595 431°	B	48,80991 147°
L_0	10°42'59,3215"	L	11°03'45,1103"
L_0	10,71647 819°	L	11,06253 064°
η_m^2	0,00293 5289	B_m	48,62793 289°
V_m	1,00146 6569	ΔB	0,36395 716°
N_m	6 389 416,329 m	ΔL	0,34605 245°
		\bar{S}	47 936,161 m
$[1.0]^{EPu}$	- 326,375 m/(°)	\bar{u}_m	40 587,017 m
$[3.0]^{EPu}$	- 0,004 m/(°) ³	+ $[1.0]^{EPu} \cdot \Delta B$	- 118,787 m
$[1.2]^{EPu}$	- 0,007 m/(°) ³	+ $[3.0]^{EPu} \cdot \Delta B^3$	- 0,000 m
		+ $[1.2]^{EPu} \cdot \Delta B \cdot \Delta L^2$	+ 0,000 m
		$u_m = S \cdot \cos A_m$	40 468,230 m
$[2.1]^{EPv}$	- 0,034 m/(°) ³	\bar{v}_m	25 506,266 m
		+ $[2.1]^{EPv} \cdot \Delta B^2 \cdot \Delta L$	- 0,002 m
		$v_m = S \cdot \sin A_m$	25 506,264 m
		S	47 835,626 m
		A_m	35,80262 0 gon
		- $\Delta A/2$	- 0,14427 3 gon
		A_0	35,65834 7 gon
		$h^P = h^E = h$	542,17 m

Gegeben: Bezugsellipsoid (c, e'^2);

m_0 : Maßstabsfaktor der Gaußschen Abbildung im Bezugsmeridian
(GK : $m_0 = 1$; UTM : $m_0 = 0,9996$);

$P(B, L, h^E = h)$: Koordinaten des Punktes P im \tilde{x}^E -System

L_0 : Geographische Länge des Bezugsmeridians.

Gesucht: $P(x^K, y^K, z^K)$: Koordinaten des Punktes P im \tilde{x}^K -System
(Bezugsmeridian L_0);

$(\partial \tilde{x}^K / \partial \tilde{x}^E)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\tilde{x}^K = \tilde{x}^K(\tilde{x}^E)$.

$$N = \frac{c}{V} \quad \text{mit} \quad V = \sqrt{1 + \eta^2} \quad \text{und} \quad \eta^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B ;$$

$$G = E_0 \cdot B + E_2 \cdot \sin(2 \cdot B) + E_4 \cdot \sin(4 \cdot B) + E_6 \cdot \sin(6 \cdot B)$$

$$\text{mit} \quad E_0 = c \cdot \left(1 - \frac{3}{4} \cdot e'^2 + \frac{45}{64} \cdot e'^4 - \frac{175}{256} \cdot e'^6 + \frac{11025}{16384} \cdot e'^8 \right)$$

$$E_2 = c \cdot \left(-\frac{3}{8} \cdot e'^2 + \frac{15}{32} \cdot e'^4 - \frac{525}{1024} \cdot e'^6 + \frac{2205}{4096} \cdot e'^8 \right)$$

$$E_4 = c \cdot \left(\frac{15}{256} \cdot e'^4 - \frac{105}{1024} \cdot e'^6 + \frac{2205}{16384} \cdot e'^8 \right)$$

$$E_6 = c \cdot \left(-\frac{35}{3072} \cdot e'^6 + \frac{315}{12288} \cdot e'^8 \right) ;$$

$$\bar{G} = N \cdot B ;$$

$$\Delta L = L - L_0 ;$$

$$\bar{x}^K = m_0 \cdot N \cdot \arctan \frac{\tan B}{\cos \Delta L} \quad \bar{y}^K = m_0 \cdot N \cdot \arctan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cdot \arcsin(\cos B \cdot \sin \Delta L) \right)$$

$$x^K = \bar{x}^K + m_0 \cdot (G - \bar{G}) + [4]^{EKx} \cdot \Delta L^4 \quad y^K = \bar{y}^K + [3]^{EKy} \cdot \Delta L^3$$

$$\text{mit} \quad [4]^{EKx} = \frac{3 \cdot m_0}{8} \cdot N \cdot \eta^2 \cdot \cos^3 B \cdot \sin B \quad [3]^{EKy} = \frac{m_0}{6} \cdot N \cdot \eta^2 \cdot \cos^3 B ;$$

$$h^K = h^E = h ;$$

$$d\tilde{x}^K = (\partial\tilde{x}^K/\partial\tilde{x}^E) \cdot d\tilde{x}^E$$

mit

$$d\tilde{x}^K = \begin{bmatrix} dx^K \\ dy^K \\ dh^K \end{bmatrix} \quad (\partial\tilde{x}^K/\partial\tilde{x}^E) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x^K}{\partial B} & \frac{\partial x^K}{\partial L} & \frac{\partial x^K}{\partial h^E} \\ \frac{\partial y^K}{\partial B} & \frac{\partial y^K}{\partial L} & \frac{\partial y^K}{\partial h^E} \\ \frac{\partial h^K}{\partial B} & \frac{\partial h^K}{\partial L} & \frac{\partial h^K}{\partial h^E} \end{bmatrix} \quad d\tilde{x}^E = \begin{bmatrix} dB \\ dL \\ dh^E \end{bmatrix}$$

und (1. Näherung)

$$(\partial\tilde{x}^K/\partial\tilde{x}^E) = \begin{bmatrix} \frac{N}{V^2} & 0 & 0 \\ 0 & N \cdot \cos B & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

Literatur: SCHÖDLBAUER (1981; 1982, S. 55-68), a.a.O. (1982, S. 16-77),
darüberhinaus Darstellung weiterer Lösungen nach HRISTOW,
HUBENY/RINNER.

Rechenbeispiel

$\tilde{x}^E \rightarrow \tilde{x}^K$		Bessel-Ellipsoid	
(P_0)	Meridian Bonstetten	P	Wellheim
		c	6 398 786,849 m
		e'^2	0,00671 9219
L_0	10°42'59,3215"	B	48°48'35,6813"
		B	48,80991 147°
L_0	10,71647 819°	L	11°03'45,1103"
		L	11,06253 064°
η_m^2	0,00291 4128	ΔL	0,34605 245°
V	1,00145 6004	G	5 407 935,775 m
N	6 389 483,736 m	\bar{G}	5 443 160,703 m
[4] ^{EKx}	1,3925 · 10 ⁻⁴ m/(°) ⁴	\bar{x}^K	5 443 218,458 m
		$m_0 \cdot (G - \bar{G})$	- 35 224,928 m
		+ [4] ^{EKx} · ΔL^4	+ 0,000 m
		x^K	5 407 993,530 m
[3] ^{EKy}	4,7124 · 10 ⁻³ m/(°) ³	\bar{y}^K	25 414,385 m
		+ [3] ^{EKy} · ΔL^3	+ 0,000 m
		y^K	25 414,385 m
		$h^K = h^E = h$	542,17 m

Gegeben: Bezugsellipsoid (c, e'^2);

m_0 : Maßstabsfaktor der Gaußschen Abbildung im Bezugsmeridian
(GK : $m_0 = 1$; UTM : $m_0 = 0,9996$);

$P(x^K, y^K, h^K = h)$: Koordinaten des Punktes P im \tilde{x}^K -System

L_0 : Geographische Länge des Bezugsmeridians.

Gesucht: $P(B, L, h^E)$: Koordinaten des Punktes P im \tilde{x}^E -System

$(\partial \tilde{x}^E / \partial \tilde{x}^K)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\tilde{x}^E = \tilde{x}^E(\tilde{x}^K)$.

$$B_F = \frac{x^K}{E_0} + F_2 \cdot \sin \frac{2 \cdot x^K}{E_0} + F_4 \cdot \sin \frac{4 \cdot x^K}{E_0} + F_6 \cdot \sin \frac{6 \cdot x^K}{E_0}$$

mit

$$E_0 = m_0 \cdot c \cdot \left(1 - \frac{3}{4} \cdot e'^2 + \frac{45}{64} \cdot e'^4 - \frac{175}{256} \cdot e'^6 + \frac{11025}{16384} \cdot e'^8 \right)$$

$$F_2 = \frac{3}{8} \cdot e'^2 - \frac{3}{16} \cdot e'^4 + \frac{213}{2048} \cdot e'^6 - \frac{255}{4096} \cdot e'^8$$

$$F_4 = \frac{21}{256} \cdot e'^4 - \frac{21}{256} \cdot e'^6 + \frac{533}{8192} \cdot e'^8$$

$$F_6 = \frac{151}{6144} \cdot e'^6 - \frac{453}{12288} \cdot e'^8 ;$$

$$N_F = \frac{c}{V_F} \quad \text{mit} \quad V_F = \sqrt{1 + \eta_F^2} \quad \text{und} \quad \eta_F^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_F ;$$

$$y^S = 2 \cdot \arctan \left\{ e^{\frac{y^K}{m_0 \cdot N_F}} \right\} - \frac{\pi}{2} ;$$

$$B = \arcsin(\cos y^S \cdot \sin B_F) ; \quad \Delta \bar{L} = \arctan \frac{\tan y^S}{\cos B_F} ;$$

$$B = \bar{B} + [2]^{KEB} \cdot y^{K^2} + [4]^{KEB} \cdot y^{K^4} \quad L = L_0 + \Delta \bar{L} + [3]^{KEL} \cdot y^{K^3}$$

mit

$$[2]^{KEB} = -\frac{1}{2 \cdot m_0^2 \cdot N_F^2} \cdot \eta_F^2 \cdot \tan B_F \qquad [3]^{KEB} = -\frac{1}{6 \cdot m_0^3 \cdot N_F^3 \cdot \cos B_F} \cdot \eta_F^2 ;$$

$$[4]^{KEB} = \frac{1}{4 \cdot m_0^4 \cdot N_F^4} \cdot \eta_F^2 \cdot \tan B_F \cdot (1 - \tan^2 B_F) ;$$

$$h^E = h^K = h ;$$

$$d\tilde{x}^E = (\partial_{\tilde{x}^E} / \partial_{\tilde{x}^K}) \cdot d\tilde{x}^K$$

mit

$$d\tilde{x}^E = \begin{bmatrix} dB \\ dL \\ dh^E \end{bmatrix} \quad (\partial_{\tilde{x}^E} / \partial_{\tilde{x}^K}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial B}{\partial x^K} & \frac{\partial B}{\partial y^K} & \frac{\partial B}{\partial h^K} \\ \frac{\partial L}{\partial x^K} & \frac{\partial L}{\partial y^K} & \frac{\partial L}{\partial h^K} \\ \frac{\partial h^E}{\partial x^K} & \frac{\partial h^E}{\partial y^K} & \frac{\partial h^E}{\partial h^K} \end{bmatrix} \quad d\tilde{x}^K = \begin{bmatrix} dx^K \\ dy^K \\ dh^K \end{bmatrix}$$

und (1. Näherung)

$$(\partial_{\tilde{x}^E} / \partial_{\tilde{x}^K}) = \begin{bmatrix} \frac{V_F^2}{N_F} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{N_F \cdot \cos B_F} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

Literatur: KRACK (1981); eine Darstellung dieser Lösung und von Verfahren nach HRISTOW, KROVÁK und RINNER findet sich z.B. in SCHÖDLBAUER (1982, S. 78-136).

Rechenbeispiel

$\tilde{x}^K \rightarrow \tilde{x}^E$		Bessel-Ellipsoid	
(P_0)	Meridian Bonstetten	P	Wellheim
		c	6 398 786,849 m
		e'^2	0,00671 9219
L_0	10°42'59,3215"	x^K	5 407 993,530 m
η_F^2	0,00291 4067	y^K	25 414,385 m
V_F	1,00145 5974	B_F	48,81043 089 °
N_F	6 389 483,927 m	y^S	0,22789 526 °
$[2]^{KEB}$	$-0,23367 \cdot 10^{-14} \text{ (°)/m}^2$	\bar{B}	48,80991 298 °
$[4]^{KEB}$	$-0,9 \cdot 10^{-29} \text{ (°)/m}^4$	+ $[2]^{KEB} \cdot y^{K^2}$	- 0,00000 151 °
		+ $[4]^{KEB} \cdot y^{K^4}$	- 0,00000 000 °
		B	48,80991 147 °
		B	48°48'35,6813"
$[3]^{KEL}$	$-0,1620 \cdot 10^{-21} \text{ (°)/m}^3$	L_0	10,71647 819 °
		+ $\Delta\bar{L}$	+ 0,34605 2443°
		+ $[3]^{KEL} \cdot y^{K^3}$	- 0,00000 0003°
		L	11,06253 064 °
		L	11°03'45,1103"
		$h^E = h^K = h$	542,17 m

Gegeben: Bezugsellipsoid (c, e'^2);

m_0 : Maßstabsfaktor der Gaußschen Abbildung im Bezugsmeridian
(GK : $m_0 = 1$; UTM : $m_0 = 0,9996$);

$P(x^K, y^K, h^K = h)$: Koordinaten des Punktes P im \tilde{x}^K -System
(Bezugsmeridian L_0)

$P_0(x_0^K, y_0^K = 0, h_0^K = 0)$: Koordinaten des Poles P_0 des
 \tilde{x}^P -Systems im \tilde{x}^K -System (Pol P_0 im
Bezugsmeridian L_0)

Gesucht: $P(A_0, S, h^P)$: Koordinaten des Punktes P im \tilde{x}^P -System (Pol P_0);
 $(\partial \tilde{x}^P / \partial \tilde{x}^K)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\tilde{x}^P = \tilde{x}^P(\tilde{x}^K)$.

$$B_0 = \frac{x_0^K}{E_0} + F_2 \cdot \sin \frac{2 \cdot x_0^K}{E_0} + F_4 \cdot \sin \frac{4 \cdot x_0^K}{E_0} + F_6 \cdot \sin \frac{6 \cdot x_0^K}{E_0}$$

mit

$$E_0 = m_0 \cdot c \cdot \left(1 - \frac{3}{4} \cdot e'^2 + \frac{45}{64} \cdot e'^4 - \frac{175}{256} \cdot e'^6 + \frac{11025}{16384} \cdot e'^8 \right)$$

$$F_2 = m_0 \cdot c \cdot \left(\frac{3}{8} \cdot e'^2 - \frac{3}{16} \cdot e'^4 + \frac{213}{2048} \cdot e'^6 - \frac{255}{4096} \cdot e'^8 \right)$$

$$F_4 = m_0 \cdot c \cdot \left(\frac{21}{256} \cdot e'^4 - \frac{21}{256} \cdot e'^6 + \frac{533}{8192} \cdot e'^8 \right)$$

$$F_6 = m_0 \cdot c \cdot \left(\frac{151}{6144} \cdot e'^6 - \frac{453}{12288} \cdot e'^8 \right)$$

$$R_0 = \frac{c}{V_0^2} \quad \text{mit} \quad V_0^2 = 1 + \eta_0^2 \quad \text{und} \quad \eta_0^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_0 ;$$

$$\Delta x^K = x^K - x_0^K ;$$

$$\begin{aligned}
u_0 = & [1.0]^{K_{Pu}} \cdot \Delta x^K \\
& + [1.2]^{K_{Pu}} \cdot \Delta x^{K^2} \\
& + [2.2]^{K_{Pu}} \cdot \Delta x^{K^2} \cdot y^{K^2} \\
& + [0.4]^{K_{Pu}} \cdot y^{K^4} \\
& + [3.2]^{K_{Pu}} \cdot \Delta x^{K^3} \cdot y^{K^2} \\
& + [1.4]^{K_{Pu}} \cdot \Delta x^K \cdot y^{K^4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_0 = & [0.1]^{K_{Pv}} \cdot y^K \\
& + [0.3]^{K_{Pv}} \cdot y^{K^3} \\
& + [2.1]^{K_{Pv}} \cdot \Delta x^{K^2} \cdot y^K \\
& + [3.1]^{K_{Pv}} \cdot \Delta x^{K^3} \cdot y^K \\
& + [1.3]^{K_{Pv}} \cdot \Delta x^K \cdot y^{K^3} \\
& + [4.1]^{K_{Pv}} \cdot \Delta x^{K^4} \cdot y^K \\
& + [2.3]^{K_{Pv}} \cdot \Delta x^{K^2} \cdot y^{K^3} \\
& + [0.5]^{K_{Pv}} \cdot y^{K^5}
\end{aligned}$$

mit

$$[1.0]^{K_{Pu}} = \frac{1}{m_0}$$

$$[0.1]^{K_{Pv}} = \frac{1}{m_0}$$

$$[1.2]^{K_{Pu}} = -\frac{1}{3 \cdot m_0^3 \cdot R_0^2}$$

$$[2.1]^{K_{Pv}} = \frac{1}{6 \cdot m_0^3 \cdot R_0^2}$$

$$[2.2]^{K_{Pu}} = \frac{5}{6 \cdot m_0^4 \cdot R_0^3} \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0$$

$$[0.3]^{K_{Pv}} = -\frac{1}{6 \cdot m_0^3 \cdot R_0^2}$$

$$[0.4]^{K_{Pu}} = -\frac{5}{6 \cdot m_0^4 \cdot R_0^3} \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0$$

$$[3.1]^{K_{Pv}} = -\frac{5}{3 \cdot m_0^4 \cdot R_0^3} \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0$$

$$[3.2]^{K_{Pu}} = -\frac{2}{45 \cdot m_0^5 \cdot R_0^4}$$

$$[1.3]^{K_{Pv}} = \frac{2}{3 \cdot m_0^4 \cdot R_0^3} \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0$$

$$[1.4]^{K_{Pu}} = \frac{4}{45 \cdot m_0^5 \cdot R_0^4}$$

$$[4.1]^{K_{Pv}} = -\frac{7}{360 \cdot m_0^5 \cdot R_0^4}$$

$$[2.3]^{K_{Pv}} = -\frac{13}{180 \cdot m_0^5 \cdot R_0^4}$$

$$[0.5]^{K_{Pv}} = \frac{1}{24 \cdot m_0^5 \cdot R_0^4}$$

$$S = \sqrt{u_0^2 + v_0^2}$$

$$A_0 = \arccos \frac{u_0}{S} \cap \arcsin \frac{v_0}{S} ;$$

$$h^P = h^K = h ;$$

$$d\tilde{x}^P = (\partial\tilde{x}^P/\partial\tilde{x}^K) \cdot d\tilde{x}^K$$

mit

$$d\tilde{x}^P = \begin{bmatrix} dA_0 \\ dS \\ dh^P \end{bmatrix} \quad (\partial\tilde{x}^P/\partial\tilde{x}^K) = \begin{bmatrix} \frac{\partial A_0}{\partial x^K} & \frac{\partial A_0}{\partial y^K} & \frac{\partial A_0}{\partial h^K} \\ \frac{\partial S}{\partial x^K} & \frac{\partial S}{\partial y^K} & \frac{\partial S}{\partial h^K} \\ \frac{\partial h^P}{\partial x^K} & \frac{\partial h^P}{\partial y^K} & \frac{\partial h^P}{\partial h^K} \end{bmatrix} \quad d\tilde{x}^K = \begin{bmatrix} dx^K \\ dy^K \\ dh^K \end{bmatrix}$$

und (1. Näherung)

$$(\partial\tilde{x}^P/\partial\tilde{x}^K) = \begin{bmatrix} -\frac{y^K}{S^2} = -\frac{\sin A_0}{S} & \frac{\Delta x^K}{S^2} = \frac{\cos A_0}{S} & 0 \\ \cos A_0 & \sin A_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

Literatur: z.B. in SCHÖDLBAUER (1982, S. 246-257); die vorliegende Lösung wurde von KRACK (nicht publiziert) durch Reihenumkehr aus Lösung Anlage 6 entwickelt.

Rechenbeispiel

$\tilde{x}^K \rightarrow \tilde{x}^P$ *)		Bessel-Ellipsoid	
P_0	Bonstetten	P	Wellheim
x_0^K	5 407 993,530 m	c	6 398 786,849 m
y_0^K	0 m	e'^2	0,00671 9219
B_0	48,44595 431 °		
L_0	10°42'59,3215"		
η_F^2	0,00295 6468	x^K	5 407 993,530 m
V_0	1,00147 7143	Δx^K	40 526,144 m
R_0	6 379 924,804 m	y^K	25 414,385 m
$[1.0]^{Kpu}$	1,00000 00000	$[1.0]^{Kpu} \cdot \Delta x^K$	40 526,144 m
$[1.2]^{Kpu}$	$-8,1893 \cdot 10^{-15} \text{ m}^{-2}$	$+ [1.2]^{Kpu} \cdot \Delta x^K \cdot y^{K^2}$	- 0,214 m
		$u_0 = S \cdot \cos A_0$	40 525,930 m
$[0.1]^{Kpv}$	1,00000 00000	$[0.1]^{Kpv} \cdot y^K$	25 414,385 m
$[2.1]^{Kpv}$	$4,0947 \cdot 10^{-15} \text{ m}^{-2}$	$+ [2.1]^{Kpv} \cdot \Delta x^{K^2} \cdot y^K$	+ 0,171 m
$[0.3]^{Kpv}$	$- 4,0947 \cdot 10^{-15} \text{ m}^{-2}$	$+ [0.3]^{Kpv} \cdot y^{K^3}$	- 0,067 m
		$v_0 = S \cdot \sin A_0$	25 414,489 m
*) Bezugsmeridian des \tilde{x}^K -Systems verläuft durch P_0		S	47 835,627 m
		A_0	35,65834 7 gon
		$h^P = h^K = h$	542,17 m

Gegeben: Bezugsellipsoid (c, e'^2);

m_0 : Maßstabsfaktor der Gaußschen Abbildung im Bezugsmeridian
(GK : $m_0 = 1$; UTM : $m_0 = 0,9996$);

$P_0 (x_0^K, y_0^K = 0, h_0^P = 0)$: Koordinaten des Poles P_0 des
 \tilde{x}^P -Systems im \tilde{x}^K -System (Bezugsmeridian
im Pol P_0)

Gesucht: $P (x^K, y^K, h^K)$: Koordinaten des Punktes P im \tilde{x}^K -System (Bezugs-
meridian im Pol P_0)

$(\partial \tilde{x}^K / \partial \tilde{x}^P)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\tilde{x}^K = \tilde{x}^K(\tilde{x}^P)$.

$$B_0 = \frac{x_0^K}{E_0} + F_2 \cdot \sin \frac{2 \cdot x_0^K}{E_0} + F_4 \cdot \sin \frac{4 \cdot x_0^K}{E_0} + F_6 \cdot \sin \frac{6 \cdot x_0^K}{E_0}$$

mit

$$E_0 = m_0 \cdot c \cdot \left(1 - \frac{3}{4} \cdot e'^2 + \frac{45}{64} \cdot e'^4 - \frac{175}{256} \cdot e'^6 + \frac{11025}{16384} \cdot e'^8 \right)$$

$$F_2 = m_0 \cdot c \cdot \left(\frac{3}{8} \cdot e'^2 - \frac{3}{16} \cdot e'^4 + \frac{213}{2048} \cdot e'^6 - \frac{255}{4096} \cdot e'^8 \right)$$

$$F_4 = m_0 \cdot c \cdot \left(\frac{21}{256} \cdot e'^4 - \frac{21}{256} \cdot e'^6 + \frac{533}{8192} \cdot e'^8 \right)$$

$$F_6 = m_0 \cdot c \cdot \left(\frac{151}{6144} \cdot e'^6 - \frac{453}{12288} \cdot e'^8 \right)$$

$$R_0 = \frac{c}{V_0^2} \quad \text{mit} \quad V_0^2 = 1 + \eta_0^2 \quad \text{und} \quad \eta_0^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_0 ;$$

$$\begin{aligned} x^K &= x_0^K + [1.0]^{PKx} \cdot u_0 & y^K &= [0.1]^{PKy} \cdot v_0 \\ &+ [1.2]^{PKx} \cdot u_0 \cdot v_0^2 & &+ [2.1]^{PKy} \cdot u_0^2 \cdot v_0 \\ &+ [2.2]^{PKx} \cdot u_0^2 \cdot v_0^2 & &+ [0.3]^{PKy} \cdot v_0^3 \\ &+ [0.4]^{PKx} \cdot v_0^4 & &+ [3.1]^{PKy} \cdot u_0^3 \cdot v_0 + [4.1]^{PKy} \cdot u_0^4 \cdot v_0 \\ &+ [3.2]^{PKx} \cdot u_0^3 \cdot v_0^2 & &+ [1.3]^{PKy} \cdot u_0 \cdot v_0^3 + [2.3]^{PKy} \cdot u_0^2 \cdot v_0^3 \\ &+ [1.4]^{PKx} \cdot u_0 \cdot v_0^4 & &+ [0.5]^{PKy} \cdot v_0^5 \end{aligned}$$

mit $u_0 = S \cdot \cos A_0$
 $v_0 = S \cdot \sin A_0$

und [1.0]^{PKx} = m_0

[1.2]^{PKx} = $\frac{m_0}{3 \cdot R_0^2}$

[2.2]^{PKx} = $-\frac{5 \cdot m_0}{6 \cdot R_0^3} \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0$

[0.4]^{PKx} = $\frac{m_0}{6 \cdot R_0^3} \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0$

[3.2]^{PKx} = $-\frac{m_0}{15 \cdot R_0^4}$

[1.4]^{PKx} = $\frac{2 \cdot m_0}{15 \cdot R_0^4}$

[0.1]^{PKy} = m_0

[2.1]^{PKy} = $-\frac{m_0}{6 \cdot R_0^2}$

[0.3]^{PKy} = $\frac{m_0}{6 \cdot R_0^2}$

[3.1]^{PKy} = $\frac{m_0}{3 \cdot R_0^3} \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0$

[1.3]^{PKy} = $-\frac{2 \cdot m_0}{3 \cdot R_0^3} \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0$

[4.1]^{PKy} = $\frac{m_0}{120 \cdot R_0^4}$

[2.3]^{PKy} = $-\frac{3 \cdot m_0}{20 \cdot R_0^4}$

[0.5]^{PKy} = $\frac{m_0}{24 \cdot R_0^4}$

$h^E = h^K = h$;

$d\tilde{x}^K = (\partial\tilde{x}^K/\partial\tilde{x}^P) \cdot d\tilde{x}^P$

mit

$$d\tilde{x}^K = \begin{bmatrix} dx^K \\ dy^K \\ dh^K \end{bmatrix} \quad (\partial\tilde{x}^K/\partial\tilde{x}^P) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x^K}{\partial A_0} & \frac{\partial x^K}{\partial S} & \frac{\partial x^K}{\partial h^P} \\ \frac{\partial y^K}{\partial A_0} & \frac{\partial y^K}{\partial S} & \frac{\partial y^K}{\partial h^P} \\ \frac{\partial h^K}{\partial A_0} & \frac{\partial h^K}{\partial S} & \frac{\partial h^K}{\partial h^P} \end{bmatrix} \quad d\tilde{x}^P = \begin{bmatrix} dA_0 \\ dS \\ dh^P \end{bmatrix}$$

und (1. Näherung)

$$(\partial_{\tilde{x}^k} / \partial_{\tilde{x}^p}) = \begin{bmatrix} -S \cdot \sin A_0 = -y^k & \cos A_0 = \frac{\Delta x^k}{S} & 0 \\ -S \cdot \cos A_0 = \Delta x^k & \sin A_0 = \frac{y^k}{S} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

Literatur: HRISTOW (1955, S. 186-187);
siehe hierzu auch SCHÖDLBAUER (1982, S. 226-245).

Rechenbeispiel

$\tilde{x}^P \rightarrow \tilde{x}^K$ *)		Bessel-Ellipsoid	
P_0	Bonstetten	P	Wellheim
x_0^K	5 407 993,530 m	c	6 398 786,849 m
y_0^K	0 m	e'^2	0,00671 9219
B_0	48,44595 431 °	A_0	35,65834 7 gon
L_0	10°42'59,3215"	S	47 835,627 m
η_F^2	0,00295 6468	$u_0 = S \cdot \cos A_0$	40 525,930 m
V_0	1,00147 7143	$v_0 = S \cdot \sin A_0$	25 414,489 m
R_0	6 379 924,804 m		
$[1.0]^{PKx}$	1,00000 00000	x_0^K	5 367 467,386 m
$[1.2]^{PKx}$	$8,1893 \cdot 10^{-15} \text{ m}^{-2}$	+ $[1.0]^{PKx} \cdot u_0$	+ 40 525,930 m
		+ $[1.2]^{PKx} \cdot u_0 \cdot v_0^2$	+ 0,214 m
		x^K	5 407 993,530 m
$[0.1]^{PKy}$	1,00000 00000	$[0.1]^{PKy} \cdot v_0$	25 414,488 m
$[2.1]^{PKy}$	$- 4,0947 \cdot 10^{-15} \text{ m}^{-2}$	+ $[2.1]^{PKy} \cdot u_0^2 \cdot v_0$	- 0,170 m
$[0.3]^{PKy}$	$4,0947 \cdot 10^{-15} \text{ m}^{-2}$	+ $[0.3]^{PKy} \cdot v_0^3$	+ 0,067 m
		y^K	25 414,385 m
		$h^K = h^P = h$	542,17 m

*) Bezugsmeridian des \tilde{x}^K -Systems verläuft durch P_0

Gegeben: Bezugsellipsoid (c, e'^2);

$P_0 (B_0, L_0, h_0^P = 0)$: Koordinaten des Poles P_0 im \tilde{x}^E -System

$P (A_0, S, h^P = 0)$: Koordinaten des Punktes P im \tilde{x}^P -System
(Pol P_0).

Gesucht: $P (x^L, y^L, z^L)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^L -System;

$(\partial \underline{x}^L / \partial \tilde{x}^P)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{x}^L = \underline{x}^L(\tilde{x}^P)$.

$$N_0 = \frac{c}{V_0} \quad \text{mit} \quad V_0 = \sqrt{1 + \eta_0^2} \quad \text{und} \quad \eta_0^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_0 ;$$

$$\begin{aligned} x^L &= \sin \frac{S}{N_0} \cdot \cos A_0 \cdot (N_0 + h^P) \\ &+ [3.0]^{PLx} \cdot u_0^3 \\ &+ [1.2]^{PLx} \cdot u_0 \cdot v_0^2 \\ &+ [4.0]^{PLx} \cdot u_0^4 \\ &+ [2.2]^{PLx} \cdot u_0^2 \cdot v_0^2 \\ &+ [0.4]^{PLx} \cdot v_0^4 \\ &+ \{ [1.0]^{PLhx} \cdot u_0 \\ &+ [2.0]^{PLhx} \cdot u_0^2 \\ &+ [0.2]^{PLhx} \cdot v_0^2 \} \cdot h^P \end{aligned} \quad \begin{aligned} y^L &= \sin \frac{S}{N_0} \cdot \sin A_0 \cdot (N_0 + h^P) \\ &+ [2.1]^{PLY} \cdot u_0^2 \cdot v_0 \\ &+ [3.1]^{PLY} \cdot u_0^3 \cdot v_0 \\ &+ [1.3]^{PLY} \cdot u_0 \cdot v_0^3 \\ &+ [1.1]^{PLY} \cdot u_0 \cdot v_0 \cdot h^P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z^L &= \cos \frac{S}{N_0} \cdot (N_0 + h^P) - N_0 \\ &+ [2.0]^{PLz} \cdot u_0^2 \\ &+ [3.0]^{PLz} \cdot u_0^3 \\ &+ [1.2]^{PLz} \cdot u_0 \cdot v_0^2 \\ &+ [4.0]^{PLz} \cdot u_0^4 \\ &+ [2.2]^{PLz} \cdot u_0^2 \cdot v_0^2 \\ &+ [0.4]^{PLz} \cdot v_0^4 \\ &+ [2.0]^{PLhz} \cdot u_0^2 \cdot h^P \end{aligned}$$

mit $u_0 = S \cdot \cos A_0$
 $v_0 = S \cdot \sin A_0$

und

$$[3.0]^{PLx} = \frac{\eta_0^2}{3 \cdot N_0^2}$$

$$[2.1]^{PLy} = -\frac{\eta_0^2}{6 \cdot N_0^2}$$

$$[1.2]^{PLx} = -\frac{\eta_0^2}{6 \cdot N_0^2}$$

$$[3.1]^{PLy} = \frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{3 \cdot N_0^2}$$

$$[4.0]^{PLx} = \frac{3 \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0}{8 \cdot N_0^3}$$

$$[1.3]^{PLy} = \frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{3 \cdot N_0^2}$$

$$[2.2]^{PLx} = \frac{5 \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0}{12 \cdot N_0^3}$$

$$[1.1]^{PLy} = -\frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{N_0^2}$$

$$[0.4]^{PLx} = \frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{24 \cdot N_0^3}$$

$$[1.0]^{PLhx} = \frac{\eta_0^2}{N_0}$$

$$[2.0]^{PLhx} = -\frac{3 \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0}{2 \cdot N_0^2}$$

$$[0.2]^{PLhx} = -\frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{2 \cdot N_0^2}$$

$$[2.0]^{PLz} = -\frac{\eta_0^2}{2 \cdot N_0^2}$$

$$[2.2]^{PLz} = \frac{\eta_0^2 \cdot (1 - \tan^2 B_0)}{4 \cdot N_0^3}$$

$$[3.0]^{PLz} = \frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{2 \cdot N_0^2}$$

$$[0.4]^{PLz} = -\frac{\eta_0^2 \cdot \tan^2 B_0}{8 \cdot N_0^3}$$

$$[1.2]^{PLz} = \frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{2 \cdot N_0^2}$$

$$[2.0]^{PLhz} = -\frac{\eta_0^2}{N_0^2}$$

$$[4.0]^{PLz} = \frac{\eta_0^2 \cdot (2 - \tan^2 B_0)}{8 \cdot N_0^3}$$

$$d\underline{x}^L = (\partial\underline{x}^L/\partial\underline{x}^P) \cdot d\underline{x}^P$$

mit

$$d\underline{x}^L = \begin{bmatrix} dx^L \\ dy^L \\ dz^L \end{bmatrix} \quad (\partial\underline{x}^L/\partial\underline{x}^P) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x^L}{\partial A_0} & \frac{\partial x^L}{\partial S} & \frac{\partial x^L}{\partial h^P} \\ \frac{\partial y^L}{\partial A_0} & \frac{\partial y^L}{\partial S} & \frac{\partial y^L}{\partial h^P} \\ \frac{\partial z^L}{\partial A_0} & \frac{\partial z^L}{\partial S} & \frac{\partial z^L}{\partial h^P} \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^P = \begin{bmatrix} dA_0 \\ dS \\ dh^P \end{bmatrix}$$

und (1. Näherung)

$$(\partial\underline{x}^L/\partial\underline{x}^P) = \begin{bmatrix} -\sin \frac{S}{N_0} \cdot \sin A_0 \cdot (N_0 + h^P) & \cos \frac{S}{N_0} \cdot \cos A_0 \cdot \left(1 + \frac{h^P}{N_0}\right) & \sin \frac{S}{N_0} \cdot \cos A_0 \\ \sin \frac{S}{N_0} \cdot \cos A_0 \cdot (N_0 + h^P) & \cos \frac{S}{N_0} \cdot \sin A_0 \cdot \left(1 + \frac{h^P}{N_0}\right) & \sin \frac{S}{N_0} \cdot \sin A_0 \\ 0 & -\sin \frac{S}{N_0} \cdot \left(1 + \frac{h^P}{N_0}\right) & \cos \frac{S}{N_0} \end{bmatrix}.$$

Literatur: SCHÖDLBAUER (1985)

Rechenbeispiel

$\tilde{x}^P \rightarrow \underline{x}^L$ *)		Bessel-Ellipsoid	
P_0	Bonstetten	P	Wellheim
B_0	$48^\circ 26' 45,4355''$	c	6 398 786,849 m
B_0	48,84459 5431°	e'^2	0,00671 9219
L_0	$10^\circ 42' 59,3215''$	A_0	35,65834 7 gon
L_0	10,71647 819 °	S	47 835,627 m
η_F^2	0,00295 64675	$h^P = h$	542,17 m
V_0	1,00147 7143	u_0	40 525,930 m
N_0	6 389 348,867 m	v_0	25 414,488 m
$[1.0]^{PLhx}$	$4,62718 \cdot 10^{-10} \text{ m}^{-1}$	$\sin(S_0/N_0) \cdot \cos A_0 \cdot (N_0+h^P)$	40 528,990 m
$[3.0]^{PLx}$	$- 2,414 \cdot 10^{-17} \text{ m}^{-2}$	+ $[1.0]^{PLhx} \cdot u_0 \cdot h^P$	+ 0,010 m
$[1.2]^{PLx}$	$- 1,207 \cdot 10^{-17} \text{ m}^{-2}$	+ $[3.0]^{PLx} \cdot u_0^3$	- 0,002 m
		+ $[1.2]^{PLx} \cdot u_0 \cdot v_0^2$	- 0,000 m
		x^L	40 528,998 m
$[1.1]^{PLhy}$	$- 8,170 \cdot 10^{-17} \text{ m}^{-2}$	$\sin(S_0/N_0) \cdot \sin A_0 \cdot (N_0+h^P)$	25 416,407 m
$[2.1]^{PLy}$	$- 1,207 \cdot 10^{-17} \text{ m}^{-2}$	+ $[1.1]^{PLhy} \cdot u_0 \cdot v_0 \cdot h^P$	- 0,000 m
		+ $[2.1]^{PLy} \cdot u_0^2 \cdot v_0$	- 0,001 m
		y^L	25 416,406 m
$[2.0]^{PLhz}$	$- 7,242 \cdot 10^{-17} \text{ m}^{-2}$	$\cos(S_0/N_0) \cdot (N_0+h^P) - N_0$	363,088 m
$[2.0]^{PLz}$	$- 2,31359 \cdot 10^{-10} \text{ m}^{-2}$	+ $[2.0]^{PLhz} \cdot u_0^2 \cdot h^P$	- 0,000 m
$[3.0]^{PLz}$	$4,085 \cdot 10^{-17} \text{ m}^{-2}$	+ $[2.0]^{PLz} \cdot u_0^2$	- 0,380 m
$[1.2]^{PLz}$	$4,085 \cdot 10^{-17} \text{ m}^{-2}$	+ $[3.0]^{PLz} \cdot u_0^3$	+ 0,003 m
		+ $[1.2]^{PLz} \cdot u_0 \cdot v_0^2$	+ 0,001 m
		z^L	362,712 m

Gegeben: Bezugsellipsoid (c, e'^2);

$P(x^L, y^L, z^L)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^L -System
 $P_0(B_0, L_0, h_0 = 0)$: Koordinaten des Ursprungs des \underline{x}^L -Systems
im $\underline{\tilde{x}}^E$ -System

Gesucht: $P(A_0, S, h^P)$: Koordinaten des Punktes P im $\underline{\tilde{x}}^P$ -System
(Pol P_0);
 $(\partial \underline{\tilde{x}}^P / \partial \underline{x}^L)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{\tilde{x}}^P = \underline{\tilde{x}}^P(\underline{x}^L)$.

$$N_0 = \frac{c}{V_0} \quad \text{mit} \quad V_0 = \sqrt{1 + \eta_0^2} \quad \text{und} \quad \eta_0^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_0 ;$$

$$h^P = \sqrt{(N_0 + z^L)^2 + x^{L2} + y^{L2}} - N_0 \quad \text{mit} \quad [2.0]^{LPh} = \frac{\eta_0^2}{2 \cdot N_0}$$

$$+ [2.0]^{LPh} \cdot x^{L2} \quad [3.0]^{LPh} = - \frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{2 \cdot N_0^2}$$

$$+ [3.0]^{LPh} \cdot x^{L3} \quad [1.2]^{LPh} = - \frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{2 \cdot N_0^2}$$

$$+ [1.2]^{LPh} \cdot x^L \cdot y^{L2}$$

$$u_0 = [1.0]^{LPu} \cdot x^L \quad v_0 = [0.1]^{LPv} \cdot y^L$$

$$+ [3.0]^{LPu} \cdot x^{L3} \quad + [2.1]^{LPv} \cdot x^{L2} \cdot y^L$$

$$+ [1.2]^{LPu} \cdot x^L \cdot y^{L2} \quad + [3.1]^{LPv} \cdot x^{L3} \cdot y^L$$

$$+ [4.0]^{LPu} \cdot x^{L4} \quad + [1.3]^{LPv} \cdot x^L \cdot y^{L3}$$

$$+ [2.2]^{LPu} \cdot x^{L2} \cdot y^{L2} \quad + [1.1]^{LPv} \cdot x^L \cdot y^L \cdot h^P$$

$$+ [0.4]^{LPu} \cdot y^{L4}$$

$$+ \{ [1.0]^{LPhu} \cdot x^L$$

$$+ [2.0]^{LPhu} \cdot x^{L2}$$

$$+ [0.2]^{LPhu} \cdot y^{L4} \} \cdot h^P$$

$$\begin{aligned}
\text{mit } [1.0]^{LPu} &= \frac{1}{N_0+h^P} & [0.1]^{LPv} &= \frac{1}{N_0+h^P} \\
[3.0]^{LPu} &= \frac{N_0 \cdot \eta_0^2}{3 \cdot (N_0+h^P)^4} & [2.1]^{LPv} &= \frac{N_0 \cdot \eta_0^2}{6 \cdot (N_0+h^P)^4} \\
[1.2]^{LPu} &= \frac{N_0 \cdot \eta_0^2}{6 \cdot (N_0+h^P)^4} & [3.1]^{LPv} &= -\frac{N_0 \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0}{3 \cdot (N_0+h^P)} \\
[4.0]^{LPu} &= -\frac{3 \cdot N_0 \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0}{8 \cdot (N_0+h^P)^5} & [1.3]^{LPv} &= -\frac{N_0 \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0}{3 \cdot (N_0+h^P)^5} \\
[2.2]^{LPu} &= -\frac{5 \cdot N_0 \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0}{12 \cdot (N_0+h^P)^5} & [1.1]^{LPhv} &= \frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{(N_0+h^P)^3} \\
[0.4]^{LPu} &= -\frac{N_0 \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0}{24 \cdot (N_0+h^P)^5} \\
[1.0]^{LPhu} &= -\frac{\eta_0^2}{(N_0+h^P)^2} \\
[2.2]^{LPhu} &= \frac{3 \cdot \eta_0^2 \cdot \tan B_0}{2 \cdot (N_0+h^P)^3} \\
[0.2]^{LPhu} &= \frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{2 \cdot (N_0+h^P)^3} ;
\end{aligned}$$

$$S = N_0 \cdot \arcsin \sqrt{u_0^2 + v_0^2}$$

$$A_0 = \arccos \frac{u_0}{\sin \frac{S}{N_0}} \cap \arcsin \frac{v_0}{\sin \frac{S}{N_0}} ;$$

$$d\tilde{x}^P = (\partial\tilde{x}^P/\partial\tilde{x}^L) \cdot d\tilde{x}^L$$

mit

$$d\tilde{x}^P = \begin{bmatrix} dA_0 \\ dS \\ dh^P \end{bmatrix} \quad (\partial\tilde{x}^P/\partial\tilde{x}^L) = \begin{bmatrix} \frac{\partial A_0}{\partial x^L} & \frac{\partial A_0}{\partial y^L} & \frac{\partial A_0}{\partial z^L} \\ \frac{\partial S}{\partial x^L} & \frac{\partial S}{\partial y^L} & \frac{\partial S}{\partial z^L} \\ \frac{\partial h^P}{\partial x^L} & \frac{\partial h^P}{\partial y^L} & \frac{\partial h^P}{\partial z^L} \end{bmatrix} \quad d\tilde{x}^L = \begin{bmatrix} dx^L \\ dy^L \\ dz^L \end{bmatrix}$$

und (sphärische Näherung)

$$(\partial\tilde{x}^P/\partial\tilde{x}^L) =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{\sin \frac{S}{N_0}} \cdot \sin A_0 \cdot \frac{1}{N_0+h^P} & \frac{1}{\sin \frac{S}{N_0}} \cdot \cos A_0 \cdot \frac{1}{N_0+h^P} & 0 \\ \cos \frac{S}{N_0} \cdot \cos A_0 \cdot \frac{N_0}{N_0+h^P} & \cos \frac{S}{N_0} \cdot \sin A_0 \cdot \frac{N_0}{N_0+h^P} & -\sin \frac{S}{N_0} \cdot \frac{N_0}{N_0+h^P} \\ \sin \frac{S}{N_0} \cdot \cos A_0 & \sin \frac{S}{N_0} \cdot \sin A_0 & \cos \frac{S}{N_0} \end{bmatrix} .$$

Anmerkung: Die Formeln (4-3) lassen sich durch Inversion der in Anlage 7 niedergelegten Entwicklungen (4-4) gewinnen.

Rechenbeispiel

$\underline{x}^L \rightarrow \underline{\tilde{x}}^P$		Bessel-Ellipsoid	
P_0	Bonstetten	P	Wellheim
B_0	48°26'45,4355"	c	6 398 786,849 m
B_0	48,84459 5431°	e'^2	0,00671 9219
L_0	10°42'59,3215"		
L_0	10,71647 819 °		
η_F^2	0,00295 6468	x^L	40 528,998 m
V_0	1,00147 7143	y^L	25 416,406 m
N_0	6 389 348,867 m	z^L	362,712 m
$[2.0]^{LPh}$	2,3135908 ·10 ⁻¹⁰ m ⁻¹	$\sqrt{(N_0+z^L)^2 + x^{L2} + y^{L2}} - N_0$	541,794 m
$[3.0]^{LPh}$	-4,0850 ·10 ⁻¹⁷ m ⁻²	+ $[2.0]^{LPh} \cdot x^{L2}$	+ 0,380 m
$[1.2]^{LPh}$	-4,0850 ·10 ⁻¹⁷ m ⁻²	+ $[3.0]^{LPh} \cdot x^{L3}$	- 0,003 m
		+ $[1.2]^{LPh} \cdot x^L \cdot y^{L2}$	- 0,001 m
		$h^P = h$	542,170 m
$[1.0]^{LPu}$	1,564971913·10 ⁻⁷ m ⁻¹	$[1.0]^{LPu} \cdot x^L$	0,00634 26743 52
$[3.0]^{LPu}$	3,776 ·10 ⁻²⁴ m ⁻³	+ $[3.0]^{LPu} \cdot x^{L3}$	+0,00000 00002 51
$[1.0]^{LPu}$	1,888 ·10 ⁻²⁴ m ⁻³	+ $[1.2]^{LPh} \cdot x^L \cdot y^{L2}$	+0,00000 00000 49
$[1.0]^{LPhu}$	-7,2408 ·10 ⁻¹⁷ m ⁻²	+ $[1.0]^{LPhu} \cdot x^L \cdot h^P$	-0,00000 00015 91
		$u_0 = \sin S/N_0 \cdot \cos A_0$	0,00634 26730 61
$[0.1]^{LPv}$	1,564971913·10 ⁻⁷ m ⁻¹	$[0.1]^{LPv} \cdot y^L$	0,00397 75961 51
$[2.1]^{LPv}$	1,888 ·10 ⁻²⁴ m ⁻³	+ $[2.1]^{LPv} \cdot x^{L2} \cdot y^L$	+0,00000 00000 31
		$v_0 = \sin S/N_0 \cdot \sin A_0$	0,00397 75961 82
		A_0	35,658 346 gon
		S	47 835,626 m

Gegeben: Bezugsellipsoid (c, e'^2);

m_0 : Maßstabsfaktor der Gaußschen Abbildung im Bezugsmeridian
(GK : $m_0 = 1$; UTM : $m_0 = 0,9996$);

$P(x^L, y^L, z^L)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^L -System

$P_0(B_0, L_0, h^E = 0)$: Koordinaten des Ursprungs des \underline{x}^L -Systems
im \underline{x}^E -System

Gesucht: $P(x^K, y^K, h^K)$: Koordinaten des Punktes P im $\underline{\tilde{x}}^K$ -System
(Bezugsmeridian L_0);

$(\partial \underline{\tilde{x}}^K / \partial \underline{x}^L)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{\tilde{x}}^K = \underline{\tilde{x}}^K(\underline{x}^L)$.

$$x_0^K = E_0 \cdot B_0 + E_2 \cdot \sin(2 \cdot B_0) + E_4 \cdot \sin(4 \cdot B_0) + E_6 \cdot \sin(6 \cdot B_0)$$

mit

$$E_0 = c \cdot \left(1 - \frac{3}{4} \cdot e'^2 + \frac{45}{64} \cdot e'^4 - \frac{175}{256} \cdot e'^6 + \frac{11025}{16384} \cdot e'^8 \right)$$

$$E_2 = c \cdot \left(\frac{3}{8} \cdot e'^2 - \frac{15}{32} \cdot e'^4 + \frac{525}{1024} \cdot e'^6 - \frac{2205}{4096} \cdot e'^8 \right)$$

$$E_4 = c \cdot \left(\frac{15}{256} \cdot e'^4 - \frac{105}{1024} \cdot e'^6 + \frac{2205}{16384} \cdot e'^8 \right)$$

$$E_6 = c \cdot \left(\frac{351}{3072} \cdot e'^6 - \frac{315}{12288} \cdot e'^8 \right) ;$$

$$N_0 = \frac{c}{V_0} \quad \text{mit} \quad V_0 = \sqrt{1 + \eta_0^2} \quad \text{und} \quad \eta_0^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_0 ;$$

$$h^K = \left\{ \begin{array}{ll} 1 + [2.0]^{LKzh} \cdot x^{L^2} & + [1.2]^{LKh} \cdot x^L \cdot y^{L^2} \\ + [0.2]^{LKzh} \cdot y^{L^2} \cdot z^L & + [4.0]^{LKh} \cdot x^{L^4} \\ + [2.0]^{LKh} \cdot x^{L^2} & + [2.2]^{LKh} \cdot x^{L^2} \cdot y^{L^2} \\ + [0.2]^{LKh} \cdot y^{L^2} & + [0.4]^{LKh} \cdot y^{L^4} \\ + [3.0]^{LKh} \cdot x^{L^3} & \end{array} \right.$$

$$\text{mit } [2.0]^{L_{Kzh}} = \frac{1}{3 \cdot N_0^2} \cdot (1 + 2 \cdot \eta_0^2)$$

$$[3.0]^{L_{Kh}} = -\frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{2 \cdot N_0^2}$$

$$[0.2]^{L_{Kzh}} = \frac{1}{2 \cdot N_0^2}$$

$$[1.2]^{L_{Kh}} = \frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{2 \cdot N_0^2}$$

$$[2.0]^{L_{Kh}} = \frac{1}{2 \cdot N_0} \cdot (1 + \eta_0^2)$$

$$[4.0]^{L_{Kh}} = -\frac{1}{24 \cdot N_0^3}$$

$$[0.2]^{L_{Kh}} = -\frac{1}{2 \cdot N_0}$$

$$[2.2]^{L_{Kh}} = -\frac{1}{12 \cdot N_0^3}$$

$$[0.4]^{L_{Kh}} = -\frac{1}{24 \cdot N_0^3} ;$$

$$\begin{aligned} x^K &= x_0^K + [1.0]^{L_{Kx}} \cdot x^L \\ &\quad + [3.0]^{L_{Kx}} \cdot x^{L^3} \\ &\quad + [1.2]^{L_{Kx}} \cdot x^L \cdot y^{L^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^K &= [0.1]^{L_{Ky}} \cdot y^L \\ &\quad + [0.3]^{L_{Ky}} \cdot y^{L^3} \end{aligned}$$

$$\text{mit } [1.0]^{L_{Kx}} = m_0 \cdot \left(1 - \frac{h^K}{N_0} \cdot (1 + \eta_0^2) \right)$$

$$[0.1]^{L_{Ky}} = m_0 \cdot \left(1 - \frac{h^K}{N_0} \right)$$

$$[3.0]^{L_{Kx}} = \frac{m_0}{6 \cdot N_0^2} \cdot (1 + 2 \cdot \eta_0^2)$$

$$[0.3]^{L_{Ky}} = \frac{m_0}{6 \cdot N_0^2} \cdot (2 + \eta_0^2) ;$$

$$[1.2]^{L_{Kx}} = \frac{m_0}{2 \cdot N_0^2} \cdot (1 + \eta_0^2) ;$$

$$d\tilde{x}^k = (\partial\tilde{x}^k/\partial\underline{x}^L) \cdot d\underline{x}^L$$

mit

$$d\tilde{x}^k = \begin{bmatrix} dx^k \\ dy^k \\ dh^k \end{bmatrix} \quad (\partial\tilde{x}^k/\partial\underline{x}^L) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x^k}{\partial x^L} & \frac{\partial x^k}{\partial y^L} & \frac{\partial x^k}{\partial z^L} \\ \frac{\partial y^k}{\partial x^L} & \frac{\partial y^k}{\partial y^L} & \frac{\partial y^k}{\partial z^L} \\ \frac{\partial h^k}{\partial x^L} & \frac{\partial h^k}{\partial y^L} & \frac{\partial h^k}{\partial z^L} \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^L = \begin{bmatrix} dx^L \\ dy^L \\ dz^L \end{bmatrix}$$

und (Näherung)

$$(\partial\tilde{x}^k/\partial\underline{x}^L) = \begin{bmatrix} m_0 \cdot \left(\cos \frac{s^L}{m_0 \cdot N_0} - \frac{z^L}{N_0} \right) & 0 & -m_0 \cdot \frac{x^L}{N_0} \\ 0 & m_0 \cdot \left(\cos \frac{s^L}{m_0 \cdot N_0} - \frac{z^L}{N_0} \right) & -m_0 \cdot \frac{y^L}{N_0} \\ \frac{m_0 \cdot x^L}{N_0} & \frac{m_0 \cdot y^L}{N_0} & m_0 \cdot \cos \frac{s^L}{N_0} \end{bmatrix}$$

$$\text{mit } s^L = \sqrt{x^{L2} + y^{L2}} .$$

Anmerkung: Die Formeln (4-5) lassen sich durch Kombination der in den Anlagen 7 und 5 beschriebenen Entwicklungen (4-4) bzw. (2-7), (2-11) darstellen.

Rechenbeispiel

$\underline{x}^L \rightarrow \underline{\tilde{x}}^K$		Bessel-Ellipsoid	
P_0	Bonstetten	P	Wellheim
x_0^K	5 367 467,386 m	c	6 398 786,849 m
y_0^K	0 m	e'^2	0,00671 9219
h_0^K	0 m		
η_0^2	0,00295 6468	x^L	40 528,998 m
V_0	1,00147 7143	y^L	25 416,406 m
N_0	6 389 348,867 m	z^L	362,712 m
[2.0] ^{LKzh}	-1,22478 · 10 ⁻¹⁴ m ⁻²	z^L	362,712 m
[3.0] ^{LKzh}	-1,22478 · 10 ⁻¹⁴ m ⁻²	+ [2.0] ^{LKzh} · x^{L^2} · z^L	- 0,007 m
[2.0] ^{LKh}	+7,84865 9 · 10 ⁻⁸ m ⁻¹	+ [0.2] ^{LKzh} · y^{L^2} · z^L	- 0,003 m
[2.0] ^{LKh}	+7,82552 4 · 10 ⁻⁸ m ⁻¹	+ [2.0] ^{LKh} · x^{L^2}	+ 128,922 m
[3.0] ^{LKh}	-4,085 · 10 ⁻¹⁷ m ⁻²	+ [0.2] ^{LKh} · y^{L^2}	+ 50,552 m
[1.2] ^{LKh}	-4,085 · 10 ⁻¹⁷ m ⁻²	+ [3.0] ^{LKh} · x^{L^3}	- 0,003 m
[4.0] ^{LKh}	-4,792 · 10 ⁻²² m ⁻³	+ [1.2] ^{LKh} · x^L · y^{L^2}	- 0,001 m
[2.2] ^{LKh}	-9,584 · 10 ⁻²² m ⁻³	+ [4.0] ^{LKh} · x^{L^4}	- 0,001 m
[0.4] ^{LKh}	-4,792 · 10 ⁻²² m ⁻³	+ [1.2] ^{LKh} · x^{L^2} · y^{L^2}	- 0,001 m
		+ [0.4] ^{LPh} · y^{L^4}	- 0,000 m
		$h^K = h$	542,170 m
[1.0] ^{LKx}	0,99991 48939	x_0^K	5 367 467,386 m
[3.0] ^{LKx}	4,1073 · 10 ⁻¹⁵ m ⁻²	+ [1.0] ^{LKx} · x^L	40 525,549 m
[1.2] ^{LKx}	1,2285 · 10 ⁻¹⁴ m ⁻²	+ [3.0] ^{LKx} · x^{L^3}	+ 0,273 m
		+ [1.2] ^{LKx} · x^L · y^{L^2}	+ 0,322 m
		x^K	5 407 993,530 m
[0.1] ^{LKy}	0,99991 51447	+ [0.1] ^{LKy} · y^L	25 414,249 m
[0.3] ^{LKy}	8,1779 · 10 ⁻¹⁵ m ⁻²	+ [0.3] ^{LKy} · y^{L^3}	+ 0,134 m
		y^K	25 414,383 m

Gegeben: Bezugsellipsoid (c, e'^2);

m_0 : Maßstabsfaktor der Gaußschen Abbildung im Bezugsmeridian
(GK : $m_0 = 1$; UTM : $m_0 = 0,9996$);

$P(x^K, y^K, h^K = h)$: Koordinaten des Punktes P im \tilde{x}^K -System (Bezugsmeridian L_0)

$P_0(x^K, y^K = 0, h^K = 0)$: Koordinaten des Ursprungs des \underline{x}^L -Systems
 \underline{x}^L -Systems im \tilde{x}^K -System (Ursprung P_0
im Bezugsmeridian L_0).

Gesucht: $P(x^L, y^L, z^L)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^L -System;
 $(\partial \underline{x}^L / \partial \tilde{x}^K)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{x}^L = \underline{x}^L(\tilde{x}^K)$.

$$B_0 = \frac{x_0^K}{E_0} + F_2 \cdot \sin \frac{2 \cdot x_0^K}{E_0} + F_4 \cdot \sin \frac{4 \cdot x_0^K}{E_0} + F_6 \cdot \sin \frac{6 \cdot x_0^K}{E_0}$$

mit

$$E_0 = m_0 \cdot c \cdot \left(1 - \frac{3}{4} \cdot e'^2 + \frac{45}{64} \cdot e'^4 - \frac{175}{256} \cdot e'^6 + \frac{11025}{16384} \cdot e'^8 \right)$$

$$F_2 = \frac{3}{8} \cdot e'^2 - \frac{3}{16} \cdot e'^4 + \frac{213}{2048} \cdot e'^6 - \frac{255}{4096} \cdot e'^8$$

$$F_4 = \frac{21}{256} \cdot e'^4 - \frac{21}{256} \cdot e'^6 + \frac{533}{8192} \cdot e'^8$$

$$F_6 = \frac{151}{6144} \cdot e'^6 - \frac{453}{12288} \cdot e'^8$$

$$N_0 = \frac{c}{V_0} \quad \text{mit} \quad V_0 = \sqrt{1 + \eta_0^2} \quad \text{und} \quad \eta_0^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_0 ;$$

$$\Delta x^K = x^K - x_0^K ;$$

$$\begin{aligned} x^L &= [1.0]^{KLx} \cdot \Delta x^K & y^L &= [0.1]^{KLy} \cdot y^K \\ &+ [3.0]^{KLx} \cdot \Delta x^{K^3} & &+ [0.3]^{KLy} \cdot y^{K^3} \\ &+ [1.2]^{KLx} \cdot \Delta x^K \cdot y^{K^2} & &+ [0.1]^{KLy} \cdot y^K \cdot h^K \\ &+ [1.0]^{KLhx} \cdot \Delta x^K \cdot h^K & & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z^L &= h^K \\
&+ [2.0]^{KLz} \cdot \Delta x^{K^2} \\
&+ [0.2]^{KLz} \cdot y^{K^2} \\
&+ [3.0]^{KLz} \cdot \Delta x^{K^3} \\
&+ [1.2]^{KLz} \cdot \Delta x^K \cdot y^{K^2} \\
&+ \{ [2.0]^{KLhz} \cdot \Delta x^{K^2} \\
&+ [0.2]^{KLhz} \cdot y^{K^2} \} \cdot h^P
\end{aligned}$$

mit

$$[1.0]^{KLx} = \frac{1}{m_0}$$

$$[0.1]^{KLy} = \frac{1}{m_0}$$

$$[3.0]^{KLx} = -\frac{1}{6 \cdot m_0^3 \cdot N_0^2} \cdot (1 + 2 \cdot \eta_0^2)$$

$$[0.3]^{KLy} = -\frac{1}{6 \cdot m_0^3 \cdot N_0^2} \cdot (2 + \eta_0^2)$$

$$[1.2]^{KLx} = -\frac{1}{2 \cdot m_0^3 \cdot N_0^2} \cdot (1 + \eta_0^2)$$

$$[0.1]^{KLhy} = -\frac{1}{m_0 \cdot N_0}$$

$$[1.0]^{KLhx} = \frac{1}{m_0 \cdot N_0} \cdot (1 + \eta_0^2)$$

$$[2.0]^{KLz} = -\frac{1}{2 \cdot m_0^2 \cdot N_0} \cdot (1 + \eta_0^2)$$

$$[0.2]^{KLz} = -\frac{1}{2 \cdot m_0^2 \cdot N_0}$$

$$[3.0]^{KLz} = \frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{2 \cdot m_0^3 \cdot N_0^2}$$

$$[1.2]^{KLz} = \frac{\eta_0^2 \cdot \tan B_0}{2 \cdot m_0^3 \cdot N_0^2}$$

$$[2.0]^{KLhz} = -\frac{1}{2 \cdot m_0^3 \cdot N_0^2} \cdot (1 + 2 \cdot \eta_0^2)$$

$$[0.2]^{KLhz} = -\frac{1}{2 \cdot m_0^3 \cdot N_0^2} ;$$

$$d\underline{x}^L = (\partial\underline{x}^L/\partial\underline{x}^K) \cdot d\underline{x}^K$$

mit

$$d\underline{x}^L = \begin{bmatrix} dx^L \\ dy^L \\ dz^L \end{bmatrix} \quad (\partial\underline{x}^L/\partial\underline{x}^K) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x^L}{\partial x^K} & \frac{\partial x^L}{\partial y^K} & \frac{\partial x^L}{\partial h^K} \\ \frac{\partial y^L}{\partial x^K} & \frac{\partial y^L}{\partial y^K} & \frac{\partial y^L}{\partial h^K} \\ \frac{\partial z^L}{\partial x^K} & \frac{\partial z^L}{\partial y^K} & \frac{\partial z^L}{\partial h^K} \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^K = \begin{bmatrix} dx^K \\ dy^K \\ dh^K \end{bmatrix}$$

und (1. Näherung)

$$(\partial\underline{x}^L/\partial\underline{x}^K) = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_0} \cdot \left(\cos \frac{s^K}{m_0 \cdot N_0} + \frac{h^K}{N_0} \right) & 0 & \frac{\Delta x^K}{m_0 \cdot N_0} \\ 0 & \frac{1}{m_0} \cdot \left(\cos \frac{s^K}{m_0 \cdot N_0} + \frac{h^K}{N_0} \right) & \frac{y^K}{m_0 \cdot N_0} \\ -\frac{x^K}{m_0^2 \cdot N_0} & \frac{y}{m_0^2 \cdot N_0} & \cos \frac{s^K}{m_0 \cdot N_0} \end{bmatrix}$$

$$\text{mit } s^K = \sqrt{\Delta x^{K^2} + y^{K^2}}.$$

Anmerkung: Die Formeln (4-6) gewinnt man durch Inversion der in Anlage 9 (4-5) beschriebenen Entwicklungen.

Rechenbeispiel

$\tilde{x}^K \rightarrow \underline{x}^L$		Bessel-Ellipsoid	
P_0	Bonstetten	P	Wellheim
x_0^K	5 367 467,386 m	c	6 398 786,849 m
y_0^K	0 m	e'^2	0,00671 9219
z_0^K	0 m	x^K	5 407 993,530 m
η_0^2	0,00295 6468	x_0^K	5 367 467,386 m
V_0	1,00147 7143	Δx^K	40 526,144 m
N_0	6 389 348,867 m	y^K	25 414,383 m
[1.0] ^{KLx}	1,00000 00000	$h^K = h$	542,170 m
[3.0] ^{KLx}	-4,1067 $\cdot 10^{-15} \text{ m}^{-2}$	+ [1.0] ^{KLx} $\cdot \Delta x^K$	40 526,144 m
[1.2] ^{KLx}	-1,2284 $\cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2}$	+ [3.0] ^{KLx} $\cdot \Delta x^{K3}$	- 0,273 m
[1.0] ^{KLhx}	+1,56973 $\cdot 10^{-7} \text{ m}^{-2}$	+ [1.2] ^{KLx} $\cdot \Delta x^K \cdot y^{K2}$	- 0,32 m
		+ [1.0] ^{KLhx} $\cdot \Delta x^K \cdot h^K$	+ 3,449 m
		x^L	40 528,998 m
[0.1] ^{KLy}	1,00000 00000	+ [0.1] ^{KLx} $\cdot y^K$	25 414,383 m
[0.3] ^{KLx}	-8,1772 $\cdot 10^{-15} \text{ m}^{-2}$	+ [0.3] ^{KLx} $\cdot y^{K3}$	- 0,134 m
[0.1] ^{KLhy}	+1,56510 $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^{-1}$	+ [0.1] ^{KLhy} $\cdot y^K \cdot h^K$	+ 2,157 m
		y^L	25 416,406 m
[2.0] ^{KLhz}	-1,2320 $\cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2}$	h^K	542,170 m
[0.2] ^{KLhz}	-1,2248 $\cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2}$	+ [2.0] ^{KLhz} $\cdot \Delta x^{K2} \cdot h^K$	- 0,011 m
[2.0] ^{KLz}	-7,84865 $9 \cdot 10^{-8} \text{ m}^{-1}$	+ [0.2] ^{KLhz} $\cdot y^{K2} \cdot h^K$	- 0,004 m
[0.2] ^{KLz}	-7,82552 $4 \cdot 10^{-8} \text{ m}^{-1}$	+ [2.0] ^{KLz} $\cdot \Delta x^{K2}$	- 128,904 m
[3.0] ^{KLz}	4,085 $\cdot 10^{-17} \text{ m}^{-2}$	+ [0.2] ^{KLz} $\cdot y^{K2}$	- 50,544 m
[1.2] ^{KLz}	4,085 $\cdot 10^{-17} \text{ m}^{-2}$	+ [3.0] ^{KLz} $\cdot \Delta x^{K3}$	+ 0,003 m
[4.0] ^{KLz}	1,597 $\cdot 10^{-22} \text{ m}^{-3}$	+ [1.2] ^{KLz} $\cdot \Delta x^K \cdot y^{K2}$	+ 0,001 m
[2.2] ^{KLz}	9,585 $\cdot 10^{-22} \text{ m}^{-3}$	+ [4.0] ^{KLz} $\cdot \Delta x^{K4}$	+ 0,000 m
[0.4] ^{KLz}	7,987 $\cdot 10^{-22} \text{ m}^{-3}$	+ [2.2] ^{KLz} $\cdot \Delta x^{K2} \cdot y^{K2}$	+ 0,001 m
		+ [0.4] ^{KLz} $\cdot y^{K4}$	+ 0,000 m
		z^L	362,712 m

Gegeben: Bezugsellipsoid (c, e'^2);

$P(x^L, y^L, z^L)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^L -System

$P(B_0, L_0, h_0^E = 0)$: Koordinaten des Ursprungs P_0 des \underline{x}^L -Systems
im \underline{x}^E -System

Gesucht: $P(x^G, y^G, z^G)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^G -System

$(\partial \underline{x}^G / \partial \underline{x}^L)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{x}^G = \underline{x}^G(\underline{x}^L)$.

$$N_0 = \frac{c}{V_0} \quad \text{mit} \quad V_0 = \sqrt{1 + \eta_0^2} \quad \text{und} \quad \eta_0^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_0;$$

$$\underline{x}_0^G = \begin{bmatrix} x_0^G \\ y_0^G \\ z_0^G \end{bmatrix} = N_0 \cdot \begin{bmatrix} \cos B_0 \cdot \cos L_0 \\ \cos B_0 \cdot \sin L_0 \\ \frac{1}{1+e'^2} \cdot \sin B_0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{x}^G = \underline{x}_0^G + \underline{R}^{LG} \cdot \underline{x}^L \quad \underline{R}^{LG} = \underline{R}_x^{LG} \cdot (-L_0) \cdot \underline{S}_x^{LG} \cdot \underline{R}_y^{LG} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - B_0\right)$$

$$d\underline{x}^G = (\partial \underline{x}^G / \partial \underline{x}^L) \cdot d\underline{x}^L \quad \partial \underline{x}^G / \partial \underline{x}^L = \underline{R}^{LG}$$

mit

$$\underline{x}^G = \begin{bmatrix} x^G \\ y^G \\ z^G \end{bmatrix} \quad \underline{x}^L = \begin{bmatrix} x^L \\ y^L \\ z^L \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^G = \begin{bmatrix} dx^G \\ dy^G \\ dz^G \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^L = \begin{bmatrix} dx^L \\ dy^L \\ dz^L \end{bmatrix}$$

und

$$\underline{R}^{LG} = \begin{bmatrix} \cos L_0 & -\sin L_0 & 0 \\ \sin L_0 & \cos L_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\sin B_0 & 0 & \cos B_0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos B_0 & 0 & -\sin B_0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^{LG} = \begin{bmatrix} -\sin B_0 \cdot \cos L_0 & -\sin L_0 & \cos B_0 \cdot \cos L_0 \\ -\sin B_0 \cdot \sin L_0 & \cos L_0 & \cos B_0 \cdot \sin L_0 \\ \cos B_0 & 0 & \sin B_0 \end{bmatrix} .$$

Literatur: z.B. NAGEL (1976, S. 118), TORGE (1980, S. 124),
VANIČEK/KRAKIWSKY (1982, S. 326, 327).

Rechenbeispiel

$\underline{x}^L \rightarrow \underline{x}^G$		Bessel-Ellipsoid			
P_0	Bonstetten	P		Wellheim	
		c		6 398 786,849 m	
		e'^2		0,00671 9219	
B_0	48°26'45,4355"	\underline{x}^L	x^L	40 528,998 m	
B_0	48,44595 43055°		y^L	25 416,406 m	
L_0	10°42'59,3215"		z^L	362,712 m	
L_0	10,71647 81944°				
η_0^2	0,00295 6468	$\underline{R}^{LG} \cdot \underline{x}^L$	$x^G - x_0^G$	- 34 289,881 m	
V_0	1,00147 7143		$y^G - y_0^G$	19 378,198 m	
N_0	6 389 348,868 m		$z^G - z_0^G$	27 155,376 m	
\underline{x}_0^G	x_0^G	\underline{x}^G	x^G	4 130 015,460 m	
	y_0^G		y^G	807 472,337 m	
	z_0^G		z^G	4 776 586,611 m	

Gegeben: Bezugsellipsoid (c, e'^2);

$P(x^G, y^G, z^G)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^G -System

$P_0(B_0, L_0, h_0^E = 0)$: Koordinaten des Ursprungs des \underline{x}^L -Systems
im \underline{x}^E -System

Gesucht: $P(x^L, y^L, z^L)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^L -System;

$(\partial \underline{x}^L / \partial \underline{x}^G)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{x}^L = \underline{x}^L(\underline{x}^G)$.

$$N_0 = \frac{c}{V_0} \quad \text{mit} \quad V_0 = \sqrt{1 + \eta_0^2} \quad \text{und} \quad \eta_0^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B_0 ;$$

$$\underline{x}_0^G = \begin{bmatrix} x_0^G \\ y_0^G \\ z_0^G \end{bmatrix} = N_0 \cdot \begin{bmatrix} \cos B_0 \cdot \cos L_0 \\ \cos B_0 \cdot \sin L_0 \\ \frac{1}{1+e'^2} \cdot \sin B_0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{x}^L = \underline{R}^{GL} \cdot (\underline{x}^G - \underline{x}_0^G) \quad \underline{R}^{GL} = (\underline{R}^{LG})^{-1} = (\underline{R}^{LG})^T$$

$$d\underline{x}^L = (\partial \underline{x}^L / \partial \underline{x}^G) \cdot d\underline{x}^G \quad \partial \underline{x}^L / \partial \underline{x}^G = \underline{R}^{GL}$$

mit

$$\underline{x}^L = \begin{bmatrix} x^L \\ y^L \\ z^L \end{bmatrix} \quad \underline{x}^G = \begin{bmatrix} x^G \\ y^G \\ z^G \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^L = \begin{bmatrix} dx^L \\ dy^L \\ dz^L \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^G = \begin{bmatrix} dx^G \\ dy^G \\ dz^G \end{bmatrix}$$

und

$$\underline{R}^{GL} = \begin{bmatrix} -\sin B_0 \cdot \cos L_0 & -\sin B_0 \cdot \sin L_0 & \cos B_0 \\ -\sin L_0 & \cos L_0 & 0 \\ \cos B_0 \cdot \cos L_0 & \cos B_0 \cdot \sin L_0 & \sin B_0 \end{bmatrix}$$

Rechenbeispiel

$\underline{x}^G \rightarrow \underline{x}^L$		Bessel-Ellipsoid			
P_0	Bonstetten	P	Wellheim		
		c	6 398 786,849 m		
		e'^2	0,00671 9219		
B_0	48°26'45,4355"	\underline{x}^G	x^G	4 130 015,460 m	
B_0	48,44595 43055°		y^G	807 472,337 m	
L_0	10°42'59,3215"		z^G	4 776 586,611 m	
L_0	10,71647 81944°				
η_0^2	0,00295 64676	$\underline{x}^G \cdot \underline{x}_0^G$	$x^G - x_0^G$	- 34 289,881 m	
V_0	1,00147 7143		$y^G - y_0^G$	19 378,198 m	
N_0	6 389 348,868 m		$z^G - z_0^G$	27 155,376 m	
\underline{x}_0^G	x_0^G	\underline{x}^L	x^L	40 528,998 m	
	y_0^G		y^L	25 416,406 m	
	z_0^G		z^L	362,712 m	

Gegeben: Bezugsellipsoid (c, e'^2);

$P(x^G, y^G, z^G)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^G -System

Gesucht: $P(B, L, h^E)$: Koordinaten des Punktes P im $\underline{\tilde{x}}^E$ -System;

$(\partial \underline{\tilde{x}}^E / \partial \underline{x}^G)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{\tilde{x}}^E = \underline{\tilde{x}}^E(\underline{x}^G)$.

h^E und B durch Iteration $i = 1 \dots n$ mit den Näherungswerten $h^{E(0)}$ (= z.B. 0) für h^E und $B^{(0)}$ für B

$$\eta^{2(0)} = e'^2 \cdot \cos^2 B^{(0)} ; \quad V^{(0)} = \sqrt{1 + \eta^{2(0)}} ; \quad N^{(0)} = \frac{c}{V^{(0)}}$$

$$B^{(i)} = \arctan \left\{ \frac{z^G}{\sqrt{x^G{}^2 + y^G{}^2}} \cdot \frac{N^{(i-1)} + h^{E(i-1)}}{\left(\frac{N^{(i-1)}}{1 + e'^2} + h^{E(i-1)} \right)} \right\} ;$$

$$\eta^{2(i)} = e'^2 \cdot \cos^2 B^{(i)} ; \quad V^{(i)} = \sqrt{1 + \eta^{2(i)}} ; \quad N^{(i)} = \frac{c}{V^{(i)}}$$

$$h^{E(i)} = \frac{\sqrt{x^G{}^2 + y^G{}^2}}{\cos B^{(i)}} - N^{(i)} ;$$

Iteration so lange ($i \rightarrow n$), bis $|B^{(i)} - B^{(i-1)}| \leq \partial B = \text{z.B. } 10^{-10}$ (= $2 \cdot 10^{-5}''$) und $|h^{E(i)} - h^{E(i-1)}| \leq \partial h = \text{z.B. } 0,5 \text{ mm}$;

$$\underline{\tilde{x}}^E = \begin{bmatrix} B \\ L \\ h^E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{(n)} \\ \arccos \frac{x^G}{(N^{(n)} + h^{E(n)}) \cdot \cos B^{(n)}} \cap \arcsin \frac{y^G}{(N^{(n)} + h^{E(n)}) \cdot \cos B^{(n)}} \\ h^{E(n)} \end{bmatrix} ;$$

$$d\underline{\tilde{x}}^E = (\partial \underline{\tilde{x}}^E / \partial \underline{x}^G) \cdot d\underline{x}^G$$

$$d\tilde{x}^E = \begin{bmatrix} dB \\ dL \\ dh^E \end{bmatrix} \quad (\partial\tilde{x}^E/\partial\underline{x}^G) = \begin{bmatrix} \frac{\partial B}{\partial x^G} & \frac{\partial B}{\partial y^G} & \frac{\partial B}{\partial z^G} \\ \frac{\partial L}{\partial x^G} & \frac{\partial L}{\partial y^G} & \frac{\partial L}{\partial z^G} \\ \frac{\partial h^E}{\partial x^G} & \frac{\partial h^E}{\partial y^G} & \frac{\partial h^E}{\partial z^G} \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^G = \begin{bmatrix} dx^G \\ dy^G \\ dz^G \end{bmatrix}$$

$$(\partial\tilde{x}^E/\partial\underline{x}^G) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{M+h^E} \cdot \sin B \cdot \cos L & -\frac{1}{M+h^E} \cdot \sin B \cdot \sin L & \frac{1}{M+h^E} \cdot \cos B \\ -\frac{1}{(N+h^E) \cdot \cos B} \cdot \sin L & -\frac{1}{(N+h^E) \cdot \cos B} \cdot \cos L & 0 \\ \cos B \cdot \cos L & \cos B \cdot \sin L & \sin B \end{bmatrix}.$$

Literatur: HEISKANEN/MORITZ (1967, S. 183), HEITZ (1969, S. 11; 1983, S. 21), PAUL (1973, S. 135-139), BENNING (1974), BARTELME/MEISSL (1975), TORGE (1975, S. 69), NAGEL (1976, S. 112), BOBB/KRAUSS (1976), SOLER (1976), BOUCHER (1979, S. 15), GROTEN (1979, S. 152-154), VANIČEK/KRAKIWSKY (1982, S. 323-324, 331), ZHOU (1983, S. 34)

Rechenbeispiel

$\underline{x}^G \rightarrow \tilde{x}^E$		Bessel-Ellipsoid	
P		Bonstetten	c
			6 398 786,849 m
\underline{x}^G	x^G	4 164 305,341 m	e'^2
	y^G	788 094,139 m	
	z^G	4 749 431,235 m	
$B^{(0)}$		48,00000 00000°	$B^{(1)}$
$N^{(0)}$		6 389 183,346 m	$N^{(1)}$
$h^{(0)}$		0,000 m	$h^{(1)}$
			$B^{(2)}$
			$N^{(2)}$
			$h^{(2)}$
			$B = B^{(2)}$
			L
			$h = h^E = h^{(2)}$
P		Wellheim	c
			6 398 786,849 m
\underline{x}^G	x^G	4 130 015,459 m	e'^2
	y^G	807 472,338 m	
	z^G	4 776 586,612 m	
$B^{(0)}$		48,00000 00000°	$B^{(1)}$
$N^{(0)}$		6 389 183,346 m	$N^{(1)}$
$h^{(0)}$		0,000 m	$h^{(1)}$
			$B^{(4)}$
			$N^{(4)}$
			$h^{(4)}$
			$B = B^{(4)}$
			L
			$h = h^E = h^{(4)}$

Gegeben: Bezugsellipsoid (c, e'^2);

$P(B, L, h^E = h)$: Koordinaten des Punktes P im $\underline{\tilde{x}}^E$ -System;

Gesucht: $P(x^G, y^G, z^G)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^G -System;
 $(\partial \underline{x}^G / \partial \underline{\tilde{x}}^E)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{x}^G = \underline{x}^G(\underline{\tilde{x}}^E)$.

$$\underline{x}^G = \begin{bmatrix} x^G \\ y^G \\ z^G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N + h^E) \cdot \cos B \cdot \cos L \\ (N + h^E) \cdot \cos B \cdot \sin L \\ \left(\frac{N}{1 + e'^2} + h^E \right) \cdot \sin B \end{bmatrix}$$

mit $N = \frac{c}{V}$, $M = \frac{c}{V^3}$, $V = \sqrt{1 + \eta^2}$ und $\eta^2 = e'^2 \cdot \cos^2 B$;

$$d\underline{x}^G = (\partial \underline{x}^G / \partial \underline{\tilde{x}}^E) \cdot d\underline{\tilde{x}}^E$$

$$d\underline{x}^G = \begin{bmatrix} dx^G \\ dy^G \\ dz^G \end{bmatrix} \quad (\partial \underline{x}^G / \partial \underline{\tilde{x}}^E) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x^G}{\partial B} & \frac{\partial x^G}{\partial L} & \frac{\partial x^G}{\partial h^E} \\ \frac{\partial y^G}{\partial B} & \frac{\partial y^G}{\partial L} & \frac{\partial y^G}{\partial h^E} \\ \frac{\partial z^G}{\partial B} & \frac{\partial z^G}{\partial L} & \frac{\partial z^G}{\partial h^E} \end{bmatrix} \quad d\underline{\tilde{x}}^E = \begin{bmatrix} dB \\ dL \\ dh^E \end{bmatrix}$$

$$(\partial \underline{x}^G / \partial \underline{\tilde{x}}^E) = \begin{bmatrix} -(M + h^E) \cdot \sin B \cdot \cos L & -(N + h^E) \cdot \cos B \cdot \sin L & \cos B \cdot \cos L \\ -(M + h^E) \cdot \sin B \cdot \sin L & (N + h^E) \cdot \cos B \cdot \cos L & \cos B \cdot \sin L \\ (M + h^E) \cdot \cos B & 0 & \sin B \end{bmatrix}$$

Literatur: HEISKANEN/MORITZ (1967, S. 181-182), HEITZ (1969, S. 10; 1983, S. 21), TORGE (1975, S. 68; 1980, S. 122), NAGEL (1976, S. 111), SOLER (1976, S. 10-11), SIGL (1978, S. 153), BOUCHER (1979, S. 14), GROTEN (1979, S. 187), VANIČEK/KRAKIWSKY (1982, S. 323, 331), ZHOU (1983, S. 9, 12, 61), REICHSTHALER (1983, S. 7, 13, 15).

Rechenbeispiel

$\tilde{x}^E \rightarrow \underline{x}^G$		Bessel-Ellipsoid		
P	Bonstetten	c		6 398 786,849 m
B	48°26'45,4355"	e'^2		0,00671 9219
B	48,44595 431°			
L	10°42'59,3215"			
L	10,71647 819°			
$h^E = h$	0 m			
η^2	0,00295 6468	\underline{x}^G	x^G	4 164 305,341 m
V	1.00147 7143		y^G	788 094,139 m
N	6 389 348,868 m		z^G	4 749 431,235 m
P	Wellheim	c		6 398 786,849 m
B	48°48'35,6813"	e'^2		0,00671 9219
B	48,80991 147°			
L	11°03'45,1103"			
L	11,06253 064°			
$h^E = h$	541,170 m			
η^2	0,00291 4128	\underline{x}^G	x^G	4 130 015,459 m
V	1.00145 6004		y^G	807 472,337 m
N	6 389 483,736 m		z^G	4 776 586,611 m

Gegeben: $P(x^G, y^G, z^G)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^G -System;
 $O_G(x_{G0}^V, y_{G0}^V, z_{G0}^V)$: Koordinaten des Ursprungs des \underline{x}^G -Systems im \underline{x}^V -System;
 $\varepsilon_x^{GV}, \varepsilon_y^{GV}, \varepsilon_z^{GV}$: Drehungen des \underline{x}^G -Systems um die x^G -Achse, die (nunmehr gedrehte) y^G -Achse und um die (ebenfalls gedrehte) z^G -Achse;
 m^{GV} : Maßstabsfaktor zwischen dem \underline{x}^G - und dem \underline{x}^V -System ($m^{GV} \approx 1$);

Gesucht: $P(x^V, y^V, z^V)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^V -System;
 $(\partial \underline{x}^V / \partial \underline{x}^G)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{x}^V = \underline{x}^V(\underline{x}^G)$.

$$\underline{x}^V = \underline{x}_{G0}^V + m^{GV} \cdot \underline{R}^{GV} \cdot \underline{x}^G$$

$$d\underline{x}^V = (\partial \underline{x}^V / \partial \underline{x}^G) \cdot d\underline{x}^G = \underline{E} \cdot d\underline{x}^G$$

$$\underline{x}^V = \begin{bmatrix} x^V \\ y^V \\ z^V \end{bmatrix} \quad \underline{x}_{G0}^V = \begin{bmatrix} x_{G0}^V \\ y_{G0}^V \\ z_{G0}^V \end{bmatrix} \quad \underline{x}^G = \begin{bmatrix} x^G \\ y^G \\ z^G \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^V = \begin{bmatrix} dx^V \\ dy^V \\ dz^V \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^G = \begin{bmatrix} dx^G \\ dy^G \\ dz^G \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^{GV} = \underline{R}_z^{GV}(\varepsilon_z^{GV}) \cdot \underline{R}_y^{GV}(\varepsilon_y^{GV}) \cdot \underline{R}_x^{GV}(\varepsilon_x^{GV}) =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z^{GV} & 0 \\ -\varepsilon_z^{GV} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\varepsilon_y^{GV} \\ 0 & 1 & 0 \\ \varepsilon_y^{GV} & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \varepsilon_x^{GV} \\ 0 & -\varepsilon_x^{GV} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z^{GV} & -\varepsilon_y^{GV} \\ -\varepsilon_z^{GV} & 1 & \varepsilon_x^{GV} \\ \varepsilon_y^{GV} & -\varepsilon_x^{GV} & 1 \end{bmatrix}$$

$$(\partial \underline{x}^V / \partial \underline{x}^G) = \underline{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Literatur: z.B. NAGEL (1976, S. 115), SIGL (1978, S. 150), TORGE (1980, S. 131-132), VANIČEK/KRAKIWSKY (1982, S. 326), JOCHEMCZYK (1982, S. 326).

Rechenbeispiel

$\underline{x}^G \rightarrow \underline{x}^V$		Bessel-Ellipsoid (Potsdam-Datum) \rightarrow NWL 10 D		
P(P ₀)		Bonstetten	c	6 398 786,849 m
\underline{x}^G	x^G	4 164 305,341 m	e^2	0,00671 9219
	y^G	788 094,139 m	m^{GV}	0,99997 385
	z^G	4 749 431,235 m		
\underline{x}_{G0}^V	x_{G0}^V	293,015 m	ϵ_x^{GV}	$-2,05299 \cdot 10^{-5}$ rad
	y_{G0}^V	42,081 m	ϵ_y^{GV}	$4,05690 \cdot 10^{-5}$ rad
	z_{G0}^V	- 43,357 m	ϵ_z^{GV}	$-1,77622 \cdot 10^{-5}$ rad
			\underline{x}^V	x^V 4 164 303,452 m
				y^V 788 094,424 m
				z^V 4 749 430,281 m
P		Wellheim	c	6 398 786,849 m
\underline{x}^G	x^G	4 130 015,459 m	e^2	0,00671 9219
	y^G	807 472,338 m	m^{GV}	0,99997 385
	z^G	4 776 586,612 m		
\underline{x}_{G0}^V	x_{G0}^V	293,015 m	ϵ_x^{GV}	$-2,05299 \cdot 10^{-5}$ rad
	y_{G0}^V	42,081 m	ϵ_y^{GV}	$4,05690 \cdot 10^{-5}$ rad
	z_{G0}^V	- 43,357 m	ϵ_z^{GV}	$-1,77622 \cdot 10^{-5}$ rad
			\underline{x}^V	x^V 4 130 013,166 m
				y^V 807 471,067 m
				z^V 4 776 584,054 m

- Gegeben: $P(x^V, y^V, z^V)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^V -System;
 $O_G(x_{G0}^V, y_{G0}^V, z_{G0}^V)$: Koordinaten des Ursprungs des \underline{x}^G -Systems im \underline{x}^V -System;
 $\varepsilon_x^{VG}, \varepsilon_y^{VG}, \varepsilon_z^{VG}$: Drehungen des \underline{x}^V -Systems um die x^V -Achse, die (nunmehr gedrehte) y^V -Achse und um die (ebenfalls gedrehte) z^V -Achse;
 m^{VG} : Maßstabsfaktor zwischen dem \underline{x}^V - und dem \underline{x}^G -System ($m^{VG} \approx 1$);
- Gesucht: $P(x^G, y^G, z^G)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^G -System;
 $(\partial \underline{x}^G / \partial \underline{x}^V)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{x}^G = \underline{x}^G(\underline{x}^V)$.

$$\underline{x}^G = m^{VG} \cdot \underline{R}^{VG} \cdot (\underline{x}^V - \underline{x}_{G0}^V) \quad (m^{VG} = (m^{GV})^{-1}, \text{ vergl. Anlage 15})$$

$$\underline{x}^G = \begin{bmatrix} x^G \\ y^G \\ z^G \end{bmatrix} \quad \underline{x}^V = \begin{bmatrix} x^V \\ y^V \\ z^V \end{bmatrix} \quad \underline{x}_{G0}^V = \begin{bmatrix} x_{G0}^V \\ y_{G0}^V \\ z_{G0}^V \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^{VG} = (\underline{R}^{GV})^{-1} = (\underline{R}^{GV})^T = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z^{VG} & -\varepsilon_y^{VG} \\ -\varepsilon_z^{VG} & 1 & \varepsilon_x^{VG} \\ \varepsilon_y^{VG} & -\varepsilon_x^{VG} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z^{GV} & \varepsilon_y^{GV} \\ \varepsilon_z^{GV} & 1 & -\varepsilon_x^{GV} \\ -\varepsilon_y^{GV} & \varepsilon_x^{GV} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{vergl. Anlage 15})$$

$$(\partial \underline{x}^G / \partial \underline{x}^V) = \underline{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Literatur: z.B. NAGEL (1976, S. 115), SIGL (1978, S. 150), TORGE (1980, S. 131-132), VANIČEK/KRAKIWSKY (1982, S. 326), JOCHEMCZYK (1983, S. 112).

Rechenbeispiel

$\underline{x}^V \rightarrow \underline{x}^G$		NWL 10 D \rightarrow Bessel-Ellipsoid (Potsdam-Datum)			
P(P ₀)		Bonstetten	c		6 398 786,849 m
\underline{x}^V	x^V	4 164 303,452 m	e ²		0,00671 9219
	y^V	788 094,424 m	m ^{VG}		
	z^V	4 749 430,281 m			
\underline{x}_{G0}^V	x_{G0}^V	293,015 m	ϵ_x^{VG}		$2,05299 \cdot 10^{-5}$ rad
	y_{G0}^V	42,081 m	ϵ_y^{VG}		$-4,05690 \cdot 10^{-5}$ rad
	z_{G0}^V	- 43,357 m	ϵ_z^{VG}		$1,77622 \cdot 10^{-5}$ rad
$\underline{x}^V - \underline{x}_{G0}^V$	$x^V - x_{G0}^V$	4 164 010,437 m	\underline{x}^G	x^G	4 164 305,340 m
	$y^V - y_{G0}^V$	788 052,343 m		y^G	788 084,138 m
	$z^V - z_{G0}^V$	4 749 473,638 m		z^G	4 749 431,231 m
P		Wellheim	c		6 398 786,849 m
\underline{x}^V	x^V	4 130 013,166 m	e ²		0,00671 9219
	y^V	807 471,067 m	m ^{VG}		
	z^V	4 776 584,054 m			
\underline{x}_{G0}^V	x_{G0}^V	293,015 m	ϵ_x^{VG}		$2,05299 \cdot 10^{-5}$ rad
	y_{G0}^V	42,081 m	ϵ_y^{VG}		$-4,05690 \cdot 10^{-5}$ rad
	z_{G0}^V	- 43,357 m	ϵ_z^{VG}		$1,77622 \cdot 10^{-5}$ rad
$\underline{x}^V - \underline{x}_{G0}^V$	$x^V - x_{G0}^V$	4 129 720,151 m	\underline{x}^V	x^G	4 130 015,458 m
	$y^V - y_{G0}^V$	807 428,986 m		y^G	807 472,338 m
	$z^V - z_{G0}^V$	4 776 627,411 m		z^G	4 776 586,608 m

Gegeben: $P(x^V, y^V, z^V)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^V -System;
 x_p, y_p : Koordinaten des momentanen Poles (Richtung zum momentanen Pol bezüglich des CIO) im \underline{x}^V -System (Bogenmaß).

Gesucht: $P(x^M, y^M, z^M)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^M -System;
 $(\partial \underline{x}^M / \partial \underline{x}^V)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{x}^M = \underline{x}^M(\underline{x}^V)$.

$$\underline{x}^M = \underline{R}^{VM} \cdot \underline{x}^V \quad (\underline{R}^{VM} = (\underline{R}^{MV})^{-1}, \text{ vergl. Anlage 16})$$

$$d\underline{x}^M = (\partial \underline{x}^M / \partial \underline{x}^V) \cdot d\underline{x}^V = \underline{E} \cdot d\underline{x}^V$$

$$\underline{x}^M = \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \\ z^M \end{bmatrix} \quad \underline{x}^V = \begin{bmatrix} x^V \\ y^V \\ z^V \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^M = \begin{bmatrix} dx^M \\ dy^M \\ dz^M \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^V = \begin{bmatrix} dx^V \\ dy^V \\ dz^V \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^{VM} = (\underline{R}^{MV})^{-1} = (\underline{R}^{MV})^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_p \\ 0 & 1 & y_p \\ x_p & -y_p & 1 \end{bmatrix}$$

$$(\partial \underline{x}^M / \partial \underline{x}^V) = \underline{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Literatur: z.B. NAGEL (1976, S. 122), GROTEN (1979, S. 118),
 VANIČEK/KRAKIWSKY (1982, S. 297, 298, 313, 398).

Gegeben: $P(x^M, y^M, z^M)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^M -System;
 x_p, y_p : Koordinaten des momentanen Poles (Richtung zum momentanen Pol bezüglich des CI0) im \underline{x}^V -System (Bogenmaß).

Gesucht: $P(x^V, y^V, z^V)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^V -System;
 $(\partial \underline{x}^V / \partial \underline{x}^M)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{x}^V = \underline{x}^V(\underline{x}^M)$.

$$\underline{x}^V = \underline{R}^{MV} \cdot \underline{x}^M$$

$$d\underline{x}^V = (\partial \underline{x}^V / \partial \underline{x}^M) \cdot d\underline{x}^M = \underline{E} \cdot d\underline{x}^M$$

$$\underline{x}^V = \begin{bmatrix} x^V \\ y^V \\ z^V \end{bmatrix} \quad \underline{x}^M = \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \\ z^M \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^V = \begin{bmatrix} dx^V \\ dy^V \\ dz^V \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^M = \begin{bmatrix} dx^M \\ dy^M \\ dz^M \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^{MV} = \underline{R}_y^{MV}(-x_p) \cdot \underline{R}_x^{MV}(-y_p) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & 0 \\ -x_p & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -y_p \\ 0 & y_p & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & -y_p \\ -x_p & y_p & 1 \end{bmatrix}$$

$$(\partial \underline{x}^V / \partial \underline{x}^M) = \underline{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Literatur: z.B. NAGEL (1976, S. 122), GROTEN (1979, S. 118),
 VANIČEK/KRAKIWSKY (1982, S. 297, 298, 313, 398).

Gegeben: $P(x^M, y^M, z^M)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^M -System;
 GAST : Scheinbare Sternzeit Greenwich
 (Greenwich Apparent Sideral Time).

Gesucht: $P(x^A, y^A, z^A)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^A -System zur GAST;
 $(\partial \underline{x}^A / \partial \underline{x}^M)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{x}^A = \underline{x}^A(\underline{x}^M)$.

$$\underline{x}^A = \underline{R}^{MA} \cdot \underline{x}^M$$

$$d\underline{x}^A = (\partial \underline{x}^A / \partial \underline{x}^M) \cdot d\underline{x}^M$$

$$\underline{x}^A = \begin{bmatrix} x^A \\ y^A \\ z^A \end{bmatrix} \quad \underline{x}^M = \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \\ z^M \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^A = \begin{bmatrix} dx^A \\ dy^A \\ dz^A \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^M = \begin{bmatrix} dx^M \\ dy^M \\ dz^M \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^{MA} = \underline{R}_z^{MA}(-GAST) = (\underline{R}^{MA})^{-1} = (\underline{R}^{MA})^T = \begin{bmatrix} \cos GAST & -\sin GAST & 0 \\ \sin GAST & \cos GAST & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(\partial \underline{x}^A / \partial \underline{x}^M) = \underline{R}^{MA}.$$

Literatur: z.B. NAGEL (1976, S. 122), VANIČEK/KRAKIWSKY (1982, S. 298, 313), JOCHEMCZYK (1983, S. 105).

Gegeben: $P(x^A, y^A, z^A)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^A -System;
GAST : Scheinbare Sternzeit Greenwich
(Greenwich Apparent Sideral Time).

Gesucht: $P(x^M, y^M, z^M)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^M -System zur GAST;
 $(\partial \underline{x}^M / \partial \underline{x}^A)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{x}^M = \underline{x}^M(\underline{x}^A)$.

$$\underline{x}^M = \underline{R}^{AM} \cdot \underline{x}^A$$

$$d\underline{x}^M = (\partial \underline{x}^M / \partial \underline{x}^A) \cdot d\underline{x}^A$$

$$\underline{x}^M = \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \\ z^M \end{bmatrix} \quad \underline{x}^A = \begin{bmatrix} x^A \\ y^A \\ z^A \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^M = \begin{bmatrix} dx^M \\ dy^M \\ dz^M \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^A = \begin{bmatrix} dx^A \\ dy^A \\ dz^A \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^{AM} = \underline{R}_z^{AM}(-GAST) = \begin{bmatrix} \cos GAST & \sin GAST & 0 \\ -\sin GAST & \cos GAST & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(\partial \underline{x}^M / \partial \underline{x}^A) = \underline{R}^{AM}.$$

Literatur: z.B. NAGEL (1976, S. 122), VANIČEK/KRAKIWSKY (1982, S. 298),
JOCHEMCZYK (1983, S. 106).

Gegeben: $P(x^A, y^A, z^A)$: Koordinaten eines Punktes P (Satellit) auf der Bahn einer gestörten Kepler-Bewegung im \underline{x}^A -System;

Ω : Rektaszension des aufsteigenden Knotens der tatsächlichen momentanen Bahnebene des Satelliten im Zeitpunkt T bzw.

Ω_0 : Rektaszension des aufsteigenden Knotens einer tatsächlichen oder modellierten momentanen Bahnellipse im Zeitpunkt T_0 und

$d\Omega = d\Omega(\Delta t)$: Änderung von Ω von der Zeitbasis T_0 bis zum Zeitpunkt T

i : Inklination der tatsächlichen momentanen Bahnebene des Satelliten zum Zeitpunkt T bzw.

i_0 : Inklination einer tatsächlichen oder modellierten momentanen Bahnebene des Satelliten im Zeitpunkt T_0 und

$di = di(\Delta t)$: Änderung von i von der Zeitbasis T_0 bis zum Zeitpunkt T

ω : Argument (Deklination) des Perigäums der tatsächlichen momentanen Bahnellipse des Satelliten im Zeitpunkt T bzw.

ω_0 : Argument (Deklination) des Perigäums der tatsächlichen oder modellierten momentanen Bahnellipse des Satelliten im Zeitpunkt T_0

$d\omega = d\omega(\Delta t)$: Änderung von ω von der Zeitbasis T_0 bis zum Zeitpunkt T

$\Delta t = T - T_0$: die seit einer vorgegebenen (möglichst nahen) Zeitbasis T_0 verstrichene Zeit

Gesucht: $P(x^0, y^0, z^0)$: Koordinaten des o.a. Punktes P im \underline{x}^0 -System;
 $(\partial \underline{x}^0 / \partial \underline{x}^A)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{x}^0 = \underline{x}^0(\underline{x}^A)$.

$$\underline{\Omega} = \underline{\Omega}_0 + d\underline{\Omega}$$

$$i = i_0 + di$$

$$\underline{\omega} = \underline{\omega}_0 + d\underline{\omega} ;$$

$$\underline{x}^0 = \underline{R}^{A0} \cdot \underline{x}^A$$

$$d\underline{x}^0 = (\partial \underline{x}^0 / \partial \underline{x}^A) \cdot d\underline{x}^A$$

$$\underline{x}^0 = \begin{bmatrix} x^0 \\ y^0 \\ z^0 \end{bmatrix} \quad \underline{x}^A = \begin{bmatrix} x^A \\ y^A \\ z^A \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^0 = \begin{bmatrix} dx^0 \\ dy^0 \\ dz^0 \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^A = \begin{bmatrix} dx^A \\ dy^A \\ dz^A \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \underline{R}^{A0} &= \underline{R}_z^{A0}(\underline{\omega}) \cdot \underline{R}_x^{A0}(i) \cdot \underline{R}_z^{A0}(\underline{\Omega}) = (\underline{R}^{0A})^{-1} \\ &= (\underline{R}_z^{0A}(-\underline{\omega}))^{-1} \cdot (\underline{R}_x^{0A}(-i))^{-1} \cdot (\underline{R}_z^{0A}(-\underline{\Omega}))^{-1} \\ &= (\underline{R}_z^{0A}(-\underline{\omega}))^T \cdot (\underline{R}_x^{0A}(-i))^T \cdot (\underline{R}_z^{0A}(-\underline{\Omega}))^T \quad (\text{vergl. Anlage 22}) \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \omega & -\sin \omega & 0 \\ \sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & -\sin i \\ 0 & \sin i & \cos i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \Omega & -\sin \Omega & 0 \\ \sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(\partial \underline{x}^0 / \partial \underline{x}^A) = \underline{R}^{A0}.$$

Literatur: z.B. TORGE (1975, S. 136), VANIČEK/KRAKIWSKY (1982, S. 313), JOCHEMCZYK (1983, S. 56).

Anmerkung zu Anlage 21 und 22: Die in den vier OPNET-Stationen des NNSS (siehe Nr. 3 = zu \underline{x}^V) laufend durchgeführten Doppler-Messungen werden über ein Intervall von 36 Stunden einmal pro Tag analysiert und zur Vorhersage der Satelliten-Ephemeriden verwendet. Die dabei ermittelten Broadcast-Ephemeris werden sodann in Zwölf-Stunden-Intervallen zu den Satelliten gesendet und über die Meßsignale an die Nutzer weitergegeben (KLEUSBERG, 1984, S. 8, 9; STANSELL, 1978, S. 5). ... Fortsetzung siehe Anlage 22

Gegeben: $P(x^0, y^0, z^0)$: Koordinaten des Punktes P (Satellit) auf der Bahn einer gestörten Kepler-Bewegung im \underline{x}^A -System;

Ω : Rektaszension des aufsteigenden Knotens der tatsächlichen momentanen Bahnebene des Satelliten im Zeitpunkt T bzw.

Ω_0 : Rektaszension des aufsteigenden Knotens einer tatsächlichen oder modellierten momentanen Bahnellipse im Zeitpunkt T_0 und

$d\Omega = d\Omega(\Delta t)$: Änderung von Ω von der Zeitbasis T_0 bis zum Zeitpunkt T

i : Inklination der tatsächlichen momentanen Bahnebene des Satelliten zum Zeitpunkt T bzw.

i_0 : Inklination einer tatsächlichen oder modellierten momentanen Bahnebene des Satelliten im Zeitpunkt T_0 und

$di = di(\Delta t)$: Änderung von i von der Zeitbasis T_0 bis zum Zeitpunkt T

ω : Argument (Deklination) des Perigäums der tatsächlichen momentanen Bahnellipse des Satelliten im Zeitpunkt T bzw.

ω_0 : Argument (Deklination) des Perigäums der tatsächlichen oder modellierten momentanen Bahnellipse des Satelliten im Zeitpunkt T_0

$d\omega = d\omega(\Delta t)$: Änderung von ω von der Zeitbasis T_0 bis zum Zeitpunkt T

$\Delta t = T - T_0$: die seit einer vorgegebenen (möglichst nahen) Zeitbasis T_0 verstrichene Zeit

Gesucht: $P(x^A, y^A, z^A)$: Koordinaten des Punktes P im \underline{x}^A -System;
 $(\partial \underline{x}^A / \partial \underline{x}^0)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{x}^A = \underline{x}^A(\underline{x}^0)$.

$$\Omega = \Omega_0 + d\Omega$$

$$i = i_0 + di$$

$$\omega = \omega_0 + d\omega ;$$

$$\underline{x}^A = \underline{R}^{0A} \cdot \underline{x}^0$$

$$d\underline{x}^A = (\partial \underline{x}^A / \partial \underline{x}^0) \cdot d\underline{x}^0$$

$$\underline{x}^A = \begin{bmatrix} x^A \\ y^A \\ z^A \end{bmatrix} \quad \underline{x}^0 = \begin{bmatrix} x^0 \\ y^0 \\ z^0 \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^A = \begin{bmatrix} dx^A \\ dy^A \\ dz^A \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^0 = \begin{bmatrix} dx^0 \\ dy^0 \\ dz^0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^{0A} = \underline{R}_z^{0A}(-\Omega) \cdot \underline{R}_x^{0A}(-i) \cdot \underline{R}_z^{0A}(-\omega)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \omega & \sin \omega & 0 \\ -\sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(\partial \underline{x}^A / \partial \underline{x}^0) = \underline{R}^{0A}.$$

Literatur: z.B. TORGE (1975, S. 136), GROTEN (1979, S. 194),
VANIČEK/KRAKIWSKY (1982, S. 313), JOCHEMCZYK (1983, S. 56).

Anmerkung zu Anlage 21 und 22 (Fortsetzung): ... Zur Verfügung gestellt werden dabei u.a. die o.a. Keplerelemente Ω_0 , i_0 und ω_0 sowie die linearen Änderungsraten $d\Omega/\Delta t$ und $d\omega/\Delta t$ (STANSELL, 1978, S. 50-53), aus denen sich der Nutzer die aktuellen vorausberechneten Ephemeriden Ω und ω ableiten kann. Wegen der geringen Änderungsrate $di/\Delta t$ kann $i = i_0$ gesetzt werden.

Gegeben: $P(a, e, E, dz^0)$: Koordinaten des Punktes P (Satellit) auf der Bahn einer "gestörten" Keplerbewegung zum Zeitpunkt T in einem System elliptischer Koordinaten

a : große Halbachse der tatsächlichen momentanen Bahnellipse des Satelliten im Zeitpunkt T bzw.

a_0 : große Halbachse einer tatsächlichen oder modellierten momentanen Bahnellipse im Zeitpunkt T_0 und

$da = da(\Delta t)$: Änderung von a aufgrund von Bahnstörungen von der Zeitbasis T_0 bis zum Zeitpunkt T

e : erste numerische Exzentrizität der tatsächlichen momentanen Bahnellipse des Satelliten im Zeitpunkt T bzw.

e_0 : erste numerische Exzentrizität der tatsächlichen momentanen Bahnellipse des Satelliten im Zeitpunkt T_0 und

$de = de(\Delta t)$: Änderung von e aufgrund von Bahnstörungen von der Zeitbasis T_0 bis zum Zeitpunkt T

E : exzentrische Anomalie der tatsächlichen momentanen Position des Satelliten im Zeitpunkt T bzw.

E_0 : exzentrische Anomalie der tatsächlichen oder einer modellierten Position des Satelliten im Zeitpunkt T_0 und

ΔE : Änderung der exzentrischen Anomalie der tatsächlichen oder modellierten Position des Satelliten von der Zeitbasis T_0 bis zum Zeitpunkt T, entsprechend der für den Zeitraum $T-T_0$ gültigen mittleren Winkelgeschwindigkeit des Satelliten und

$dE = dE(\Delta E) = E - (E_0 + \Delta E)$: Änderung von E aufgrund von Bahnstörungen von der Zeitbasis T_0 bis zum Zeitpunkt T

z^0 : Out-of-plane-Ablage des Satelliten gegenüber der durch $z^0=0$ gekennzeichneten mittleren Bahnebene zum Zeitpunkt T bzw.

z_0^0 : Out-of-plane-Ablage des Satelliten gegenüber der durch $z^0=0$ gekennzeichneten mittleren Bahnebene zum Zeitpunkt T_0 und

$dz^0 = dz^0(\Delta t)$: Änderung der Out-of-plane-Ablage des Satelliten aufgrund von Bahnstörungen von der Zeitbasis T_0 bis zum Zeitpunkt T

$\Delta t = T - T_0$: die seit einer vorgegebenen (möglichst nahen) Zeitbasis T_0 verstrichene Zeit

$t = T - T_{\text{Perigäum}}$: die seit dem Zeitpunkt des Durchgangs des Satelliten durch das Perigäum verstrichene Zeit;

Gesucht: $P(x^0, y^0, z^0)$: Koordinaten des Punktes P (Satellit) im \underline{x}^0 -System;

$(\partial \underline{x}^0 / \partial \underline{x}^B)$: Jacobi-Matrix der Funktionen $\underline{x}^0 = \underline{x}^0(\underline{x}^B)$.

$$a = a_0 + da$$

$$e = e_0 + de$$

$$E = E_0 + \Delta E + dE$$

$$z^0 = z_0^0 + dz^0$$

$$\underline{x}^0 = \begin{bmatrix} x^0 \\ y^0 \\ z^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cdot (\cos E - e) \\ a \cdot \sqrt{1-e^2} \cdot \sin E \\ z^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cdot \cos v \\ r \cdot \sin v \\ z^0 \end{bmatrix}$$

mit $r = a \cdot (1 - e \cdot \cos E)$

$$v = \arctan \frac{\sqrt{1-e^2} \cdot \sin E}{\cos E - e},$$

wobei E aus $E - e \cdot \sin E = \sqrt{\frac{G \cdot M}{a^3}} \cdot t = n \cdot t$ unter Beachtung von $e \cdot \sin E \ll E$ iterativ berechnet werden kann; r = Radiusvektor vom Ursprung des \underline{x}^0 -Systems zum Satelliten, v = wahre Anomalie = Winkel zwischen x^0 -Achse und dem Radiusvektor r

GM = Gravitationskonstante mal Erdmasse; $\sqrt{\frac{G \cdot M}{a^3}} = n =$ mittlere Winkelgeschwindigkeit des Satelliten bei ungestörter Bewegung;

$$d\underline{x}^0 = (\partial \underline{x}^0 / \partial \underline{x}^B) \cdot d\underline{x}^B$$

$$d\underline{x}^0 = \begin{bmatrix} dx^0 \\ dy^0 \\ dz^0 \end{bmatrix} \quad (\partial \underline{x}^0 / \partial \underline{x}^B) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x^0}{\partial a} & \frac{\partial x^0}{\partial e} & \frac{\partial x^0}{\partial E} & \frac{\partial x^0}{\partial z^0} \\ \frac{\partial y^0}{\partial a} & \frac{\partial y^0}{\partial e} & \frac{\partial y^0}{\partial E} & \frac{\partial y^0}{\partial z^0} \\ \frac{\partial z^0}{\partial a} & \frac{\partial z^0}{\partial e} & \frac{\partial z^0}{\partial E} & \frac{\partial z^0}{\partial z^0} \end{bmatrix} \quad d\underline{x}^B = \begin{bmatrix} da \\ de \\ dE \\ dz^0 \end{bmatrix}$$

$$(\partial \underline{x}^0 / \partial \underline{x}^B) = \begin{bmatrix} \cos E - e & -a & -a \cdot \sin E & 0 \\ \sqrt{1 - e^2} \cdot \sin E & -\frac{a \cdot e \cdot \sin E}{\sqrt{1 - e^2} \cdot \sin E} & a \cdot \sqrt{1 - e^2} \cdot \cos E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Literatur: z.B. MUELLER (1964, S. 151-157), TORGE (1975, S. 135-136), GROTEN (1979, S. 197, 198), VANIČEK/KRAKIWSKY (1982, S. 309-312), JOCHEMCZYK (1983, S. 55-56).

Anmerkung:

Bei der in Anlage 21 beschriebenen Bahnanalyse im Rahmen des NNSS werden außer den a.a.O. behandelten "äußeren" Keplerelementen Ω_0 , i_0 , ω_0 und ihren linearen Änderungsraten auch die "inneren" Keplerelemente a_0 , e_0 und $E_0 + \Delta E$ (die exzentrische Anomalie $E_0 + \Delta E$ durch Angabe der mittleren Umlaufgeschwindigkeit n_0 und eines auf das Perigäum bezogenen Zeitintervalls) ermittelt. Diese "festen" Parameter definieren geglättete, präzedierende, elliptische Satellitenbahnen. Über die festen Parameter hinaus, die in zwölf-Stunden-Intervallen über die Satelliten an die Nutzer gegeben werden, werden im Rahmen der Broadcast Ephemeris darüberhinaus noch in zwei-Minuten-Intervallen die aktuellen vorausberechneten Abweichungen von den vorerwähnten geglätteten Bahnen in Form von Korrekturen da und dE zu den Ephemeriden a bzw. $E_0 + \Delta E$, sowie eine Out-of-plane-Ablage dz^0 berechnet und übermittelt.

LITERATUR

- ASHKENAZI, V., SYKES, R.M., GOUGH, R.J., WILLIAMS, J.W.: *First United Kingdom Doppler Campaign: Results and Interpretation*. In Robbins, A.R., Askenazi, V., King-Hele, D.G. (Hrsg.): *Satellite Doppler Tracking and its Geodetic Applications - a Royal Society Discussion*, S. 253-259 ([43] - [49]), Veröffentlichung der Royal Society, London 1980
- BÄUMKER, M.: *Zur dreidimensionalen Ausgleichung von terrestrischen und Satellitenbeobachtungen*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 130, Hannover 1984
- BARTELME, N., MEISSL, P.: *Ein einfaches, rasches und numerisch stabiles Verfahren zur Bestimmung des kürzesten Abstandes eines Punktes von einem sphäroidischen Rotationsellipsoid*. Allgemeine Vermessungsnachrichten 82, S. 436-439, 1975
- BENNING, W.: *Der kürzeste Abstand eines in rechtwinkligen Koordinaten gegebenen Außenpunktes vom Ellipsoid*. Allgemeine Vermessungsnachrichten 81, S. 429-433, 1974
- BLACK, H.D.: *The Transit System, 1977: Performance, Plans and Potential*. In Robbins, A.R., Askenazi, V., King-Hele, D.G. (Hrsg.): *Satellite Doppler Tracking and its Geodetic Applications - a Royal Society Discussion*, S. 253-259 ([7] - [26]), Veröffentlichung der Royal Society, London 1980
- BLANKENBURGH, J.C.: *Doppler-European Datum Transformation Parameters for the North Sea*. In Robbins, A.R., Askenazi, V., King-Hele, D.G. (Hrsg.): *Satellite Doppler Tracking and its Geodetic Applications - a Royal Society Discussion*, S. 277-288 ([67] - [71]), Veröffentlichung der Royal Society, London 1980
- BOBB, H., KRAUSS, H.: *Der kürzeste Abstand eines Punktes von einem Rotationsellipsoid*. Allgemeine Vermessungsnachrichten 83, S. 348-351, 1976
- BOUCHER, C.: *Les Transformations Géométriques entre Systèmes Géodésiques*. Rapport Technique RT/G N° 3, Institut Géographique National France, Paris 1979/1
- BOUCHER, C.: *Investigations on Geodetic Applications of Satellite Doppler Observations for Control Networks*. In Proceedings of the Second International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning, S. 1001-1025, Austin 1979/2
- BOUCHER, C., PAQUET, P., WILSON, P.: *The Second European Doppler Observation Campaign (EDOC-2) - Results and Conclusions Obtained by EDOC-2 Computing Centers*. In Proceedings of the Second International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning, S. 819-849, Austin 1979
- EHRNSPERGER, W.: *The Use of Doppler in Terrestrial Adjustment in the European Triangulation Networks*. In Proceedings of the Second International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning, S. 851-870, Austin 1979
- FREVEL, H., HASCH, B., LOHMAR, F.J.: *Die Rheinland-Pfälzische Dopplerkampagne RPDOK '83*. Zeitschrift für Vermessungswesen 109, S. 397-406, 1984

- GAJDEROWICZ, I.: *Combined Adjustment of Doppler and Terrestrial Nets in Doppler Reference Systems*. In Proceedings of the International Symposium on Geodetic Networks and Computations of the International Association of Geodesy, Munich, August 31 to September 5, 1981, S. 98-113, Veröffentlichung der Deutschen Geodätischen Kommission bei der Bayer. Akademie der Wissenschaften, Reihe B, Nr. 258/VI, 1982
- GLASMACHER, H., HEISTER, H.: *Satelliten-Dopplermessungen im Testnetz Inn-tal*. In Schödlbauer, A., Welsch, W. (Hrsg.): *Satelliten-Doppler-Messungen, Beiträge zum Geodätischen Seminar am 24./25.09.1984*, S. 307-326, Schriftenreihe des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München, Heft 15, Neubiberg 1984
- GRAFAREND, E.W., MUELLER, I., PAPO, H.B., RICHTER, B.: *Investigations on the Hierarchy of Reference Frames in Geodesy and Geodynamics*. Report of the Department of Geodetic Science, Nr. 289, Ohio 1979
- GROTEN, E.: *Datum problems and combination of geometrical, terrestrial and satellite data*. In Proceedings Second International Symposium on Problems Related to the Redefinition of North American Geodetic Networks, S. 209-215, US Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, Rockville 1978
- GROTEN, E.: *Geodesy and the Earth's Gravity Field - Vol. I: Principles and Conventional Methods*. Dümmler Verlag, Bonn 1979
- HARTL, P.: *Das NAVSTAR Global Positioning System (GPS)*. In Schödlbauer, A., Welsch, W. (Hrsg.): *Satelliten-Doppler-Messungen, Beiträge zum Geodätischen Seminar am 24./25.09.1984*, S. 329-360, Schriftenreihe des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München, Heft 15, Neubiberg 1984
- HAUCK, H., LELGEMANN, D., SCHLÜTER, W.: *Untersuchungen zur Dopplerpositionsbestimmung nach der Semi Short Arc und der Short Arc Methode*. Allgemeine Vermessungsnachrichten 89, S. 274-285, 1982
- HEISKANEN, W.A., MORITZ, H.: *Physical Geodesy*. Freeman Verlag, San Francisco 1967
- HEITZ, S.: *Transformationen zwischen ellipsoidischen Koordinatensystemen*. Veröffentlichung der Deutschen Geodätischen Kommission bei der Bayer. Akademie der Wissenschaften, Reihe A, Heft Nr. 64, 1969
- HEITZ, S.: *Geometrische Modelle der Geodäsie*. Mitteilungen aus dem Institut für Theoretische Geodäsie der Universität Bonn, Nr. 64, Bonn 1983
- HEITZ, S.: *Geodätische und isotherme Koordinaten auf geodätischen Bezugsflächen*. Mitteilungen aus den Geodätischen Instituten der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 1984
- HOSKINS, G.W., DANCIK, R.J.: *Navy Navigation Satellite System - Status and Future*. Paper, Global Civil Satellite Navigation Systems, Conference of the Royal Institute of Navigation, London, May 1984
- HRISTOW, W.: *Die Gaußschen und geographischen Koordinaten auf dem Ellipsoid von Krassowsky*. VEB Verlag Technik, Berlin 1955
- JOCHEMCZYK, H.: *Untersuchungen zur Kombination geodätischer Punkthaufen*. Veröffentlichung der Deutschen Geodätischen Kommission bei der Bayer. Akademie der Wissenschaften, Reihe C, Nr. 285, Frankfurt a. M. 1983

- KLEUSBERG, A.: *Diagnose und Therapie von geodätischen Satellitennetzen vom Typ Doppler*. Veröffentlichung der Deutschen Geodätischen Kommission bei der Bayer. Akademie der Wissenschaften, Reihe C, Nr. 293, München 1984
- KOUBA, J.: *Geodetic Satellite Doppler Positioning and Application to Canadian Test Adjustments*. In Robbins, A.R., Askenazi, V., King-Hele, D.G. (Hrsg.): *Satellite Doppler Tracking and its Geodetic Applications - a Royal Society Discussion*, S. 271-276 ([6] - [66]), Veröffentlichung der Royal Society, London 1980
- KRACK, K.: *Die Umwandlung der Gaußschen konformen Koordinaten in geographische Koordinaten des Bezugsellipsoids auf der Grundlage des transversalen Mercatorentwurfs*. Allgemeine Vermessungsnachrichten, Heft 5, S. 173-178, 1981
- MORITZ, H.: *The Definition of a Geodetic Datum*. In Proceedings Second International Symposium on Problems Related to the Redefinition of North American Geodetic Networks, S. 63-75, US Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, Rockville 1978
- MUELLER, I.I.: *Introduction to Satellite Geodesy*. Frederick Ungar Publishing Co., New York 1964
- NAGEL, E.: *Die Bezugssysteme der Satellitengeodäsie*. Veröffentlichung der Deutschen Geodätischen Kommission bei der Bayer. Akademie der Wissenschaften, Reihe C, Nr. 223, München 1976
- PAUL, M.K.: *A Note on Computation of Geodetic Coordinates from Geocentric (Cartesian) Coordinates*. Bulletin Géodésique 108, S. 135-139, Paris 1973
- PESEC, P., SCHLÜTER, W.: *Deutsch-Österreichische Dopplerkampagne DOEDOC - Auswertung und Ergebnisse*. In *Die Deutsche-Österreichische Dopplerkampagne*, Veröffentlichung der Deutschen Geodätischen Kommission bei der Bayer. Akademie der Wissenschaften, Reihe B, Heft Nr. 260, S. 67-89, Frankfurt a. M. 1982
- REICHSTHALER, K.: *Dreidimensionale Netzausgleichung im Testnetz Steiermark unter Berücksichtigung von Dopplermessungen*. Mitteilungen der Geodätischen Institute der Technischen Universität Graz, Folge 46, Graz 1983
- REIGBER, C.: *Geodätische Aktivitäten im Bundesministerium für Forschung und Technologie und das Erdbeobachtungsprogramm der European Space Agency*. In Schödlbauer, A., Welsch, W. (Hrsg.): *Satelliten-Doppler-Messungen, Beiträge zum Geodätischen Seminar am 24./25.09.1984*, S. 369-384, Schriftenreihe des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München, Heft 15, Neubiberg 1984
- RINNER, K., SEEGER, H.: *Das Konzept der deutsch-österreichischen Dopplermesskampagne (DÖDOC)*. In *Die Deutsche-Österreichische Dopplerkampagne*, Veröffentlichung der Deutschen Geodätischen Kommission bei der Bayer. Akademie der Wissenschaften, Reihe B, Heft Nr. 260, S. 5-11, Frankfurt a. M. 1982
- RINNER, K.: *Über die Deutsch-Österreichische Doppler-Kampagne*. In Schödlbauer, A., Welsch, W. (Hrsg.): *Satelliten-Doppler-Messungen, Beiträge zum Geodätischen Seminar am 24./25.09.1984*, S. 201-220, Schriftenreihe des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München, Heft 15, Neubiberg 1984

- SCHENKE, H.W.: *Satelliten-Dopplermessungen im Testnetz Westharz*. In Schödlbauer, A., Welsch, W. (Hrsg.): *Satelliten-Doppler-Messungen, Beiträge zum Geodätischen Seminar am 24./25.09.1984*, S. 267-306, Schriftenreihe des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München, Heft 15, Neubiberg 1984
- SCHÖDLBAUER, A.: *Übertragung geographischer Koordinaten auf Bezugsellipsoiden durch Zurückführung der Legendreschen Reihen auf strenge Formeln der sphärischen Trigonometrie*. Allgemeine Vermessungsnachrichten 86, S. 137-144, 1979
- SCHÖDLBAUER, A.: *Berechnung von Längen und Azimuten geodätischer Linien auf Bezugsellipsoiden durch Zurückführung der Gauß-Helmertschen Mittelbreitenformeln auf strenge Formeln der sphärischen Trigonometrie*. Allgemeine Vermessungsnachrichten 87, S. 61-69, 1980/1
- SCHÖDLBAUER, A.: *Kugeln als Hilfsflächen bei der Lösung der beiden geodätischen Grundaufgaben*. In *Festschrift zur Emeritierung von o.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Karl Hubeny*, Mitteilungen der geodätischen Institute der Universität Graz, Folge 35, S. 193-200, Graz 1980/2
- SCHÖDLBAUER, A.: *Gaußsche konforme Abbildung von Bezugsellipsoiden in die Ebene auf der Grundlage des transversalen Mercatorentwurfs*. Allgemeine Vermessungsnachrichten 88, S. 165-173, 1981/1
- SCHÖDLBAUER, A.: *Rechenformeln und Rechenbeispiele zur Landesvermessung - Teil 1: Die geodätischen Grundaufgaben auf Bezugsellipsoiden im System der geographischen Koordinaten und die Berechnung ellipsoidischer Dreiecke*. Wichmann Skripten, Heft 2, Teil 1, Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe 1981/2
- SCHÖDLBAUER, A.: *Rechenformeln und Rechenbeispiele zur Landesvermessung - Teil 2: Geodätische Berechnungen im System der Gaußschen konformen Abbildung eines Bezugsellipsoids unter besonderer Berücksichtigung des Gauß-Krüger- und des UTM-Koordinatensystems im Bereich der Bundesrepublik Deutschland*. Wichmann Skripten, Heft 2, Teil 2, Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe 1982
- SCHÖDLBAUER, A.: *Transformation räumlicher ellipsoidischer Koordinaten in cartesische topozentrische Koordinaten auf der Grundlage der "Entwicklungen von Weingarten"*. Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Eichhorn, Darmstadt 1985 (in Druck)
- SEEBER, G.: *Satelliten-Dopplerverfahren*. In Pelzer, H. (Hrsg.): *Geodätische Netze in der Landesvermessung*, S. 145-162, Konrad Wittwer Verlag, Stuttgart 1980
- SEEBER, G.: *Das Navy Navigation Satellite System und seine geodätische Nutzung*. In Schödlbauer, A., Welsch, W. (Hrsg.): *Satelliten-Doppler-Messungen, Beiträge zum Geodätischen Seminar am 24./25.09.1984*, S. 7-30, Schriftenreihe des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München, Heft 15, Neubiberg 1984
- SEEBER, G., SEEGER, H.: *Satelliten-Dopplermessungen im Deutschen Hauptdreiecksnetz*. In Schödlbauer, A., Welsch, W. (Hrsg.): *Satelliten-Doppler-Messungen, Beiträge zum Geodätischen Seminar am 24./25.09.1984*, S. 231-248, Schriftenreihe des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München, Heft 15, Neubiberg 1984

- SIGL, R.: *Zur Transformation von Datumskordinaten*. In *Festschrift für Walter Höpcke zum 70. Geburtstag*, Wissenschaftliche Arbeiten der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie an der Technischen Hochschule Hannover, Heft 83, S. 148-154, Hannover 1978
- SOLER, T.: *On Differential Transformations between Cartesian and Curvilinear (Geodetic) Coordinates*. Reports of the Department of Geodetic Science, Report No. 236, Ohio 1976
- STANSELL, A.: *The Transit Navigation Satellite System*. Magnavox, Torrance 1978
- TORGE, W.: *Geodäsie*. Sammlung Götschen 2163, Walter de Gruyter Verlag, Berlin - New York 1975
- TORGE, W.: *Drei- und zweidimensionale Modellbildung*. In Pelzer, H. (Hrsg.): *Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung*, S. 113-130, Konrad Wittwer Verlag, Stuttgart 1980
- TORGE, W.: *Geodätisches Datum und Datumstransformationen*. In Pelzer, H. (Hrsg.): *Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung*, S. 131-140, Konrad Wittwer Verlag, Stuttgart 1980
- VANIČEK, P., KRAKIWSKY, E.J.: *Geodesy: The Concepts*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam - New York - Oxford 1982
- WELSCH, W.: *Kombinierte Ausgleichung von terrestrischen Netzen und Satellitennetzen*. In Schödlbauer, A., Welsch, W. (Hrsg.): *Satelliten-Doppler-Messungen, Beiträge zum Geodätischen Seminar am 24./25.09.1984*, S. 155-192, Schriftenreihe des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München, Heft 15, Neubiberg 1984
- WOLF, H.: *Scale and Orientation in Combined Doppler and Triangulation Nets*. Bulletin Géodésique 54, S. 45-53, 1980
- WOLF, H.: *Satelliten-Dopplermessungen in der Berechnung des Europäischen Dreiecksnetzes (RETrig)*. In Schödlbauer, A., Welsch, W. (Hrsg.): *Satelliten-Doppler-Messungen, Beiträge zum Geodätischen Seminar am 24./25.09.1984*, S. 221-230, Schriftenreihe des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München, Heft 15, Neubiberg 1984
- ZHOU, Z.: *Untersuchung der mathematischen Modelle zur Kombination eines terrestrischen Netzes mit einem Satellitennetz*. Veröffentlichung der Deutschen Geodätischen Kommission bei der Bayer. Akademie der Wissenschaften, Reihe C, Nr. 274, München 1983

KOMBINIERTE AUSGLEICHUNG VON
DOPPLER-SATELLITENNETZEN UND TERRESTRISCHEN NETZEN

von

Walter WELSCH und Wolfgang OSWALD
Institut für Geodäsie
Hochschule der Bundeswehr München
Werner-Heisenberg-Weg 39
D-8014 Neubiberg
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Die Möglichkeit, mit unkompliziert einsetzbaren Geräten in kurzer Zeit weiträumige Satellitennetze schaffen zu können, hat einen noch nicht übersehbaren konzeptionellen Einfluß auf die Anlage von Grundlagennetzen vor allem in der Landesvermessung. Eine der Aufgaben in der Folge der Neuentwicklungen ist die Vereinigung klassischer Netze mit den neu geschaffenen Satellitennetzen.

Der Beitrag behandelt diese Aufgabe unter der Voraussetzung sowohl bekannter als auch unbekannter Beziehungen zwischen den Referenzsystemen der verschiedenartigen Netztypen. Dabei wird in einem synoptischen Überblick der Schwerpunkt auf die Darstellung verschiedener Modelle und Ausgleichstechniken gelegt. Am Beispiel des Testnetzes "Inntal" werden einige Modelle praktisch durchgerechnet, wobei der Einsatz von Techniken der Varianzkomponentenschätzung zu interessanten stochastischen Aussagen führt.

ABSTRACT

The possibility to observe large satellite networks in a short time with equipment easy to operate, has a fundamental impact on the establishment of control networks especially for national survey purposes. One of the tasks subsequent to the new developments is the combination of conventional terrestrial networks with those satellite networks. The paper treats this task on condition that the relations between the reference frames of the heterogeneous networks are either given or unknown. Emphasis is put on a synoptical presentation of various models and adjustment techniques. A couple of those models is used for the combined adjustment of terrestrial and satellite data of the "Inntal"-network. The application of variance-component estimation techniques leads to interesting conclusions on the stochastic properties of the individual observations.

1. EINFÜHRUNG

Die Verwendung von (Doppler-) Satelliten-Daten bei der Koordinierung terrestrischer Netze bietet große Vorteile. Für das Satellitennetz wird die Möglichkeit der Netzverdichtung geboten, für das terrestrische Netz die Verbesserung der absoluten Lagerung, die Aufdeckung systematischer Orientierungs- und Maßstabsfehler, bei ausgedehnten Netzen eine Erhöhung der Relativgenauigkeit und - je nach Beobachtungsmaterial - eine Verfeinerung der Kenntnisse des Geoids.

Die strenge Kombination von Satellitennetzen und traditionellen terrestrischen Netzen ist aber - abgesehen von der Modellierung systematischer Fehler des terrestrischen Netzes - nicht ohne weiteres möglich. Je nach Netztyp werden grundsätzlich verschiedene Techniken angewandt. Das Referenzsystem traditioneller Lagenetze ist im allgemeinen mit einer Rechenfläche, einem Referenzellipsoid, verbunden. Dieser Rahmen ist rein geometrisch. Aufgrund von Nivellements bestimmte Höhenetze beziehen sich auf das Geoid, das eine physikalisch definierte Referenzfläche darstellt. Das Bezugssystem bei der geodätischen Nutzung von Satelliten für Positionierungsaufgaben ist mit keiner Referenzfläche verbunden. Es ist vielmehr ein Modell, das die Dynamik der Satellitenbewegung beschreibt.

Die genannten Referenzsysteme sind von vornherein grundsätzlich verschieden. Das aktuelle Problem der Kombination verschiedenartiger Netztypen ist deswegen das der gegenseitigen Verknüpfung mehrerer Referenzsysteme, deren Beziehungen dazu noch durch systematische Fehler des einen oder anderen Netztyps überlagert und undeutlich gemacht werden.

Das vorliegende Übersichtsreferat muß sich in der Abhandlung des Themas beschränken. Es will nicht die Verschiedenartigkeit der Referenzsysteme behandeln und Probleme des geodätischen Datums diskutieren, es will nicht untersuchen, auf welche Weise gewisse Schwächen terrestrischer Netze aufgedeckt werden könnten, es strebt auch nicht so sehr danach, zu bewerten, unter welchen Umständen sich das eine Modell besser eignet als ein anderes. Zur Beantwortung dieser Fragen muß auf die zahlreiche Literatur verwiesen werden. Der Zweck des Aufsatzes ist es vielmehr, verschiedene mathematische Ansätze der Netzvereinigung darzustellen.

*Modelle mit gegebenen Beziehungen zwischen Satellitendatum
und geodätischem Datum*

Bei den im folgenden beschriebenen Modellen wird davon ausgegangen, daß die Beziehungen zwischen dem Referenzsystem der Satellitenbeobachtungen und dem der geodätischen Beobachtungen, repräsentiert durch den Translationsvektor \mathcal{X}_0 , die Drehmatrix $\mathcal{D}(\epsilon)$ und den Maßstabsfaktor μ , bekannt sind. Diese Situation kann sich ergeben, wenn z.B. aufbauend auf den Ergebnissen der Deutsch-Österreichischen Dopplerkampagne (RINNER 1981, IFAG 1982) Folge-rechnungen in einzelnen Teilnetzen oder Landesnetzen ausgeführt werden sollen. Die Annahme bedeutet zunächst eine Vereinfachung, da vom Auffinden der Datumsbeziehungen zwischen Satellitennetz und terrestrischem Netz angesehen werden kann.

2. MODELL 1 : VERKNÜPFUNG AUSGEGLICHER NETZE

Das erste Modell sieht vor, die ausgeglichenen Koordinaten eines Doppler-Satellitennetzes und die eines in klassischer Weise terrestrisch-geodätisch beobachteten dreidimensionalen Netzes zu verknüpfen, mit dem Ziel, eindeutige Koordinaten für die Verknüpfungspunkte zu erhalten.

2.1 Vorbereitende Aufgaben

Wichtigste Vorarbeit ist es, die Koordinaten beider Netztypen, die zunächst in unterschiedlichen Referenzsystemen gegeben sind, in ein einheitliches Bezugssystem zu transformieren. Grundsätzlich kann hierzu jedes zur Verfügung stehende System herangezogen werden: das dreidimensionale kartesische Satellitensystem X_S, Y_S, Z_S , in dem die geozentrischen Punktkoordinaten aus den Dopplerbeobachtungen festgelegt sind (es wird davon ausgegangen, daß sich alle Doppler-Koordinaten auf dasselbe Datum beziehen, also etwa Unterschiede zwischen dem Datum der Broadcast Ephemerides und der Precise Ephemerides beseitigt sind); das dreidimensionale kartesische Geodätische System X_G, Y_G, Z_G mit dem Ursprung im geometrischen Zentrum des zu verwendenden Referenzellipsoids; das System des Referenzellipsoids B, L, H mit geodätischen Breiten, Längen und Ellipsoidhöhen; schließlich das lokale kartesische Horizontalsystem u, v, w , dessen Ursprung in den Bezugspunkt des terrestrischen Netzes, z.B. den Schwerpunkt P_0 , gelegt werde.

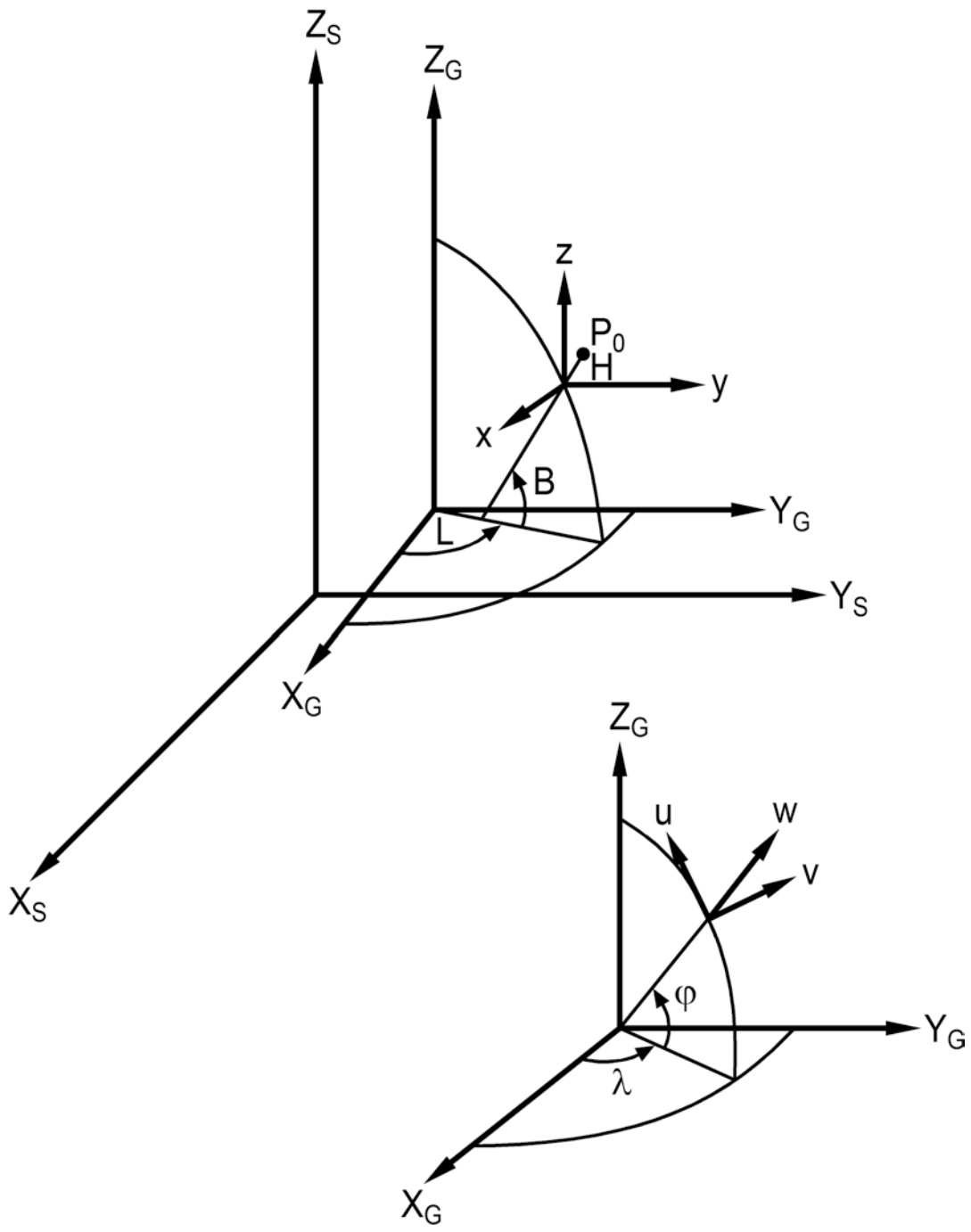


Abb. 1 Koordinatensysteme

Für die folgenden Ausführungen werde das Geodätische System X_G, Y_G, Z_G als Rechensystem gewählt. Deshalb müssen die geozentrischen Doppler-Koordinaten $x_S = |X_S Y_S Z_S|$ in die geodätischen Koordinaten $x_{GS} = |X_{GS} Y_{GS} Z_{GS}|$ mit Hilfe der bekannten Datumsbeziehungen $x_0 = \mathcal{D}(\epsilon), \mu$ transformiert werden (Anhang 1). Das terrestrische Netz sei im ellipsoidischen B,L,H-System oder im lokalen u,v,w-System ausgeglichen worden. Auf die Schwierigkeit, im terrestrischen Netz ellipsoidische Höhen zu bekommen, wird hier nicht näher eingegangen. Diese ursprünglichen Koordinaten müssen ebenfalls in das Geodätische System übertragen werden, so daß die Koordinaten $x_{GT} = |X_{GT} Y_{GT} Z_{GT}|$ erhalten werden. Zusammen mit den Koordinaten sind jeweils deren Kovarianzmatrizen zu transformieren (Anhang 2 und 3). Hinsichtlich der verschiedenen Bezugssysteme und Transformationsmöglichkeiten sei auf systematische Überblicke, z.B. BLAIS (1978), SCHÖDLBAUER (1984), verwiesen.

Als Ausgangsmaterial stehen so die homologen Koordinatensätze x_{GS} und x_{GT} mitsamt ihren Kovarianzmatrizen C_{GS} und C_{GT} zur Verfügung.

2.2. Das Verknüpfungsmodell

Zwischen homologen Koordinatensätzen besteht die Beziehung

$$x_{GS} = x_0 + (1 + m) \cdot \mathcal{D}(\psi) \cdot x_{GT} \quad (2-1)$$

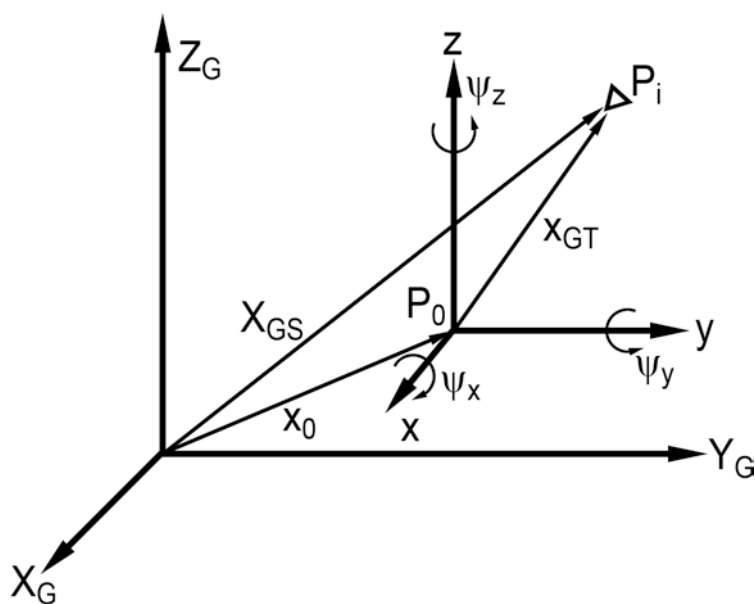


Abb. 2 Zur Verknüpfung ausgeglichener Netze

Hierin sind x_0 , m , ψ Translations-, Maßstabs- und Orientierungsparameter, die systematische Unterschiede zwischen Satellitennetz und terrestrischem Netz modellieren. Die Unterschiede werden im allgemeinen als systematische Fehler des terrestrischen Netzes angesehen. Um sie besser interpretieren zu können, werden die Koordinaten des terrestrischen Netzes $\mathbf{x}_{GT} = \mathbf{x}_0 + \mathbf{x}_{GT}$ auf einen Bezugspunkt innerhalb des Netzes bezogen. Bei Wahl des Schwerpunktes als Bezugspunkt und Ursprung des x,y,z -Systems ergeben sich auch rechentechnische Vorteile.

Die Drehmatrix $\mathcal{D}(\psi)$ hat bei kleinen Drehwinkeln die Form (vergleiche auch Anhang 1)

$$\mathcal{D}(\psi) = \begin{vmatrix} 1 & \psi_z & -\psi_y \\ -\psi_z & 1 & \psi_x \\ \psi_y & -\psi_x & 1 \end{vmatrix}, \quad (2-2)$$

die in eine Einheitsmatrix \mathcal{E} und die antisymmetrische Restmatrix $\bar{\mathcal{D}}(\psi)$ aufgespalten werden kann

$$\mathcal{D}(\psi) = \mathcal{E} + \bar{\mathcal{D}}(\psi) . \quad (2-3)$$

Damit und mit Einführung der Koordinaten des Bezugspunktes \mathbf{x}'_0 als Näherungswert für $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}'_0 + d\mathbf{x}$ wird (2-1) zu

$$\mathbf{x}_{GS} = \mathbf{x}'_0 + d\mathbf{x}_0 + (1+m) \cdot (\mathcal{E} + \bar{\mathcal{D}}(\psi)) \cdot \mathbf{x}_{GT}$$

oder nach Umordnen und Vernachlässigung von Produkten kleiner Größen

$$\mathbf{x}_{GS} = d\mathbf{x}_0 + \mathcal{D}' \cdot \psi + m\mathbf{x}_{GT} + \mathbf{x}'_0 + \mathbf{x}_{GT} \quad (2-4)$$

mit

$$\psi^T = \begin{vmatrix} \psi_x & \psi_y & \psi_z \end{vmatrix},$$

$$\mathcal{D}' = \begin{vmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{vmatrix}_{GT} .$$

Ausführlich ist dies

$$\begin{aligned} X_{GS} &= dx_0 - z_{GT}\psi_y + y_{GT}\psi_z + mx_{GT} + x'_0 + x_{GT} \\ Y_{GS} &= dy_0 + z_{GT}\psi_x - x_{GT}\psi_z + mx_{GT} + y'_0 + y_{GT} \\ Z_{GS} &= dz_0 - y_{GT}\psi_x + x_{GT}\psi_y + mz_{GT} + z'_0 + z_{GT} \end{aligned}$$

oder zusammengefaßt

$$\mathbf{X}_{GS} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{p} + \mathbf{x}'_0 + \mathbf{x}_{GT} \quad (2-5)$$

mit

$$\mathbf{B} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -z & y & x \\ 0 & 1 & 0 & z & 0 & -x & y \\ 0 & 0 & 1 & -y & x & 0 & z \end{vmatrix}_{GT} \quad (2-6)$$

$$\mathbf{p}^T = | dx_0 \quad dy_0 \quad dz_0 \quad \psi_x \quad \psi_y \quad \psi_z \quad m | . \quad (2-7)$$

Mit (2-5) wird das Modell zur Verknüpfung des Satellitennetzes und des terrestrischen Netzes im Geodätischen System beschrieben.

Die ausgleichungstechnische Behandlung kann auf verschiedenen Wegen vorgenommen werden.

2.3 Bedingte Ausgleichung mit Unbekannten

Beide Koordinatensätze werden als verbesserungsbedürftige Beobachtungen angesehen, die zusammen mit den ausgeglichenen Parametern \mathbf{p} die formalen Bedingungen

$$\begin{aligned} F(\hat{\ell}, \hat{x}) &= F(\hat{\ell} + \mathbf{v}, \hat{x}_0 + d\mathbf{x}) = 0 \\ \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} &= \min \end{aligned}$$

erfüllen müssen.

Auf das Modell (2-5) angewandt, ergibt sich mit den Vereinbarungen

$$\hat{\mathbf{l}}^T = | \hat{\mathbf{l}}_{GS}^T \quad \hat{\mathbf{l}}_{GT}^T | , \quad \hat{\mathbf{l}}_{GS} = \mathbf{X}_{GS} + \mathbf{v}_{GS} , \quad \hat{\mathbf{l}}_{GT} = \mathbf{x}_{GT} + \mathbf{v}_{GT} \quad \text{das folgende System}$$

$$\mathbf{F} \equiv \mathbf{v}_{GT} - \mathbf{v}_{GS} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{p} + \mathbf{x}'_0 + \mathbf{x}_{GT} - \mathbf{X}_{GS} = 0 , \quad (2-8)$$

oder mit

$$\mathcal{A} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & : & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & : & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & : & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\boldsymbol{v}^T = | \quad v_{GTx} \quad v_{GTy} \quad v_{GTz} \quad v_{GSx} \quad v_{GSy} \quad v_{GSz} \quad |$$

$$\boldsymbol{w}^T = | (x'_0 + x_{GT} - x_{GS}) \quad (y'_0 + y_{GT} - y_{GS}) \quad (z'_0 + z_{GT} - z_{GS}) \quad |$$

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{p}$$

der bekannte Ansatz einer bedingten Ausgleichung mit Unbekannten

$$\mathcal{A}\boldsymbol{v} + \mathcal{B}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{w} = \mathbf{0} \quad . \quad (2-9)$$

Die Gewichtsmatrix \mathcal{P} der Beobachtungen ergibt sich aus den Kovarianzmatrizen \mathcal{C}_{GS} und \mathcal{C}_{GT} der ausgeglichenen Einzelnetze

$$\mathcal{P} = \mathcal{C}^{-1} \quad (2-10)$$

$$\mathcal{C} = \begin{vmatrix} \mathcal{C}_{GT} & 0 \\ 0 & \mathcal{C}_{GS} \end{vmatrix} .$$

Die Auflösung des Standardproblems (2-9) wird ohne weitere Ableitung mitgeteilt (WOLF 1975)

$$\boldsymbol{v} = \mathcal{P}^{-1}\mathcal{A}^T\boldsymbol{k} \quad , \quad \boldsymbol{k} = -\mathcal{M}^{-1}(\mathcal{B}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{w}) \quad , \quad \mathcal{M} = \mathcal{A}\mathcal{P}^{-1}\mathcal{A}^T$$

$$\boldsymbol{x} = -\mathcal{Q}_x\mathcal{B}^T\mathcal{M}^{-1}\boldsymbol{w} \quad , \quad \mathcal{Q}_x = (\mathcal{B}^T\mathcal{M}^{-1}\mathcal{B})^{-1} \quad (2-11)$$

$$\boldsymbol{v}^T\mathcal{P}\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{w}^T\boldsymbol{k} \quad , \quad s_0^2 = \boldsymbol{v}^T\mathcal{P}\boldsymbol{v}/(3n-7) \quad , \quad n \text{ Punkte}$$

$$\mathcal{C}_x = s_0^2\mathcal{Q}_x \quad , \quad \mathcal{C}_{\uparrow} = \mathcal{P}^{-1} - \mathcal{P}^{-1}\mathcal{A}^T(\mathcal{M}^{-1} - \mathcal{M}^{-1}\mathcal{B}\mathcal{Q}_x\mathcal{B}^T\mathcal{M}^{-1})\mathcal{A}\mathcal{P}^{-1} \quad .$$

2.4 Helmert'sche Blockmethode

Voraussetzung für das Verfahren ist, daß die auf die Unbekannten der Vergleichspunkte reduzierten Normalgleichungen (SCHLÜTER 1983) des Satelliten-netzes und des terrestrischen Netzes in einem einheitlichen System, z.B. dem Geodätischen System, vorliegen. Die Normalgleichungen lauten dann für die Dopplerbeobachtungen

$$\mathcal{N}_{GS} dx_{GS} + b_{GS} = 0 \quad , \quad \mathcal{P}_{GS} = \mathcal{N}_{GS} \quad (2-12)$$

(\mathcal{N}_{GS} reduzierte Normalgleichungen, dx_{GS} unbekannte Koordinatenzuschläge, b_{GS} Absolutglied) mit der Gewichtsmatrix $\mathcal{P}_{GS} = \mathcal{Q}_{GS}^{-1} = \mathcal{N}_{GS}$ der Unbekannten dx_{GS} . Entsprechendes gilt für das terrestrische Netz

$$\mathcal{N}_{GT} dx_{GT} + b_{GT} = 0 \quad , \quad \mathcal{P}_{GT} = \mathcal{N}_{GT} \quad (2-13)$$

Zur Verknüpfung der beiden Normalgleichungssysteme (WOLF 1980, ŠWIATEK 1984) dient wiederum das Modell (2-5) dergestalt, daß die ausgeglichenen Dopplerkoordinaten als verbesserungsbedürftige Beobachtungen $x_{GS} + v_{GS}$ angesehen und für die Näherungskordinaten x_{GT_0} der terrestrischen Punkte x_{GT} neue, noch unbekannte Koordinatenzuschläge dx_{GT} , die sich aus der Netzvereinigung ergeben, angesetzt werden. Damit lautet das Modell

$$x_{GS} + v_{GS} = dx_{GT} + B \cdot p + x'_0 + x_{GT_0} \quad (2-14)$$

oder

$$v_{GS} = \bar{A} dx_{GT} + B \cdot p - l \quad , \quad \mathcal{P} \quad (2-15)$$

mit den Bedeutungen

$$v_{GS}^T = | v_{GSx} \quad v_{GSy} \quad v_{GSz} |$$

$$\bar{A} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$dx_{GT}^T = | dx_{GT} \quad dy_{GT} \quad dz_{GT} |$$

$$-l^T = | (x'_0 + x_{GT_0} - x_{GS}) \quad (y'_0 + y_{GT_0} - y_{GS}) \quad (z'_0 + z_{GT_0} - z_{GS}) | \quad .$$

Aus (2-15) ergeben sich die Normalgleichungen

$$\begin{vmatrix} \mathcal{P} & \mathcal{P}B \\ B^T \mathcal{P} & B^T \mathcal{P}B \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_{GT} \\ p \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathcal{P}l \\ B^T \mathcal{P}l \end{vmatrix} \quad , \quad (2-16)$$

worin die Gewichtsmatrix $\mathcal{P} = \mathcal{P}_{GS} = \mathcal{N}_{GS}$ ist.

Die Vereinigung der Normalgleichungen (2-13) und (2-16) führt zum endgültigen Normalgleichungssystem

$$\begin{vmatrix} \mathcal{P} + \mathcal{N}_{\text{GT}} & \mathcal{P}\mathcal{B} \\ \mathcal{B}^T\mathcal{P} & \mathcal{B}^T\mathcal{P}\mathcal{B} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} dx_{\text{GT}} \\ \mathcal{p} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathcal{P}\ell + \mathcal{b}_{\text{GT}} \\ \mathcal{B}^T\mathcal{P}\ell \end{vmatrix}, \quad (2-17)$$

aus dem die unbekannt Koordinatenzuschläge dx_{GT} der terrestrischen Punkte, die Transformationsparameter \mathcal{p} und schließlich auch die Verbesserungen v_{GS} der Dopplerkoordinaten berechnet werden können.

3. MODELL 2 : SATELLITENKOORDINATEN ALS DIREKTE ZUSÄTZLICHE BEOBACHTUNGEN

Ein gedanklich einfaches Modell sieht vor, die Dopplerkoordinaten als direkte korrelierte Beobachtungen zu verwenden.

Die Berechnungen seien wiederum im Geodätischen System durchgeführt, so daß die Transformation $\mathcal{X}_S \rightarrow \mathcal{X}_{\text{GS}}$ und $\mathcal{C}_S \rightarrow \mathcal{C}_{\text{GS}}$ notwendig wird (Anhang 1). Die Verbesserungsgleichungen der geodätischen Beobachtungen müssen dann ebenfalls im Geodätischen System formuliert werden (WOLF 1963).

Das gemeinsame System der Verbesserungsgleichungen lautet

$$\begin{aligned} \ell_{\text{GT}} + v_{\text{GT}} &= \mathcal{A} x_{\text{G}} \quad , \quad \mathcal{P}_{\text{T}} \\ \ell_{\text{GS}} + v_{\text{GS}} &= \mathcal{E} x_{\text{G}} \quad , \quad \mathcal{P}_{\text{GS}} = \mathcal{C}_{\text{GS}}^{-1} \quad , \end{aligned} \quad (3-1)$$

wenn im Unbekanntenvektor x_{G} die Koordinaten der Punkte, die beiden Netzen gemeinsam angehören, enthalten sind. Werden als Näherungskordinaten die Dopplerkoordinaten verwendet, ergibt sich $\ell_{\text{GS}} = \mathbf{0}$. Damit wird das Normalgleichungssystem

$$(\mathcal{A}^T\mathcal{P}_{\text{T}}\mathcal{A} + \mathcal{P}_{\text{GS}}) x_{\text{G}} = \mathcal{A}^T\mathcal{P}_{\text{T}}\ell_{\text{GT}} \quad (3-2)$$

dargestellt und aufgelöst.

Die Kofaktorenmatrix der ausgeglichenen Koordinaten lautet danach

$$\mathcal{Q}_{\hat{x}_{\text{G}}} = (\mathcal{A}^T\mathcal{P}_{\text{T}}\mathcal{A} + \mathcal{P}_{\text{GS}})^{-1} \quad . \quad (3-3)$$

Die Schätzung der Einheitsvarianz beträgt

$$s_0^2 = \frac{\boldsymbol{v}_{GT}^T \boldsymbol{P}_T \boldsymbol{v}_{GT} + \boldsymbol{v}_{GS}^T \boldsymbol{P}_{GS} \boldsymbol{v}_{GS}}{n - (u - n_x)} \quad (3-4)$$

bei n terrestrischen Beobachtungen, n_x Dopplerbeobachtungen und u Unbekannten.

Aus (3-2) und (3-3) kann unmittelbar der Beitrag des Satellitennetzes auf das kombinierte Netz abgelesen werden: Die durch mittlere Fehler oder Fehlerellipsen ausgewiesene Koordinatengenauigkeit wird - da im Anteil $\boldsymbol{A}^T \boldsymbol{P}_T \boldsymbol{A}$ des terrestrischen Netzes in der Regel nur Information über Beobachtungen von lokaler Reichweite enthalten ist - im wesentlichen von den Genauigkeiten der Dopplerkoordinaten bestimmt, was für kleine Netze ein Nachteil zu sein scheint, für ausgedehnte Netze aber ein Vorteil ist. Umgekehrt wird die relative Genauigkeit (Nachbarschaftsgenauigkeit) des terrestrischen Netzes durch die im allgemeinen hohen Korrelationen in der Kovarianzmatrix der Dopplerpunkte nicht beeinträchtigt.

Der Hinweis sei angebracht, daß in diesem Modell das geodätische Datum durch die direkt als Beobachtungen eingeführten Dopplerkoordinaten festgelegt ist. Ist dies nicht erwünscht, sollen etwa die Koordinaten eines oder mehrerer terrestrischer Punkte festgehalten werden, muß eine entsprechende S-Transformation des Dopplerdatums und der Kovarianzmatrix der Dopplerpunkte vorgenommen werden.

Die Aufnahme zusätzlicher Parameter einer Ähnlichkeitstransformation in die Verbesserungsgleichungen der Dopplerkoordinaten-Beobachtungen bedeutet eine Variante des Modells. Damit können systematische Unterschiede zwischen den beiden Netzen modelliert und eine bessere Anpassung erreicht werden (PETERSON 1974).

4. MODELL 3 : AUS DOPPLERKOORDINATEN ABGELEITETE FUNKTIONEN ALS ZUSÄTZLICHE BEOBACHTUNGEN

Anstelle der Dopplerkoordinaten könnten auch Koordinatenunterschiede der Dopplerpunkte als Beobachtungen eingeführt werden:

$$\Delta \mathbf{x}_{GS} = \mathbf{G} \mathbf{x}_{GS} \quad (4-1)$$

mit

$$\mathbf{G} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & : & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & : & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & : & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

und der Kovarianzmatrix

$$\mathbf{C}_{\Delta} = \mathbf{G} \mathbf{C}_{GS} \mathbf{G}^T . \quad (4-2)$$

Aus Dopplerkoordinaten können auch Funktionen F vom Typ der Beobachtungen (Observable) abgeleitet und als zusätzliche korrelierte Beobachtungen verwendet werden.

Dabei muß zwischen vom geodätischen Datum unabhängigen (invarianten) und von diesem abhängigen Größen unterschieden werden. Invariante Funktionen sind Raumstrecken S_{ij} und Raumwinkel θ_{jik}

$$S_{ij} = (\Delta X_{ji}^2 + \Delta Y_{ji}^2 + \Delta Z_{ji}^2)^{1/2} \quad (4-3)$$

$$\cos \theta_{jik} = \frac{\Delta X_{ji} \Delta X_{ki} + \Delta Y_{ji} \Delta Y_{ki} + \Delta Z_{ji} \Delta Z_{ki}}{S_{ij} \cdot S_{ik}} . \quad (4-4)$$

Zu ihrer Ermittlung ist keine vorhergehende Transformation der Dopplerkoordinaten erforderlich.

Datumsabhängige Funktionen sind Azimute, Richtungen und Zenitdistanzen:

$$A_{ij} = \arctan \frac{\Delta Y_{ji}}{\Delta X_{ji}} \quad (4-5)$$

$$R_{ij} = A_{ij} - \alpha_i \quad (4-6)$$

$$Z_{ij} = \arcsin \frac{\Delta Z_{ji}}{S_{ij}} . \quad (4-7)$$

Zu ihrer Bestimmung müssen die auf der rechten Seite der Gleichungen (4-5), (4-6), (4-7) verwendeten Koordinaten bzw. -differenzen in das Koordinatensystem der terrestrischen Netzausgleichung transformiert werden, oder aber

die Gleichungen der terrestrischen Beobachtungen sind im Sinne der dreidimensionalen Geodäsie anzuschreiben. Ebenso muß die Kovarianzmatrix der Dopplerkoordinaten auf deren Funktionen F übertragen werden

$$C_F = G_F C_S G_F^T, \quad (4-8)$$

wobei in G_F die Ableitungen der jeweiligen Funktionen nach den Unbekannten ("Richtungskoeffizienten") enthalten sind (WOLF 1963). Prinzipiell ist es gleichgültig, welche Funktionen ausgewählt werden, solange sie nur das Netz so eindeutig bestimmen, wie es durch die ursprünglichen Dopplerkoordinaten vorgegeben war. Bei n_x Dopplerpunkten sind das $3 \cdot n_x$ -def Funktionen, wenn def die Größe des Rangdefekts ist, der auftreten würde, wenn man das Netz ausschließlich mit Hilfe der abgeleiteten Funktionen koordinieren würde; denn bei Verwendung dieses Modells 3 geht die Datumsinformation verloren. Sie muß - falls erwünscht - anderweitig, etwa durch S-Transformationen oder andere definierte Datumsverfügungen (BÄUMKER 1984; vgl. auch Abschnitt 5 und 6) wieder eingeführt werden.

5. MODELL 4 : ZWEIDIMENSIONALE MODELLE

Die Kombination von Dopplerkoordinaten, die von ihrem Wesen her dreidimensional sind, mit den zweidimensionalen Koordinaten traditioneller Vermessungen ist eine, wenn häufig auch unvermeidbare, Notlösung. Sie hat andererseits aber auch den Vorteil, daß das Problem der Bestimmung ellipsoidischer Höhen, die für klassische Netze in der Regel nicht ohne weiteres zugänglich sind, nicht berücksichtigt zu werden braucht. Dadurch entfallen alle jene Ungenauigkeiten, die auf eine unsichere Bestimmung des Geoides zurückzuführen sind und die sich durch die gegenseitigen Korrelationen der dreidimensionalen Dopplerkoordinaten nicht nur auf die Höhenbestimmung selbst sondern auch auf die Lagekoordinaten auswirken können. Man kann der Meinung sein, die Kombination von Satelliten- und herkömmlichen Lagenetzen lasse sich gerade durch die Elimination des Höhenproblems erst optimal ausführen.

Prinzipiell können drei Wege angeführt werden, wie das Höhenproblem behandelt werden kann. Dabei wird davon ausgegangen, daß die Berechnungen in der Regel im ellipsoidischen System des klassischen zweidimensionalen Netzes ausgeführt werden.

5.1 Algebraische Elimination der Höhen

Die algebraische Elimination (WOLF 1980, 1982) besteht in der Reduktion der dreidimensionalen Gleichungen für die Dopplerbeobachtungen um die Höhenkomponenten nach einer Transformation in das ellipsoidische Koordinatensystem, in dem eine Trennung der Lage von der Höhe möglich ist. Diese Vorwegelimination der Höhen vermeidet jeden Informationsverlust, so daß nach erfolgter Kombination der zweidimensionalen Koordinatensätze (Modell 1) auch noch die neuen ellipsoidischen Höhen an den Dopplerpunkten sich berechnen lassen.

Die geschilderte Vorgehensweise erfordert die Reduktion der terrestrischen Beobachtungen (entlang der Ellipsoidnormalen) auf die Rechenfläche.

5.2 Festhalten der ellipsoidischen Höhen

Nach Transformation der Dopplerkoordinaten in das ellipsoidische System stehen ellipsoidische Höhen der Dopplerpunkte zur Verfügung. Sie sollen, da Höheninformationen für die Punkte des terrestrischen Netzes nicht vorliegen, festgehalten werden. Dies erfolgt mit einer aus (A2-6) resultierenden linearisierten Bedingungsgleichung (REICHSTHALER 1983)

$$dH = \cos B \cos L dX_{GS} + \cos B \sin L dY_{GS} + \sin B dZ_{GS} = 0 \quad . \quad (5-1)$$

Dieses Vorgehen hat, etwa auf Modell 2 angewendet, den Vorteil, daß eine Reduktion der dreidimensionalen terrestrischen Beobachtungen auf einen Rechenhorizont nicht erforderlich ist.

Durch das Festhalten von Höhen gehen drei Freiheitsgrade für die Festlegung des geodätischen Datums verloren, so daß zur Modellierung systematischer Unterschiede der Netze nur noch (einschließlich eines Maßstabsfaktors) vier Parameter angesetzt werden können.

5.3 Geometrische Elimination der Höhen

Die geometrische Elimination der Höhen (WOLF 1980, 1982) besteht darin, daß man nach der Transformation der Dopplerkoordinaten in das ellipsoidische System einfach Verbesserungsgleichungen nur für die Breite und Länge entwirft. Die Methode hat den Nachteil, daß auf einen Teil der geometrischen und stochastischen Information der Dopplerbeobachtungen verzichtet wird.

6. MODELL 5 : EINDIMENSIONALE MODELLE

Ganz analog zur zweidimensionalen Kombination eines Satellitennetzes und eines terrestrischen Netzes kann man im eindimensionalen Fall der Kombination von Höhennetzen verfahren. Entweder werden die Lagekoordinaten algebraisch eliminiert oder die Lagekoordinaten werden über die Bedingungsgleichungen, die nach (A2-6) formuliert werden, fixiert

$$\begin{aligned} dB &= -\frac{\sin B \cos L}{M+H} dX_{GS} - \frac{\sin B \sin L}{M+H} dY_{GS} + \frac{\cos B}{M+H} dZ_{GS} = 0 \\ dL &= -\frac{\sin L}{(N+H) \cos B} dX_{GS} + \frac{\cos L}{(N+H) \cos B} dY_{GS} = 0 \end{aligned} \quad (6-1)$$

oder aber die Lagekoordinaten werden nach Übertragung in das Rechensystem überhaupt nicht beachtet. Die im 5. Abschnitt gemachten Anmerkungen gelten entsprechend.

Die Bedeutung einer Kombination der Höheninformation aus Satellitendaten und terrestrischen Messungen beruht auf der Grundgleichung

$$H = H_G + h \quad , \quad (6-2)$$

die bekanntlich den Zusammenhang zwischen ellipsoidischen Höhen H , Geoidundulationen H_G und terrestrischen (orthometrischen) Höhen h herstellt. Bei bekannten Datumsbeziehungen zwischen dem Satellitensystem und dem Ellipsoid ist die Berechnung der Geoidhöhen H_G im allgemeinen das wesentliche Ergebnis ("Doppler-Nivellement"), das mit astrogravimetrischen Geoidberechnungen verglichen und kombiniert werden kann. Damit wird ein wesentlicher Beitrag zur Geoidbestimmung geliefert. Dies gilt natürlich auch für dreidimensionale Netzkombinationen, für die die Kenntnis (oder Annahme) von Geoidhöhen ebenfalls Voraussetzung ist.

Modelle mit unbekanntem Beziehungen zwischen Satellitendaten und terrestrischem Datum

In den bisher beschriebenen Modellen 1 - 5 wurde jeweils davon ausgegangen, daß das Datumsproblem durch die Kenntnis bereits vorliegender Datumparameter gelöst sei. Nun ist dies eher die Ausnahme. Der Standardfall wird sein, Datumparameter nicht zu kennen. Vielmehr wird es notwendig sein, im Ver-

laufe der Netzkombination die Datumsgrößen erst zu berechnen.

Verschiedene Modelle wurden entwickelt, die funktionalen Beziehungen zwischen Paaren dreidimensionaler Koordinaten zu beschreiben (stillschweigend wird vorausgesetzt, daß auch das terrestrische Netz - wie in den Modellen 1 und 2 - mit dreidimensionalen Koordinaten vorliegt). Stets werden, wie in Modell 1, die kartesischen Koordinaten als Beobachtungen angesehen, die durch den Netzzusammenschluß Korrekturen (Verbesserungen) erhalten. Von der Ausgleichungstechnik her gesehen sind beide Wege, der der bedingten Ausgleichung mit Unbekannten und der der Helmert'schen Blockmethode, möglich.

Infolge ihrer intensiven Anwendung haben sich drei Modelle gewissermaßen als Standardmodelle bewährt.

7. STANDARDMODELLE MIT EINER DREHMATRIX

Den folgenden Modellen ist gemeinsam, daß sie höchstens sieben Parameter aufweisen, um Datumsunterschiede und die unter Umständen vorhandenen systematischen Unterschiede der zu kombinierenden Netztypen zu modellieren. Wie gewöhnlich sind unter diesen Parametern drei Drehungen vorgesehen.

7.1 Modell 6 : Bursa-Wolf-Modell

(BURSA 1962, WOLF 1963)

Das Bursa-Wolf-Modell beschreibt die Beziehungen zwischen den "beobachteten" Koordinaten des terrestrischen Netzes und des Dopplernetzes durch drei Translationen, drei Rotationen und einen Maßstabsfaktor.

Das Modell lautet

$$\mathbf{x}_S = \mathbf{x}_0 + (1 + \mu) \cdot \mathcal{D}(\epsilon) \cdot \mathbf{x}_G \quad (7-1)$$

(vgl. auch Anhang 1).

Da die Auflösung genau den Vorschriften (2-8) bis (2-11) oder (2-12) bis (2-17) folgt, braucht hierauf nicht näher eingegangen zu werden.

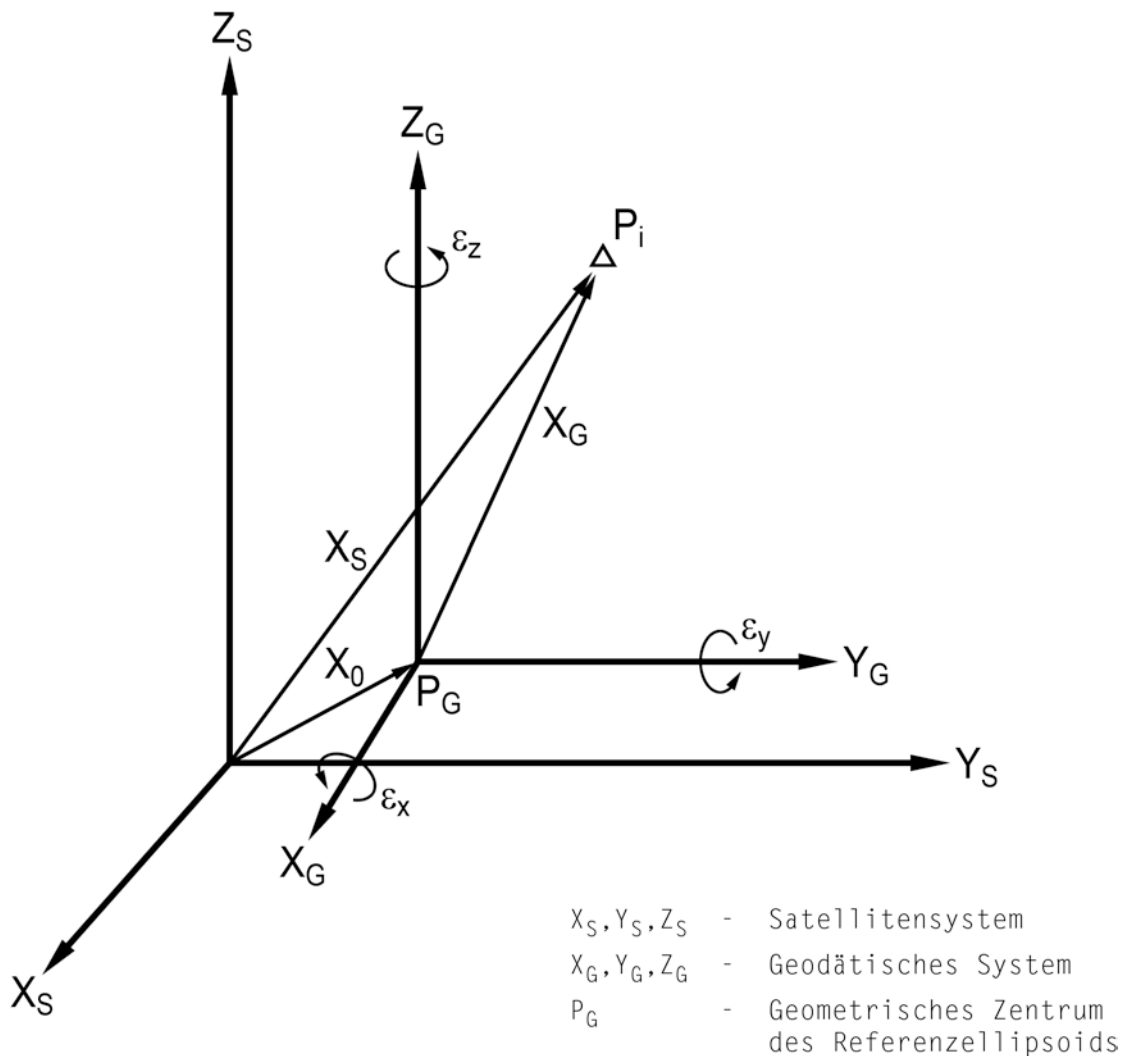


Abb. 3 Zum Bursa-Wolf-Modell

Die Interpretation der Ergebnisse ist jedoch schwieriger. Während im Modell 1 - was durch die Vorgabe der Datumsbeziehungen ermöglicht wurde - die Parameter der Ähnlichkeitstransformation Lagerungs-, Orientierungs- und Maßstabsunterschiede des terrestrischen Netzes dem Satellitennetz gegenüber zugeordnet werden konnten, ist im Bursa-Wolf-Modell eine Trennung zwischen Datumsbeziehungen und systematischen Netzunterschieden zwangsläufig ausgeschlossen.

Varianten des Modells sind durch Verringerung der Parameter möglich und sollten, falls Vorausinformationen oder statistische Tests es ermöglichen, verfolgt werden.

7.2 Modell 7 : Molodensky-Badekas-Modell

(MOLODENSKY et al. 1962, BADEKAS 1969)

Das Modell sieht ebenfalls die üblichen Transformationsparameter vor, ordnet sie aber vom Bursa-Wolf-Modell abweichend an.

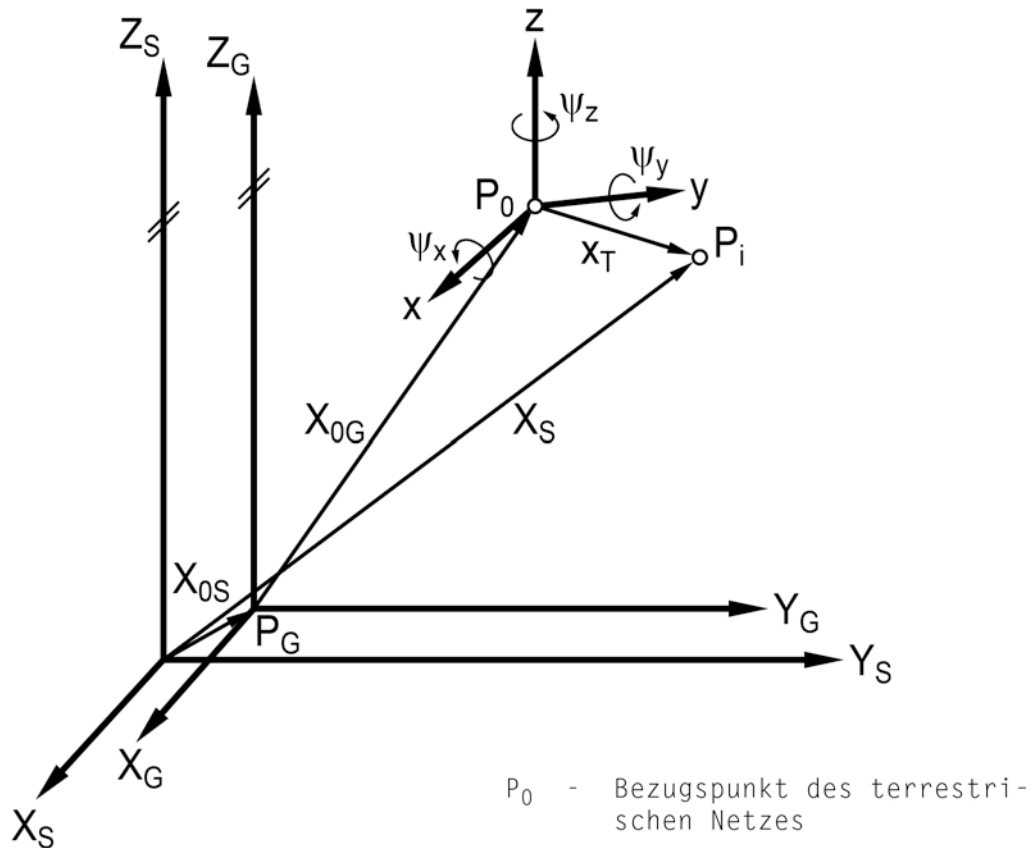


Abb. 4 Zum Molodensky-Badekas-Modell

Das Modell lautet

$$x_S = x_{0S} + x_{0G} + (1 + \mu) \cdot \mathcal{D}(\psi) \cdot x_T \quad . \quad (7-2)$$

Die Kenntnis des Positionsvektors x_{0G} des Bezugspunktes P_0 des terrestrischen Netzes wird vorausgesetzt. Die Berechnung ausgeglichener Koordinaten im Modell erfolgt nach den bekannten Regeln.

Die Orientierungsparameter werden im kartesischen System den Koordinaten des terrestrischen Netzes bezüglich des Bezugspunktes P_0 zugeordnet. Dies ist nur möglich dadurch, daß das Bezugssystem der Dopplerkoordinaten und

der Geodätischen Koordinaten als parallel angesehen wird. Eine Trennung von Datums- und Netzeinflüssen ist also auch hier nicht möglich. Entsprechendes gilt für den Maßstabsfaktor.

7.3 Modell 8 : Veis-Modell

(VEIS 1960)

Das Veis-Modell ist dem Molodensky-Badekas-Modell äquivalent. Jedoch werden die Rotationen du , dv , dA den Koordinaten des terrestrischen Netzes bezüglich des Bezugspunktes P_0 im lokalen Horizontsystem (u, v, w) zugeordnet.

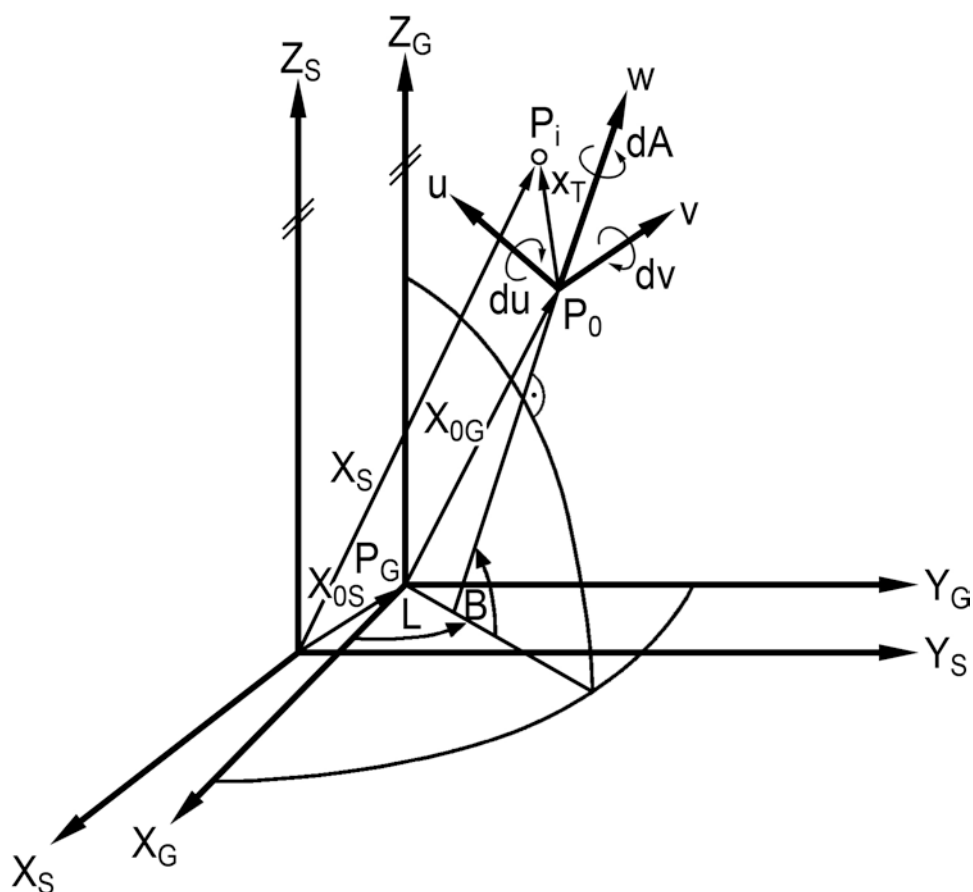


Abb. 5 Zum Veis-Modell

Das Modell lautet

$$x_S = x_{0S} + x_{0G} + (1 + \mu) \cdot \mathcal{D}(du) \cdot x_T \quad . \quad (7-3)$$

Um die Drehungen ausführen zu können, müssen die Koordinaten x_T aus dem Geodätischen System in das Horizontsystem transformiert, dann gedreht und schließlich wieder zurücktransformiert werden. Man kann die Berechnungen auch im Molodensky-Badekas-Modell ausführen und die auf das Horizontalsystem bezogenen Drehungen aus

$$\begin{pmatrix} du \\ dv \\ dA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos\lambda_0 \sin\varphi_0 & -\sin\lambda_0 \sin\varphi_0 & \cos\varphi_0 \\ -\sin\lambda_0 & \cos\lambda_0 & 0 \\ \cos\lambda_0 \cos\varphi_0 & \sin\lambda_0 \cos\varphi_0 & \sin\varphi_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Psi_x \\ \Psi_y \\ \Psi_z \end{pmatrix} \quad (7-4)$$

berechnen, wenn φ_0, λ_0 die Koordinaten von P_0 sind.

Die Anmerkungen zum Molodensky-Badekas-Modell gelten auch hier.

7.4 Vergleich der Modelle 6 - 8

Wesentliche Vergleichspunkte wurden schon angesprochen. Alle drei Modelle (vgl. auch ÁDÁM u.a. 1982) verwenden bis zu sieben Parameter, die aber verschieden angeordnet werden. Die Modelle von Molodensky-Badekas und Veis setzen Parallelität von Satellitensystem und Geodätischem System voraus und benötigen die Kenntnis des Positionsvektors des Bezugspunktes des terrestrischen Netzes im Geodätischen System. Beide Modelle verwenden Koordinatenunterschiede der terrestrischen Beobachtungen einerseits, die Dopplerkoordinaten andererseits als Beobachtungen. Die Rotationen können leicht ineinander überführt werden. Sie und der Maßstabsfaktor beziehen sich auf die Koordinatenunterschiede der terrestrischen Punktkoordinaten hinsichtlich ihres Bezugspunktes. Die Rotationen und der Maßstab beim Bursa-Wolf-Modell beziehen sich direkt auf das Geodätische Koordinatensystem. Dadurch kann auch die Orientierung der Datumsachsen gefunden werden, wenn nicht Fehlorientierungen des terrestrischen Netzes existieren, die in Orientierungswerte des Geodätischen Referenzsystems uminterpretiert werden, da eine Trennung nicht möglich ist. Dasselbe gilt für den Maßstab. Umgekehrt werden bei den beiden anderen Modellen Ungenauigkeiten der Datumsbeziehungen in Fehler des terrestrischen Netzes umgedeutet.

In der Unmöglichkeit, Rotationen und Maßstabsfaktoren, die sich auf das Datum und/oder auf das terrestrische Netz beziehen, zu trennen, liegt in der hauptsächliche Nachteil aller drei Modelle. Zur Modellierung der realen

Verhältnisse sind mehr Parameter erforderlich, wie sie von den folgenden Modellen vorgesehen werden.

8. MODELLE MIT ZWEI DREHMATRIZEN

Das Kennzeichnende der folgenden drei Modelle ist der Ansatz von unterschiedlichen Drehmatrizen zur Bestimmung von Datumsunterschieden der Bezugssysteme und systematischen Unterschieden der Netzgeometrien. Dabei werden verschiedene Wege beschrrieben.

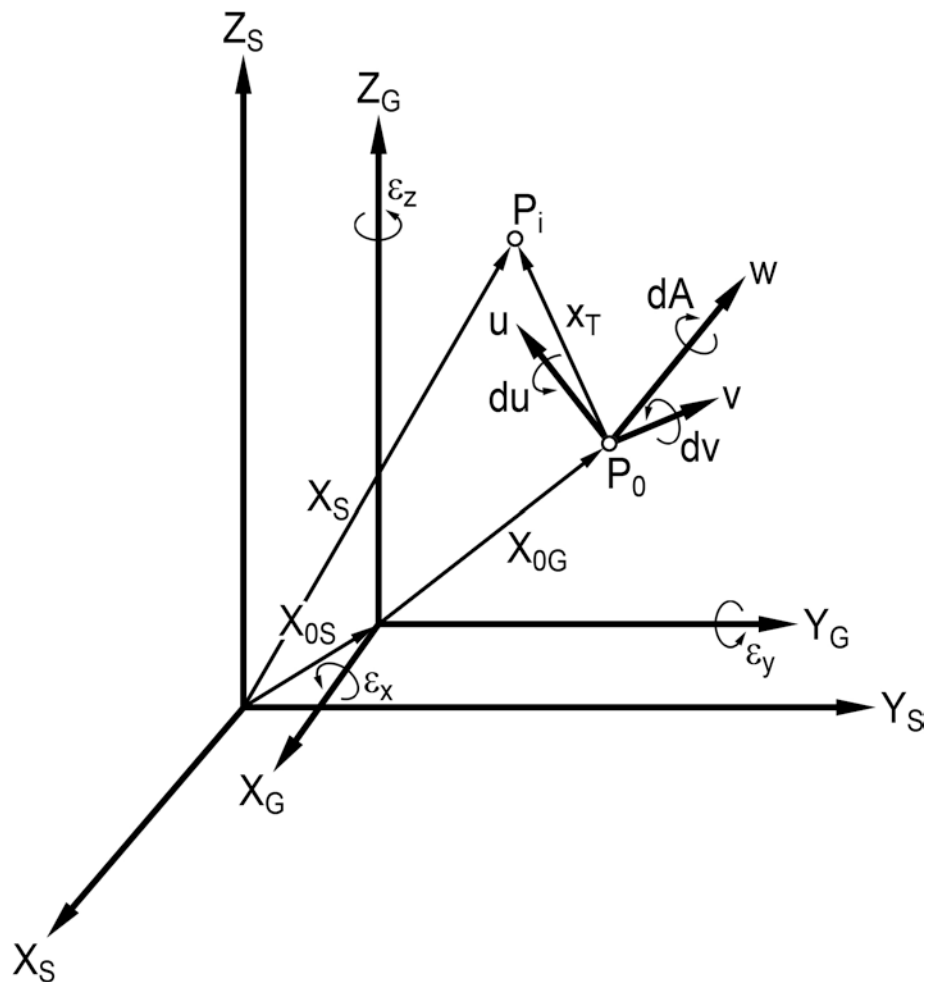


Abb. 6 Zu den Modellen mit zwei Drehmatrizen

8.1 Modell 9 : Hotine-Modell

HOTINE (1969) setzt neben Orientierungsparametern ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z für das Geodätische Datum noch einen azimutalen und einen zenitalen Parameter für Orientierungsänderungen des terrestrischen Netzes ein. Der Maßstabsfaktor bezieht sich auf das terrestrische Netz.

Das Modell lautet

$$\mathbf{x}_S = \mathbf{x}_{0S} + \mathcal{D}(\epsilon) \{ \mathbf{x}_{0G} + (1 + \mu) \mathcal{D}_H \cdot \mathbf{x}_T \} \quad (8-1)$$

(\mathcal{D}_H Hotine Drehmatrix).

HOTINE geht davon aus, daß die Drehparameter voneinander unabhängig seien; eine konkrete Lösung schlägt er nicht vor.

8.2 Modell 10 : Krakiwsky-Thomson-Modell

Das Modell KRAKIWSKY-THOMSON (1974) sieht neben drei Translationen drei Rotationen $\mathcal{D}(\epsilon)$ des Geodätischen Systems gegenüber dem Satellitensystem, drei Rotationen des terrestrischen Netzes und einen Maßstabsfaktor vor. Es lautet

$$\mathbf{x}_S = \mathbf{x}_{0S} + (1 + \mu) \mathcal{D}(\epsilon) \{ \mathbf{x}_{0G} + \mathcal{D}(\psi) \cdot \mathbf{x}_T \} . \quad (8-1)$$

Eine spätere Formulierung (THOMSON-KRAKIWSKY 1975) weist den Maßstabsfaktor nicht dem Geodätischen System sondern dem terrestrischen Netz zu:

$$\mathbf{x}_S = \mathbf{x}_{0S} + \mathcal{D}(\epsilon) \{ \mathbf{x}_{0G} + (1 + \mu) \mathcal{D}(du) \cdot \mathbf{x}_T \} . \quad (8-3)$$

Das Modell kombiniert das Bursa-Wolf- und das Molodensky-Badekas- bzw. das Veis-Modell. Um die bei der Kombination nur eines terrestrischen Netzes mit einem Satellitennetz auftretenden starken Korrelationen der Rotationsparameter überwinden zu können, werden zunächst die System-Parameter der Translationen \mathbf{x}_{0S} und der Rotationen in $\mathcal{D}(\epsilon)$ gelöst, wobei die in der Nähe des Bezugspunktes des terrestrischen Netzes liegenden Punkte als frei von systematischen Netzfehlern angesehen werden (innere Zone). In einem zweiten Schritt werden für die Punkte der äußeren Zone die netzspezifischen Parameter des Maßstabes und der in $\mathcal{D}(\psi)$ bzw. $\mathcal{D}(du)$ enthaltenen Rotationen berechnet.

8.3 Modell 11 : Vaniček-Wells-Modell

Das Modell (VANIČEK-WELLS 1974) geht zur Kombination eines Dopplernetzes und mehrerer geodätischer Netze davon aus, daß das Dopplersystem gegenüber einem idealen globalen geozentrischen System Translationen und Rotationen aufweist. Ebenso besitzt das Geodätische System gegenüber diesem unbekanntem idealen System Translationen und Rotationen. Diese sind aber nicht unabhängig voneinander, vielmehr können sie durch eine einzige Rotation Δ des Geodätischen Systems um die Normale im Bezugspunkt erklärt werden. Zusätzlich existiert ein Maßstabsfaktor μ des Geodätischen Systems. Da die Translationen des Geodätischen Systems und des Dopplersystems nicht voneinander getrennt werden können, werden sie - wie auch bisher schon - zum Translationsvektor $\mathcal{X}_{(0S)}$ zusammengefaßt. Dadurch ergeben sich für jedes weitere Geodätische System fünf unbekannte Parameter ($\mathcal{X}_{(0S)}$, Δ , μ). Das Modell lautet somit

$$\mathcal{X}_S = \mathcal{D}(\epsilon) \mathcal{X}_S + \mathcal{X}_{(0S)} + (1 + \mu) \mathcal{D}_\Delta \{ \mathcal{X}_{0G} + \mathbf{x}_T \} . \quad (8-4)$$

8.4 Bewertung der Modelle 9 -11

Die Modelle enthalten - zur Trennung von datums- und netzbestimmten Einflüssen - mehr als die sieben Transformationsparameter, die für die Modelle 6 - 8 benötigt werden (vgl. auch SIGL 1978, ÁDÁM u.a. 1982). Dadurch werden die Modelle realistischer, aber auch wesentlich komplexer und situationsbezogener. Während Hotine keine praktische Lösungsmöglichkeit aufzeigt, zerlegen Krakiwsky-Thomson das Netz in eine innere und äußere Zone, und Vaniček-Wells benötigen zumindest zwei geodätische Netze, um eine Lösung erzielen zu können. In der Literatur finden sich nur wenige Anwendungsbeispiele. Bei zahlreichen identischen Punkten und großen Netzausdehnungen mag die bessere Ausschöpfung des dem Beobachtungsmaterial immanenten Informationsgehalts Vorteile bieten, sonst wird man in der Regel die einfachen Modelle wählen.

9. DAS ANWENDUNGSBEISPIEL "INNTALNETZ" UND ANMERKUNGEN ZUM STOCHASTISCHEN MODELL

In der Literatur findet man einige Anwendungen zur Kombination terrestrischer Netze und Satellitennetze. Dabei werden zum Teil sehr intensiv auch

theoretische Aspekte und Schwierigkeiten betrachtet. Ohne den Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben, sei auf einige neuere Arbeiten hingewiesen: 1st, 2nd und 3rd INTERNATIONAL GEODETIC SYMPOSIUM ON SATELLITE DOPPLER POSITIONING 1976, 1979, 1982; BEATTIE u.a. 1981; CHEN 1982; HOYER 1982; IFAG 1982; JOCHEMCZYK 1983; REICHSTHALER 1983; ZHOU 1983; BÄUMKER 1984.

Die folgenden Ausführungen und Erörterungen bilden insoweit eine Ergänzung der bestehenden Arbeiten, als sie sich nicht mit funktionalen Vorstellungen oder mit Datumsproblemen, sondern vielmehr mit stochastischen Aspekten der Netzvereinigung beschäftigen. Wesentliches Hilfsmittel für die Untersuchungen ist die Varianzkomponentenschätzung (WELSCH 1984), die nach Kenntnis des Autors bisher erst einmal (BÄUMKER 1984) in diesem Zusammenhang angewendet wurde.

Als Anschauungs- und Rechenbeispiel dient das Testnetz "Inntal", das in den vergangenen Jahren gründlich durch terrestrische, im Oktober des Jahres 1983 auch durch Doppler-Beobachtungen vermessen wurde (HEISTER und GLASMA-CHER 1984). Die Vereinigung dieser Beobachtungen ist ein hervorragendes Beispiel für die Anwendung der Varianzkomponentenschätzung (VKS), die die optimale Relation der unbekannt, heterogenen Genauigkeiten zu finden vermag und damit einen wichtigen Beitrag zur Verfeinerung des stochastischen Modells liefert. Gewisse Einwände wegen der Dichte der Dopplerbeobachtungen (8 Punkte in einem Gebiet von 15 x 25 km Ausdehnung) mögen angebracht sein; sie können sich aber nicht gegen Methodik und Verfahrenstechnik wenden.

Zunächst seien die erreichten Genauigkeiten der Punktkoordinaten betrachtet (Tabelle 1).

Die freie Ausgleichung der terrestrischen Beobachtungen im Gauß-Krüger-System mit ellipsoidischen Höhenunterschieden und festgehaltenen, anderweitig bestimmten Lotabweichungsunterschieden ergibt einen mittleren Lagefehler nach Helmert von ± 1.7 cm und einen mittleren Höhenfehler von ± 4.3 cm. Diese Fehlermaße sind noch von äußeren Faktoren (Datum) beeinträchtigt. Die durch zusätzliche 2 Rotationen und einen Maßstabsfaktor erreichte völlig freie Lagerung ergibt die Werte ± 1.4 cm bzw. ± 2.6 cm als innere Fehlermaße, die die Relativgenauigkeit des Netzes beschreiben. Die Gewichte der verwendeten Beobachtungen (Richtungen, Höhenwinkel, Raumstrecken) wurden durch VKS gefunden.

Fehlermaße						Bemerkungen																								
H.P.F. cm	A cm	B cm	Θ gon	s_H cm	s_0																									
Terrestrisches Netz nach VKS						Mittel, 8 Punkte																								
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="3" style="text-align: center;">Äußere Fehlermatrix</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1.7</td> <td style="text-align: center;">1.5</td> <td style="text-align: center;">0.9</td> <td></td> <td style="text-align: center;">4.3</td> <td style="text-align: center;">1.0</td> </tr> <tr> <td colspan="3" style="text-align: center;">Innere Fehlermatrix</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1.4</td> <td style="text-align: center;">1.1</td> <td style="text-align: center;">0.8</td> <td></td> <td style="text-align: center;">2.6</td> <td></td> </tr> </table>						Äußere Fehlermatrix						1.7	1.5	0.9		4.3	1.0	Innere Fehlermatrix						1.4	1.1	0.8		2.6		3 Tr., 1 Rot.
Äußere Fehlermatrix																														
1.7	1.5	0.9		4.3	1.0																									
Innere Fehlermatrix																														
1.4	1.1	0.8		2.6																										
Dopplernetz (GEODOP)						Mittel, 7 Punkte																								
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="3" style="text-align: center;">Äußere Fehlermatrix</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">80</td> <td style="text-align: center;">65</td> <td style="text-align: center;">47</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">20</td> <td></td> </tr> <tr> <td colspan="3" style="text-align: center;">Innere Fehlermatrix</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">10.2</td> <td style="text-align: center;">8.4</td> <td style="text-align: center;">5.9</td> <td style="text-align: center;">100</td> <td style="text-align: center;">4.9</td> <td></td> </tr> </table>						Äußere Fehlermatrix						80	65	47	0	20		Innere Fehlermatrix						10.2	8.4	5.9	100	4.9		Output GEODOP
Äußere Fehlermatrix																														
80	65	47	0	20																										
Innere Fehlermatrix																														
10.2	8.4	5.9	100	4.9																										
Terrestrisches + Doppler-Netz vor VKS						Mittel, 8 Punkte																								
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="3" style="text-align: center;">Äußere Fehlermatrix</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">148</td> <td style="text-align: center;">122</td> <td style="text-align: center;">84</td> <td style="text-align: center;">11</td> <td style="text-align: center;">36</td> <td style="text-align: center;">1.8</td> </tr> <tr> <td colspan="3" style="text-align: center;">Innere Fehlermatrix</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2.4</td> <td style="text-align: center;">1.9</td> <td style="text-align: center;">1.4</td> <td></td> <td style="text-align: center;">4.8</td> <td></td> </tr> </table>						Äußere Fehlermatrix						148	122	84	11	36	1.8	Innere Fehlermatrix						2.4	1.9	1.4		4.8		Modell 2
Äußere Fehlermatrix																														
148	122	84	11	36	1.8																									
Innere Fehlermatrix																														
2.4	1.9	1.4		4.8																										
Terrestrisches + Doppler-Netz nach VKS						Mittel, 8 Punkte																								
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="3" style="text-align: center;">Äußere Fehlermatrix</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">392</td> <td style="text-align: center;">322</td> <td style="text-align: center;">224</td> <td style="text-align: center;">11</td> <td style="text-align: center;">92</td> <td style="text-align: center;">1.0</td> </tr> <tr> <td colspan="3" style="text-align: center;">Innere Fehlermatrix</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1.4</td> <td style="text-align: center;">1.1</td> <td style="text-align: center;">0.8</td> <td></td> <td style="text-align: center;">2.6</td> <td></td> </tr> </table>						Äußere Fehlermatrix						392	322	224	11	92	1.0	Innere Fehlermatrix						1.4	1.1	0.8		2.6		Modell 2
Äußere Fehlermatrix																														
392	322	224	11	92	1.0																									
Innere Fehlermatrix																														
1.4	1.1	0.8		2.6																										

Tab. 1 Durchschnittliche Lage- und Höhengenaugigkeit der Punkte des Testnetzes "Inntal"

H.P.F.: mittlerer Lagefehler nach Helmert; A,B, Θ : Elemente der Fehlerellipse; s_H : Standardabweichung der Höhe; s_0 : Standardabweichung der Gewichtseinheit

Die vom GEODOP-Programm ausgeworfenen Dopplerkoordinaten besitzen eine Lagegenauigkeit von ± 80 cm, eine Höhengenaugigkeit von ± 20 cm. Nach Abspaltung der Unsicherheit des Datums als äußerer Einfluß ergibt sich eine relative Genauigkeit des Dopplernetzes, die mit ± 10.2 cm für die Lage und ± 4.9 cm für die Höhe erstaunlich gut erscheint. Interessant ist die Umorientierung der großen Halbachse der Fehlerellipse beim Übergang von der äußeren zur inneren Genauigkeit. Jene wird beherrscht von Einflüssen, die tangential an die Satellitenbahn (x-Richtung, $\Theta = 0$ gon), diese von Faktoren, die normal zur Bahnebene (y-Richtung, $\Theta = 100$ gon) wirken.

Die Kombination der terrestrischen Beobachtungen und der Dopplermessungen nach Modell 2 zeigt, zunächst an der Standardabweichung $s_0 = 1.8$ als erstem und wichtigstem Indikator abzulesen, daß das Gewichtsverhältnis zwischen den beiden Beobachtungstypen nicht ausgewogen ist. Die im Verhältnis zum terrestrischen Netz geringere innere Genauigkeit der Dopplerkoordinaten ist als zu hoch angenommen bzw. vom GEODOP-Programm als zu hoch ausgewiesen worden, so daß sie die gute Relativgenauigkeit des terrestrischen Netzes herabmindert (von ± 1.4 cm auf ± 2.4 cm in der Lage und von ± 2.6 cm auf ± 4.8 cm in der Höhe). Die die äußere Genauigkeit anzeigenden Koordinatengenauigkeiten werden von den Dopplerbeobachtungen beherrscht (Lage: $80 \cdot 1.8 \rightarrow 148$ cm; Höhe: $20 \cdot 1.8 \rightarrow 36$ cm).

Das Verfahren der VKS ist in der Lage, die Gewichtsverhältnisse richtigzustellen. Nach der VKS haben die Dopplerbeobachtungen das ihnen "zustehende" Gewicht erhalten, so daß die vom terrestrischen Netz vorgegebene innere Genauigkeit nicht mehr gestört wird; sie bleibt erhalten (± 1.4 cm bzw. ± 2.6 cm). Die äußere Genauigkeit dagegen, die von den Dopplerbeobachtungen und ihrer Genauigkeit bzw. Ungenauigkeit bestimmt wird, nimmt stark ab (± 392 cm in der Lage, ± 92 cm in der Höhe).

Die Betrachtung der Beobachtungsgenauigkeiten in Tabelle 2 führt zu ähnlichen Schlußfolgerungen.

Bei der rein terrestrischen Ausgleichung werden für die als repräsentativ ausgewählte Punktverbindung Farrenpoint - Immelberg folgende Genauigkeiten nach VKS ermittelt: beobachtete Werte: Richtung ± 0.30 mgon, Höhenwinkel ± 1.6 mgon, Raumstrecke ± 2.8 cm; ausgeglichene Werte: Richtung ± 0.14 mgon, Höhenwinkel ± 0.3 mgon, Raumstrecke ± 1.5 cm.

1 = vor 2 = nach Ausgl.	Fehlermaße						
	s_{RTG} mgon	s_{HW} mgon	s_{D_T} cm	s_{D_D} cm	s_x cm	s_y cm	s_H cm
Terrestrisches Netz nach VKS							
1	0.30	1.6	2.9				
2	0.14	0.3	1.5				
Terrestrisches + Doppler-Netz vor VKS						Modell 2	
1	0.30	1.6	2.9		122	87	36
2	0.25	0.4	2.5		121	86	35
Terrestrisches + Doppler-Netz nach VKS						Modell 2	
1	0.30	1.6	2.9		323	231	97
2	0.14	0.3	1.5		320	227	92
Terrestrisches + Doppler-Netz vor VKS						Modell 3	
1	0.30	1.6	2.9	12.1 (8.6 ... 20.4)			
2	0.25	0.4	2.5	5.0 (2.0 ... 7.2)			
Terrestrisches + Doppler-Netz nach VKS						Modell 3	
1	0.30	1.6	2.9	17.1 (12.1 ... 28.7)			
2	0.25	0.4	2.5	7.0 (2.4 ... 10.0)			

Tab. 2 Genauigkeiten von Beobachtungen vor und nach der Ausgleichung im Testnetz "Inntal"

s: Standardabweichung von RTG: Richtung, HW: Höhenwinkel, D_T : terrestrische Raumstrecke, D_D : aus Dopplerkoordinaten abgeleitete Raumstrecke, x,y,H: Koordinatenbeobachtungen.

Alle Werte (bis auf die x,y,H-Werte, die Mittelwerte sind) beziehen sich auf eine ausgewählte Punktverbindung (Farrenpoint - Immelberg, $D = 14200$ m, $\Delta h = 770$ m).

Nach der Vereinigung mit den gemäß Modell 2 als Beobachtungen betrachteten Dopplerkoordinaten verschlechtern sich die Genauigkeiten der terrestrischen Beobachtungen erheblich (RTG: 0,14 \rightarrow 0.25 mgon, HW: 0.3 \rightarrow 0.4 mgon, D_T : 1.5 \rightarrow 2.5 cm). Dies liegt, wie erwähnt, an den zu hoch gewichteten Dopplerbeobachtungen. Nach der VKS sind die Genauigkeiten der ausgeglichenen relativen Beobachtungen von den absoluten Beobachtungen nicht mehr beeinflusst; diese haben die ihnen gemäße geringere Genauigkeit ($s_x = \pm 320$ cm, $s_y = \pm 227$ cm, $s_H = \pm 92$ cm) erhalten. Dieses Ergebnis ist in völliger Übereinstimmung mit den bei Betrachtung der Koordinatengenauigkeiten gemachten Feststellungen.

Bei Berechnungen im Modell 3 werden die aus den Dopplerkoordinaten zum Aufbau des Dopplernetzes notwendigen Raumstrecken mitsamt ihrer Kovarianzmatrix verwendet. Das Ergebnis bestätigt die obigen Ausführungen. Bemerkenswert ist die Feststellung, daß die Genauigkeiten der "beobachteten" Dopplerstrecken zwischen $\pm 12.1 \dots \pm 28.7$ cm, die der ausgeglichenen zwischen $\pm 2.4 \dots \pm 10.0$ cm liegen. Die größere Ungenauigkeit der ausgewählten Dopplerstrecke (± 7.0 cm) im Verhältnis zur gleichen terrestrischen Strecke (± 1.5 cm) erklärt sich aus der Unsicherheit des den Dopplerstrecken zugewiesenen Maßstabsfaktors.

Es sei noch angemerkt, daß es für die Ermittlung der Genauigkeit der ausgeglichenen Beobachtungen unerheblich ist, ob die äußere oder die innere Fehlermatrix zur Berechnung herangezogen wird. Es ergeben sich stets dieselben Werte.

10. RESÜMEE

Die Vereinigung von terrestrischen Beobachtungen und Dopplermessungen zu einem hybriden geodätischen Netz kann nach verschiedenen Vorstellungen und Modellen erfolgen; sie ist für das terrestrische und für das Satellitennetz von Nutzen. Die Anwendung von Techniken der Varianzkomponenten-Schätzung ist in der Lage, den am Netzaufbau beteiligten Beobachtungstypen die ihnen gemäße Rolle zuzuweisen (vgl. hierzu auch Formel (3-3)) und die zutreffenden Beobachtungsgenauigkeiten zu ermitteln. Im Falle des Testnetzes "Inntal" wird die relative Genauigkeit alleine durch die terrestrischen Beobachtungen, die absolute durch die Dopplermessungen bestimmt. Die vom GEO-

DOP-Programm ausgeworfenen Koordinatenfehler sind zu klein angegeben (im vorliegenden Fall um den Faktor 5!). Bei Netzen größerer Ausdehnung mögen sich bezüglich der die Genauigkeiten bestimmenden Beobachtungen andere Schlußfolgerungen ergeben.

LITERATUR

- ÁDÁM, J., HALMOS, F., VARGA, M.: *On the Concepts of Combination of Doppler Satellite and Terrestrial Geodetic Networks*. Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica, Academy of Sciences, Sopron, Vol. 17(2), 147-170, Sopron 1982
- BADEKAS, J.: *Investigations Related to the Establishment of a World Geodetic System*. Reports of the Department of Geodetic Science, No. 124, The Ohio State University, Columbus 1969
- BÄUMKER, M.: *Zur dreidimensionalen Ausgleichung von terrestrischen und Satellitenbeobachtungen*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 130, Hannover 1984
- BEATTIE, D.S., HENDERSON, J.P., PINCH, M.C.: *Evaluation, Strengthening and Adjustment of Geodetic Networks in Canada*. Collected Papers, 39-68, Geodetic Survey, Ottawa 1981
- BLAIS, J.A.R.: *Geodetic Reference Systems*. Collected Papers, 41-57, Geodetic Survey, Ottawa 1978
- BURSA, M.: *The Theory of the Determination of the Non Parallelism of the Minor Axis of the Reference Ellipsoid, Polar Axis of Inertia of the Earth and Geodetic Meridians from Observations of Artificial Earth Satellites*. Translation from Geophysica et Geodetica, No. 6, 1962
- CHEN, J.Y.: *Geodetic Datum and Doppler Positioning*. Mitteilungen der Geodätischen Institute der Technischen Universität Graz, Folge 39, Graz 1982
- HEISTER, H., GLASMACHER, H.: *Satelliten-Dopplermessungen im Testnetz Innatal*. In Schödlbauer, A., Welsch, W. (Hrsg.): *Satelliten-Doppler-Messungen, Beiträge zum Geodätischen Seminar am 24./25.09.1984*, 307-326, Schriftenreihe des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München, Heft 15, Neubiberg 1984
- HOTINE, M.: *Mathematical Geodesy*. ESSA Monograph No. 2, US Department of Commerce, Washington D.C. 1969
- HOYER, M.: *Satelliten-Dopplermessungen als unterstützende Beobachtungen bei der Kontrolle und Verbesserung eines geodätischen Netzes in Venezuela*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 111, Hannover 1982
- INSTITUT FÜR ANGEWANDTE GEODÄSIE: *Die Deutsch-Österreichische Dopplerkampagne*. Veröffentlichung der Deutschen Geodätischen Kommission bei der Bayer. Akademie der Wissenschaften, Reihe B, Heft 260, Frankfurt 1982
- INTERNATIONAL GEODETIC SYMPOSIUM ON SATELLITE DOPPLER POSITIONING: *Proceedings*. Physical Science Laboratory, New Mexico State University, Las Cruces 1976

- INTERNATIONAL GEODETIC SYMPOSIUM ON SATELLITE DOPPLER POSITIONING:
Proceedings. The University of Texas, Austin 1979
- INTERNATIONAL GEODETIC SYMPOSIUM ON SATELLITE DOPPLER POSITIONING:
Proceedings. Physical Science Laboratory, New Mexico State University,
Las Cruces 1982
- JOCHEMCZYK, H.: *Untersuchungen zur Kombination geodätischer Punkthaufen*.
Veröffentlichung der Deutschen Geodätischen Kommission bei der Bayer.
Akademie der Wissenschaften, Reihe C, Heft 285, Frankfurt 1983
- KRAKIWSKY, U.J., THOMSON, D.B.: *Mathematical Models for the Combination of
Terrestrial and Satellite Networks*. The Canadian Surveyor 28, 606-615,
1974(5)
- MOLODENSKY, M.S., EREMEEV, V.F., YURKINA, M.J.: *Methods for Study of the
External Gravitational Field and Figure of the Earth*. Israel Program
for Scientific Translations, Jerusalem 1962
- PETERSON, A.E.: *Marging of the Canadian Triangulation Network with the 1973
Doppler Satellite Data*. The Canadian Surveyor 28, 487-495, 1974(4)
- REICHSTHALER, K.: *Dreidimensionale Netzausgleichung im Testnetz Steiermark
unter Berücksichtigung von Dopplermessungen*. Mitteilungen der Geodäti-
schen Institute der Technischen Universität Graz, Folge 46, Graz 1983
- RINNER, K.: *Über die Ergebnisse im österreichischen Anteil von DÖDOC*.
Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Photogrammetrie 69,
91-112, 1981(3/4)
- SCHLÜTER, W.: *Satellite Doppler Point Positioning Using the Navy Navigation
Satellite System*. Informations relative to Cartography and Geodesy,
No. 40, 23-97, Institut für Angewandte Geodäsie, Frankfurt 1983
- SCHÖDLBAUER, A.: *Bezugssysteme der Landesvermessung unter Berücksichtigung
terrestrischer und satelliten-geodätischer Meß- und Auswerteverfahren*.
In Schödlbauer, A., Welsch, W.- (Hrsg.): *Satelliten-Doppler-Messungen,
Beiträge zum Geodätischen Seminar am 24./25.09.1984*, 63-154, Schrif-
tenreihe des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen der Hoch-
schule der Bundeswehr München, Heft 15, Neubiberg 1984
- SIGL, R.: *Zur Transformation von Datumskordinaten*. Wissenschaftliche Ar-
beiten der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie
der Technischen Universität Hannover, Nr. 83, 148-154, Hannover 1978
- ŠWIATEK, K.: *Anwendung von Doppler-Satellitenmessungen zur Genauigkeitsver-
besserung geodätischer Netze*. Zeitschrift für Vermessungswesen 109,
65-75, 1984(2)
- THOMSON, D.B.: *Combination of Geodetic Networks*. Technical Report No. 30,
Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick 1976
- THOMSON, D.B., KRAKIWSKY, E.J.: *Alternative Solutions to the Combination of
Terrestrial and Satellite Geodetic Networks*. Energy, Mines and Re-
sources Canada, Publications of the Earth Physics Branch 45, 185-197,
1975
- VANIČEK, P., WELLS, D.E.: *Positioning of Horizontal Geodetic Datums*. The
Canadian Surveyor 28, 531-538, 1974(5)
- VEIS, G.: *Geodetic Uses of Artificial Satellites*. Smithsonian Contribu-
tions to Astrophysics, Vol. 3, 95-161, Washington D.C. 1960(9)

- WELSCH, W.: *Grundlagen, Gebrauchsformeln und Anwendungsbeispiele der Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten.* Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik 82, 296-306, 1984(9)
- WOLF, H.: *Die Grundgleichungen der Dreidimensionalen Geodäsie in elementarer Darstellung.* Zeitschrift für Vermessungswesen 88, 225-233, 1963(6)
- WOLF, H.: *Geometric Connections and Re-Orientation of Three-Dimensional Triangulation Nets.* Bulletin Géodésique No. 67, 165-169, 1963
- WOLF, H.: *Ausgleichsrechnung.* Dümmler-Verlag, Bonn 1975
- WOLF, H.: *Scale and Orientation in Combined Doppler and Triangulation Nets.* Bulletin Géodésique No. 54, 45-53, 1980
- WOLF, H.: *Stochastic Aspects in Combined Doppler and Triangulation Nets.* Bulletin Géodésique No. 56, 63-69, 1982
- ZHOU, Zh.: *Untersuchung der mathematischen Modelle zur Kombination eines terrestrischen Netzes mit einem Satellitennetz.* Veröffentlichung der Deutschen Geodätischen Kommission bei der Bayer. Akademie der Wissenschaften, Reihe C, Nr. 274, München 1983

Koordinatentransformation aus dem Satellitensystem in das Geodätische System mit Hilfe bekannter Datumsbeziehungen und umgekehrt

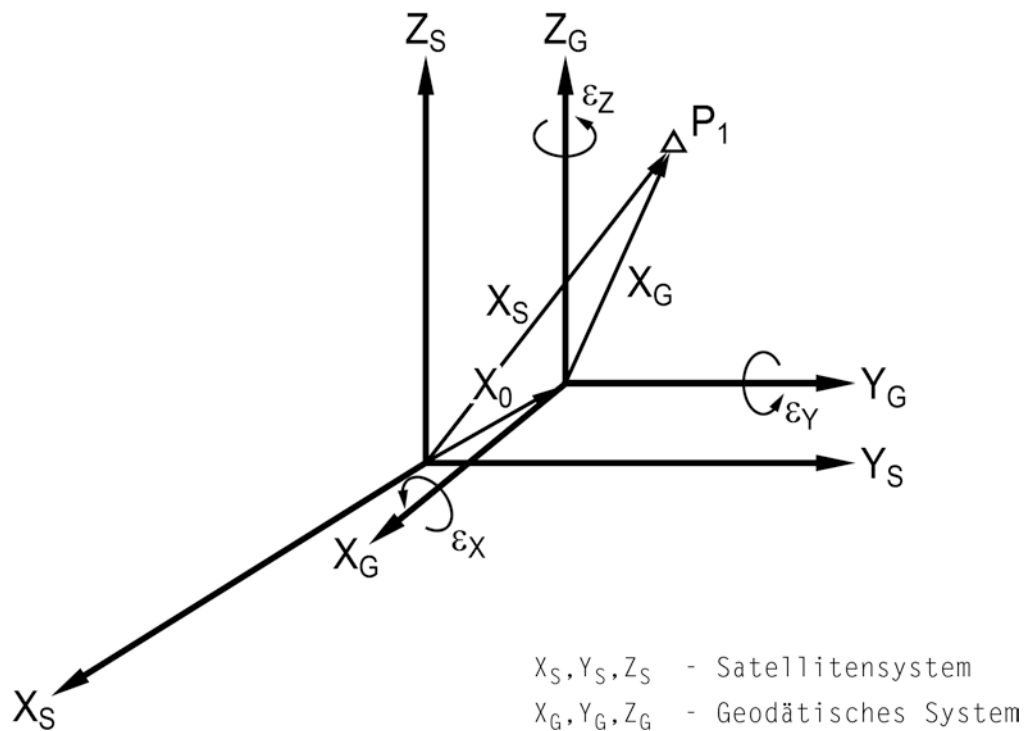


Abb. A-1 Transformation zwischen Satellitensystem und Geodätischem System

Gegeben seien die Transformationselemente $x_0 = |x_0 \ y_0 \ z_0|$ als Translationen, die Drehwinkel ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z und der Maßstabsfaktor μ .

Für eine Ähnlichkeitstransformation besteht die Beziehung

$$x_S = x_0 + (1 + \mu) \mathcal{D}(\epsilon) x_G \quad (\text{A1-1})$$

$\mathcal{D}(\epsilon)$ ist die Drehmatrix

$$\mathcal{D}(\epsilon) = \mathcal{D}_1(\epsilon_x) \cdot \mathcal{D}_2(\epsilon_y) \cdot \mathcal{D}_3(\epsilon_z) \quad (\text{A1-2})$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \epsilon_x & \sin \epsilon_x \\ 0 & -\sin \epsilon_x & \cos \epsilon_x \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos \epsilon_y & 0 & -\sin \epsilon_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \epsilon_y & 0 & \cos \epsilon_y \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos \epsilon_z & \sin \epsilon_z & 0 \\ -\sin \epsilon_z & \cos \epsilon_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} .$$

Handelt es sich um kleine Drehwinkel ε_x , ε_y , ε_z , was meist der Fall ist, so kann $\cos \varepsilon_i = 1$, $\sin \varepsilon_i = \varepsilon_i$, $\varepsilon_i \varepsilon_j = 0$ für $i, j = x, y, z$ gesetzt werden. Dadurch vereinfacht sich $\mathcal{D}(\varepsilon)$ zu

$$\mathcal{D}(\varepsilon) = \begin{vmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{vmatrix}. \quad (\text{A1-3})$$

Mit diesen Festsetzungen lautet (A1-1) ausführlich

$$\begin{vmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{vmatrix} + (1 + \mu) \cdot \begin{vmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{vmatrix}. \quad (\text{A1-4})$$

Da $\mathcal{D}(\varepsilon)$ orthogonal ist mit den Eigenschaften

$$\mathcal{D}^{-1}(\varepsilon) = \mathcal{D}^T(\varepsilon), \quad \mathcal{D}^T(\varepsilon) \cdot \mathcal{D}(\varepsilon) = \mathcal{D}(\varepsilon) \cdot \mathcal{D}^T(\varepsilon) = \mathbf{E}, \quad (\text{A1-5})$$

kann die umgekehrte Transformation unmittelbar angeschrieben werden:

$$\mathbf{x}_G = (1 - \mu) \mathcal{D}^T(\varepsilon) (\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_0) \quad (\text{A1-6})$$

($\mu \ll 1$) oder ausführlich

$$\begin{vmatrix} X_G \\ Y_G \\ Z_G \end{vmatrix} = (1 - \mu) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -\varepsilon_z & \varepsilon_y \\ \varepsilon_z & 1 & -\varepsilon_x \\ -\varepsilon_y & \varepsilon_x & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X_S - X_0 \\ Y_S - Y_0 \\ Z_S - Z_0 \end{vmatrix}. \quad (\text{A1-7})$$

Die Kovarianzmatrizen lauten

$$\mathcal{C}_S = (1 + 2\mu) \mathcal{D}(\varepsilon) \mathcal{C}_G \mathcal{D}^T(\varepsilon), \quad (\text{A1-8})$$

und umgekehrt

$$\mathcal{C}_G = (1 - 2\mu) \mathcal{D}^T(\varepsilon) \mathcal{C}_S \mathcal{D}(\varepsilon). \quad (\text{A1-9})$$

Koordinatentransformation aus dem Ellipsoidsystem in das Geodätische System und umgekehrt

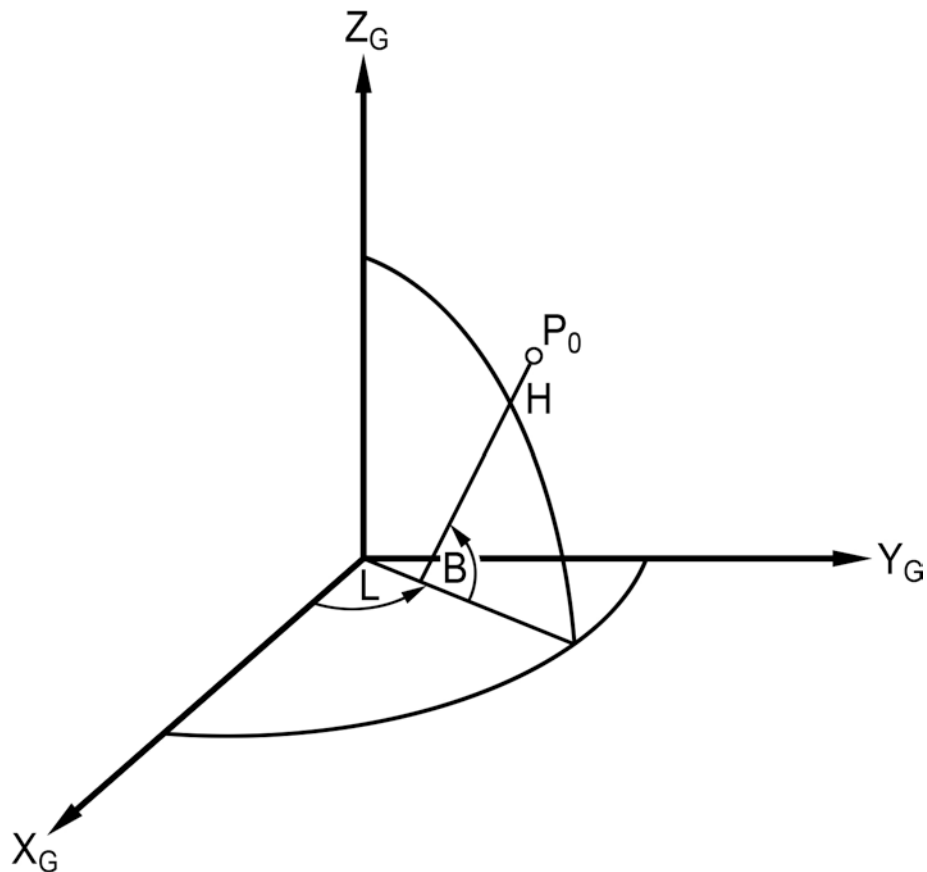


Abb. A-2 Transformation zwischen Ellipsoidsystem und Geodätischem System

Der Punkt P_0 habe die ellipsoidischen Koordinaten B , L und H (Höhe über dem Ellipsoid). Dann sind seine Koordinaten im kartesischen Geodätischen System gegeben durch

$$\begin{aligned}
 X &= (N+H) \cos B \cos L \\
 Y &= (N+H) \cos B \sin L \\
 Z &= (N(1-e^2)+H) \sin B
 \end{aligned}
 \tag{A2-1}$$

(N Normalkrümmungshalbmesser), e erste Exzentrizität) .

Die umgekehrte Transformation läßt sich bezüglich B und H nur iterativ ausführen

$$\begin{aligned}
 L &= \arctan(Y_G / X_G) \\
 B &= \arctan\left(Z_G / p (1 - e^2 N / (N+H))^{-1}\right) \\
 H &= p / \cos B - N \\
 p &= \sqrt{X_G^2 + Y_G^2} .
 \end{aligned}
 \tag{A2-2}$$

Für die Koordinatenunterschiede $d\mathcal{B}$

$$d\mathcal{B}^T = | (M+H) dB \quad (N+H) \cos B dL \quad dH |
 \tag{A2-3}$$

(M Meridiankrümmungshalbmesser) von Punkten P_i , die durch terrestrische Netzbeobachtung und -ausgleichung bezüglich des Bezugspunktes P_0 ermittelt wurden, ergeben sich im Geodätischen System folgende Koordinatendifferenzen

$$\Delta\mathcal{X}_G = \mathcal{D}(B, L) \cdot d\mathcal{B}
 \tag{A2-4}$$

mit

$$\begin{aligned}
 \Delta\mathcal{X}_G^T &= | \Delta X_G, \Delta Y_G, \Delta Z_G | \\
 \mathcal{D}(B, L) &= \begin{vmatrix} -\sin B \cos L & -\sin L & \cos B \cos L \\ -\sin B \sin L & \cos L & \cos B \sin L \\ \cos B & 0 & \sin B \end{vmatrix} .
 \end{aligned}
 \tag{A2-5}$$

Infolge der Orthogonalität von $\mathcal{D}(B, L)$ läßt sich die umgekehrte Transformation leicht durchführen:

$$d\mathcal{B} = \mathcal{D}^T(B, L) \Delta\mathcal{X}_G .
 \tag{A2-6}$$

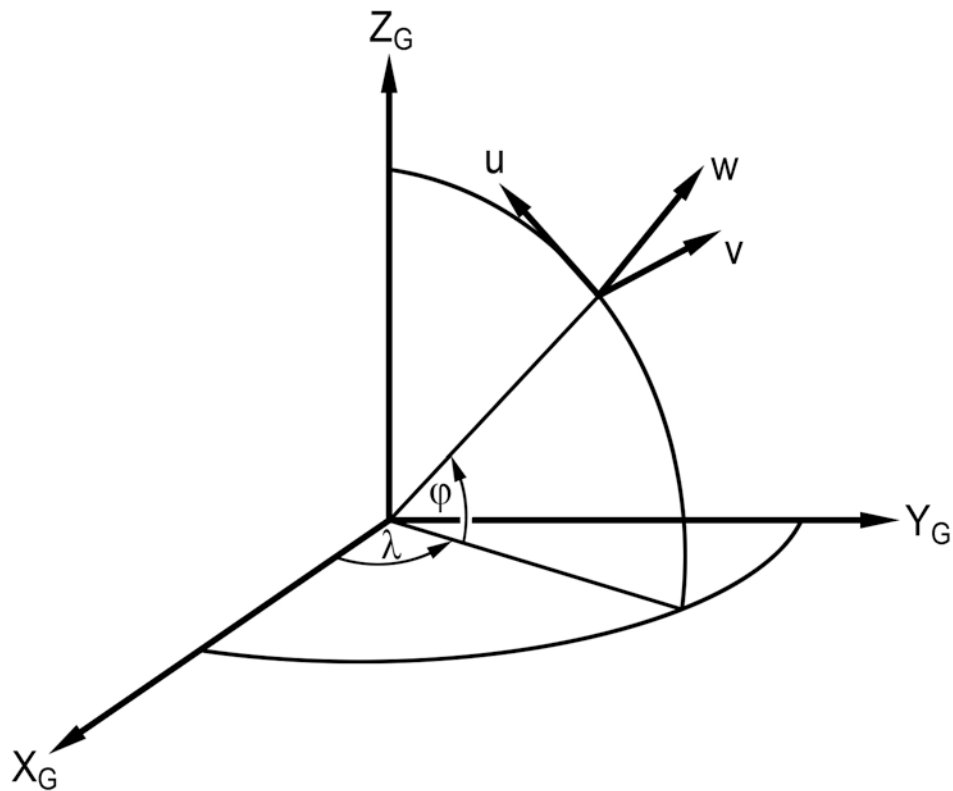
Die Kovarianzmatrizen \mathcal{C}_{BLH} und \mathcal{C}_G verhalten sich wie folgt:

$$\mathcal{C}_G = \mathcal{D}(B, L) \cdot \mathcal{C}_{BLH} \cdot \mathcal{D}^T(B, L)
 \tag{A2-7}$$

und

$$\mathcal{C}_{BLH} = \mathcal{D}^T(B, L) \cdot \mathcal{C}_G \cdot \mathcal{D}(B, L) .
 \tag{A2-8}$$

Koordinatentransformation aus dem lokalen kartesischen System in das Geodätische System und umgekehrt



φ, λ - Lotrichtungparameter

Abb. A-3 Transformation zwischen lokalem Horizontsystem und Geodätischem System

Der Punkt P_0 habe die astronomischen Koordinaten φ und λ .

Für Koordinatenunterschiede u

$$u^T = | u \quad v \quad w | \quad (A3-1)$$

von Punkten P_i , die durch terrestrische Netzbeobachtung und -ausgleich bezüglich des Bezugspunktes P_0 ermittelt wurden, ergeben sich im Geodätischen System folgende Koordinatendifferenzen:

$$\Delta X_G = \mathcal{D}(\varphi, \lambda) \cdot u \quad (A3-2)$$

mit

$$\Delta \mathbf{x}_G = | \Delta X_G \quad \Delta Y_G \quad \Delta Z_G |$$

$$\mathcal{D}(\varphi, \lambda) = \begin{vmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \lambda & \cos \varphi \cos \lambda \\ -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda \\ \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \end{vmatrix}. \quad (\text{A3-3})$$

Infolge der Orthogonalität von $\mathcal{D}(\varphi, \lambda)$ läßt sich die umgekehrte Transformation leicht durchführen:

$$\mathbf{u} = \mathcal{D}^\top(\varphi, \lambda) \cdot \Delta \mathbf{x}_G. \quad (\text{A3-4})$$

Die Kovarianzmatrizen \mathcal{C}_{uvw} und \mathcal{C}_G verhalten sich wie folgt:

$$\mathcal{C}_G = \mathcal{D}(\varphi, \lambda) \cdot \mathcal{C}_{uvw} \cdot \mathcal{D}^\top(\varphi, \lambda) \quad (\text{A3-5})$$

und

$$\mathcal{C}_{uvw} = \mathcal{D}^\top(\varphi, \lambda) \cdot \mathcal{C}_G \cdot \mathcal{D}(\varphi, \lambda). \quad (\text{A3-6})$$

SATELLITENMESSUNGEN
UND
INTEGRIERTE GEODÄSIE

von

Günter W. HEIN
Institut für Astronomische und
Physikalische Geodäsie
Hochschule der Bundeswehr München
Werner-Heisenberg-Weg 39
D-8014 Neubiberg

ZUSAMMENFASSUNG

Im integrierten geodätischen Modell wird jede Beobachtung l als Funktion von einem oder mehreren Vektoren von (dreidimensionalen) Punktkoordinaten \underline{x} und vom Schwerepotential W betrachtet, $l = F(\underline{x}, W)$. Dieses Prinzip läßt sich leicht auf Satellitenmessungen übertragen, da ja die Position \underline{x} und der Geschwindigkeitsvektor $\dot{\underline{x}}$ des Satelliten Funktionen des resultierenden Beschleunigungsvektors sind, und damit auch vom Schwerepotential abhängen. Dies kann in der Form

$$\underline{x} = \underline{x}(\underline{v}(t), t) \quad (1)$$

$$\dot{\underline{x}} = \dot{\underline{x}}(\underline{v}(t), t) \quad (2)$$

ausgedrückt werden, wobei $\underline{v}(t)$ die sechs Parameter einer oskulierenden Kepler-Ellipse in Abhängigkeit der Zeit bedeuten. Dieser Vektor der sechs Orbitalelemente ist wiederum eine Lösung der Vektordifferentialgleichung

$$\dot{\underline{v}}(t) = \underline{Y}(\underline{v}(t), t) \underline{a}(\underline{v}(t), t) \quad (3)$$

\underline{a} ist der Vektor der Beschleunigung. Linearisiert man nun die einzelnen Größen, so können für die einzelnen Satellitenbeobachtungen (Richtungsmessungen, Streckenmessungen, Dopplerbeobachtungen, "satellite-to-satellite tracking", interferometrische Messungen, Satellitenaltimetrie etc.) lineare Beobachtungsgleichungen der Art

$$\underline{l} = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{p} \\ \underline{y} \end{bmatrix} + \underline{B} \underline{t} + \underline{n} \quad (4)$$

angegeben werden. Hierin ist

- \underline{l} der Beobachtungsvektor,
 - \underline{p} der Vektor der unbekannt dynamischen Parameter (Kugelfunktionskoeffizienten niederen Grades und Ordnung, eventuell auch Erdrotationsparameter, Gezeitenparameter, "air-drag" Parameter),
 - \underline{y} der Vektor der unbekannt Stationskoordinate,
 - \underline{t} der Vektor der linearen Funktionale des Störpotentials T ,
 - \underline{n} das Beobachtungsrauschen.
- $\underline{A}_1, \underline{A}_2, \underline{B}$ sind bekannte Koeffizientenmatrizen.

Eine Lösung für ein überbestimmtes System von Beobachtungsgleichungen (4) kann durch Anwendung der hybriden Norm

$$\underline{n}^T \underline{C}_{nn}^{-1} \underline{n} + \underline{t}^T \underline{K}_{tt}^{-1} \underline{t} = \min \quad (5)$$

in einem generellen Kollokationsmodell gefunden werden, wobei \underline{C}_{nn} und \underline{K}_{tt} die entsprechenden Kovarianzmatrizen von \underline{n} und \underline{t} sind.

Eine derartige Betrachtung hat die folgenden Vorzüge:

- es ist ein konsistentes Modell für terrestrische und extra-terrestrische Beobachtungen in dreidimensionaler kartesischer Darstellung;
- das Modell ist für lokale und globale Anwendungen geeignet;
- eine Kombination mit allen anderen geodätischen Beobachtungen ist problemlos;
- Filterung und Prädiktion des Schwerepotentials und seiner Funktionale ist möglich (z.B. Schwerefortsetzung ist impliziter Bestandteil des Modells).

Den ausführlichen Text findet der Leser in dem Report EISSFELLER und HEIN (1986), siehe unter "References".

Im zweiten Teil des Vortrags wurde über die Bestimmung relativer orthometrischer Höhen $\Delta H = H_2 - H_1$ durch Messungen zu den Satelliten des Global Positioning System (GPS) gesprochen. Grundlage hierfür ist die einfache Relation

$$(H_2 - H_1) = (h_2 - h_1) - (N_2 - N_1) , \quad (6)$$

wobei $\Delta h = h_2 - h_1$ die Differenz in ellipsoidischen Höhen h_i ist und $\Delta N = N_2 - N_1$ der entsprechende Unterschied in Geoidhöhen N_i . Gerade die Bestimmung genauer Geoidhöhenunterschiede im Zentimeter- oder gar Millimeterbereich ist zur Zeit noch ein Problem. Nur unter Ausnutzung aller vorhandenen geodätischen Beobachtungen kann diese Genauigkeit erreicht werden. Hierfür wird das integrierte Modell vorgeschlagen. Dies wurde möglich, indem für orthometrische Höhen eine lineare Pseudobeobachtungsgleichung aufgestellt wurde. Alle Einzelheiten können HEIN (1985) entnommen werden, siehe unter "References".

ABSTRACT

In the integrated geodesy model is every observation l expressed as a function of one or more threedimensional position vectors \underline{x} and of the gravity potential W , e.g., $l = F(\underline{x}, W)$. This principle can also be applied for satellite observations since the position \underline{x} and the velocity vector $\dot{\underline{x}}$ of the satellite are functions of the resultant acceleration, and therefore also dependent on the gravity potential.

$$\underline{x} = \underline{x}(\underline{v}(t), t) \quad (1)$$

$$\dot{\underline{x}} = \dot{\underline{x}}(\underline{v}(t), t) . \quad (2)$$

The vector $\underline{v}(t)$ contains the six parameters of an osculating Kepler ellipse as functions of time t . The six orbital elements themselves are a solution of the vector differential equation

$$\dot{\underline{v}}(t) = \underline{Y}(\underline{v}(t), t) \underline{a}(\underline{v}(t), t) . \quad (3)$$

where \underline{a} is the vector of acceleration. In linearizing the corresponding quantities, linear observation equations of type

$$\underline{l} = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{p} \\ \underline{y} \end{bmatrix} + \underline{B} \underline{t} + \underline{n} \quad (4)$$

can be set up for all satellite measurements (direction and distance observations, doppler, satellite-to-satellite tracking, interferometry, altimetry, etc.). In (4) is

- \underline{l} the observation vector,
 - \underline{p} the vector of unknown dynamical parameters (spherical harmonic coefficients of low degree and order as well as additional parameters for earth rotation, earth tides, air-drag, etc.),
 - \underline{y} the vector of unknown station coordinates,
 - \underline{t} the vector of linear functionals of the disturbing potential T , and
 - \underline{n} the observational noise.
- $\underline{A}_1, \underline{A}_2, \underline{B}$ are unknown coefficient matrices.

A solution of an overdetermined system of observation equations (4) can be found by applying the hybrid norm

$$\underline{n}^T \underline{C}_{nn}^{-1} \underline{n} + \underline{t}^T \underline{K}_{tt}^{-1} \underline{t} = \min \quad (5)$$

which leads to a general collocation model, where \underline{C}_{nn} and \underline{K}_{tt} are the corresponding covariance matrices of \underline{n} and \underline{t} .

Such an approach has the following advantages:

- it is a consistent and unified model for terrestrial and extraterrestrial observations in threedimensional cartesian representation;
- the model is suited for local and global applications;
- the combination with all other geodetic observations is possible without any problems;
- filtering and prediction of the gravity potential and its functionals is implied in the approach (e.g. downward continuation is implicit part of the model).

For the detailed text the reader is referred to the report of EISSFELLER

and HEIN (1986), see the references below.

In the second part of the contribution the determination of relative orthometric heights $\Delta H = H_2 - H_1$ was discussed using observations to the satellites of the Global Positioning System (GPS). Basis for this topic is the simple relation

$$(H_2 - H_1) = (h_2 - h_1) - (N_2 - N_1) , \quad (6)$$

where $\Delta h = h_2 - h_1$ is the difference in ellipsoidal heights h_i , and $\Delta N = N_2 - N_1$ the corresponding difference of geoidal heights N_i . Just the precise determination of the last in the centimeter or even millimeter range is still a problem. Only by using all available geodetic observations it might be possible to achieve this high accuracy. For that purpose the integrated geodesy model is proposed. It became possible by expressing a linear pseudo-observation equation for orthometric heights. Details can be found in HEIN (1985), see the references below.

REFERENCES

- EISSFELLER, B. and G.W. HEIN: *A Contribution to 3D-Operational Geodesy. Part 4: The Observation Equations of Satellite Geodesy.* Schriftenreihe des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen, Hochschule der Bundeswehr München, Heft 17, 1986, in preparation
- HEIN, G.W.: *Orthometric height determination using GPS observations and the integrated geodesy adjustment model.* Report National Geodetic Survey, Rockville, Md. 1985, in press

SATELLITEN-DOPPLERKAMPAGNEN
UND TESTNETZE

ÜBER DIE DEUTSCH-ÖSTERREICHISCHE DOPPLER KAMPAGNE

von

Karl RINNER

Institut für Angewandte Geodäsie und Photogrammetrie
Technische Universität Graz
Rechbauerstraße 12, A-8010 Graz
Österreich

ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit wird über die Zielsetzung, die Organisation, die Messung und Kalibrierung, die Berechnung der Doppler-Koordinaten sowie über den Vergleich mit den Landeskoordinaten berichtet. Dabei wird von den bereits publizierten Ergebnisse der Kampagne ausgegangen. In der abschließenden Bemerkung wird darauf hingewiesen, daß mit DÖDOC ein Verfahren zur simultanen Punktbestimmung in mehreren Richtungen und deren Vereinigung zu einem Gesamtsystem mit der relativen Positionsgenauigkeit von ± 30 cm bereitgestellt wurde.

ABSTRACT

In this paper a report is given on the scientific goal of DÖDOC, on the organisation of the campaign, on the procedures used for data collecting and calibration and on the results of the comparison of DÖDOC-Doppler-coordinates with the corresponding terrestrial coordinates of the national triangulations in the Federal Republic of Germany and in Austria. Thereby data and theoretical considerations are used which have been published in the DÖDOC report (DGK, 1982). It can be concluded that the applied procedures of simultaneous data collecting in blocks and the connection of these blocks to a uniform DÖDOC-System leads to point position accuracies of about ± 30 cm.

1. ZIELSETZUNG

Ziel der Deutsch-Österreichischen Doppler-Kampagne DÖDOC war die Lösung von Aufgaben, welche für die Anwendung der Doppler-Positionierung in kleineren Bereichen (Ländern, Staaten) von Bedeutung sind. Es sind dies:

- Die Ermittlung der Genauigkeit der Einzel- und Mehrfachpunktbestimmung (s = single point, m = multi point positioning), welche bei Verwendung von präzisen (p = precise) und genäherten (b = broadcast) Bahndaten erreicht werden kann.
- Die Überprüfung der Fehlerstruktur der terrestrischen Hauptdreiecksnetze durch Vergleich mit den Ergebnissen der Dopplermessungen.
- Die Berechnung der Parameter für die Transformation eines nationalen Datums von Österreich und der Bundesrepublik in das globale Dopplerdatum.
- Die Berechnung geozentrischer dreidimensionaler Koordinaten für die Punkte der Hauptdreiecksnetze.

Um dieses Ziel zu erreichen, wurden in DÖDOC aus Dopplermessungen im US-Navy Navigation Satellite System (NNSS) nach verschiedenen Verfahren die Positionen von 15 Punkten der deutschen und 6 Punkten der österreichischen Grundtriangulation bestimmt. Da diese Punkte auch dem westeuropäischen Netz RETrig angehören, konnte der Vergleich der verschiedenen Versionen der Dopplerkoordinaten nicht nur mit der Landestriangulation sondern auch mit RETrig ausgeführt werden.

Über DÖDOC wurde bereits mehrfach berichtet, eine ausführliche Darstellung der Verfahren und Ergebnisse ist in DGK (1982) und für den österreichischen Teil auch in RINNER (1981) enthalten. In den folgenden Ausführungen werden in der gebotenen Kürze der Ablauf der einzelnen Phasen des Projektes beschrieben und die Ergebnisse diskutiert.

2. DIE ORGANISATION

DÖDOC wurde vom Institut für Angewandte Geodäsie (IfAG) in Frankfurt, im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 78 der TU München und vom Verfasser, als damaligem Leiter des Institutes für Angewandte Geodäsie und Photogrammetrie an der TU Graz und der geodätischen Abteilung des Institutes für Weltraumforschung der Österreichischen Akademie der Wissenschaften initiiert und geleitet. An den Messungen haben sich noch andere Institute beteiligt, so daß schließlich 10 Dopplerempfänger, davon 8 vom Typ Marconi CMA-722 B und 2 Magnavox DEO zur Verfügung standen. Erstere vom IfAG (2), von der TU

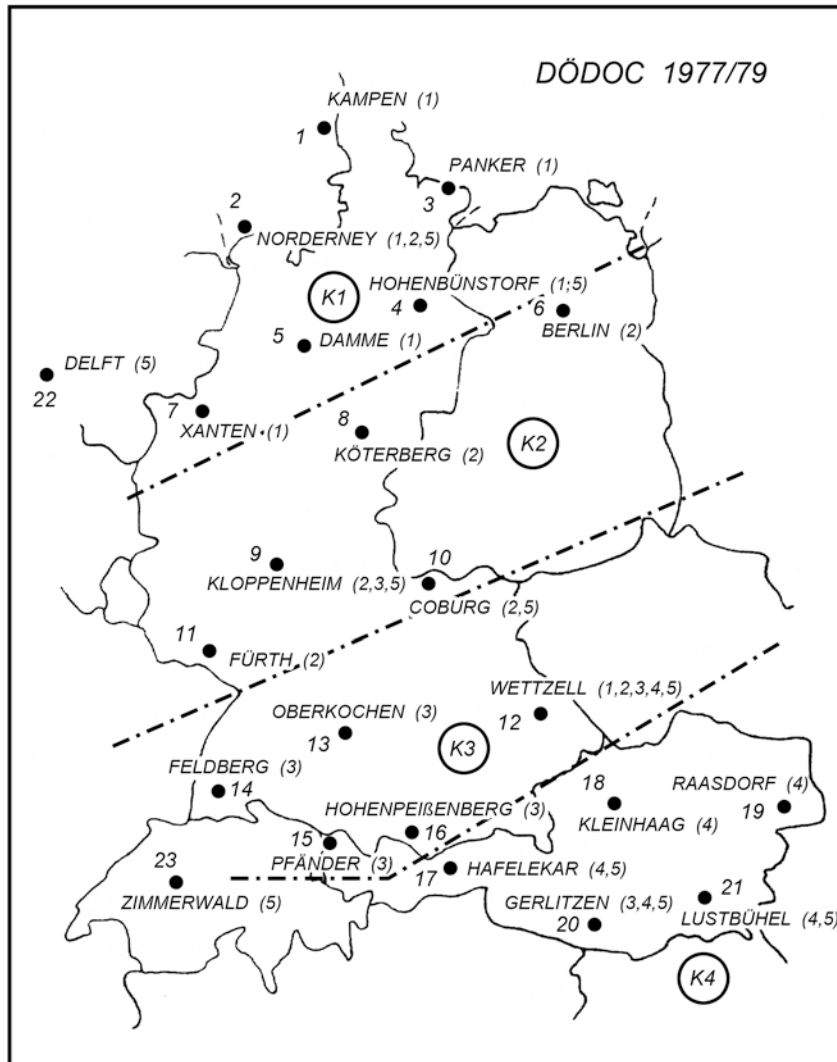
Hannover (2), vom Norges Geografiske Oppmåling (1), von der TH Delft (1), von der Canadian Marconi Company (1) und von der TU Graz (1), letztere von der Hochschule der Bundeswehr München (2). Von diesen Geräten wurden 9 für die Routinemessungen und eines für den Ersatz von Ausfällen vorgesehen.

Da die Genauigkeit der Dopplerkoordinaten von der Genauigkeit der Satellitenbahnen und der meteorologischen Reduktion sowie von instrumentellen Gegebenheiten abhängt, wurde angestrebt, die Anordnung der Messungen so zu wählen, daß diese Einflüsse möglichst eliminiert werden. Bahnfehler lassen sich theoretisch durch Simultanmessungen von 6 Dopplercounts auf 5 Punkten völlig ausschalten, siehe GRAFAREND (1979), praktisch kommt jedoch nur eine partielle Elimination durch simultane Doppler- und Mehrfachpunkteinschaltung (translocation und multilocation) in Betracht. Die Restfehler der meteorologischen Reduktion können in Netzen geringer Ausdehnung als annähernd konstant angesehen werden und sind in diesen Fällen für relative Positionen gering. Instrumentelle Fehler können durch Kalibrierung erfaßt werden.

Aus diesen Betrachtungen ergibt sich die Teilung des Gesamtgebietes von DÖDOC in 4 Regionen, welche sich gegenseitig in mindestens 2 Punkten überlappen. Außerdem wurde Wettzell als zentraler Verbindungspunkt für alle Regionen erklärt (siehe Abb. 1).

Die Punkte jeder Region wurden simultan in einer eigenen Kampagne von 14 Tagen Dauer beobachtet, von denen 3 Tage für die Einrichtung der Stationen und 10 für die Messungen vorgesehen waren. Die Gesamtkampagne DÖDOC sollte daher in 4 Teilkampagnen K1 bis K4 durchgeführt werden. Nach der vorläufigen Auswertung ergab sich jedoch die Notwendigkeit, eine zusätzliche Post-Kampagne anzuschließen, um den in den Ergebnissen einiger Stationen vermuteten Einfluß von Gerätestörungen auszuschalten. In diese, sich über das Gesamtgebiet erstreckende Kampagne wurde auch die außerhalb des DÖDOC Gebietes liegenden Stationen Delft und Zimmerwald einbezogen (siehe Abb. 1).

Um eine weitgehende Homogenität der Messungen zu erreichen, wurde für die Auswahl der Satelliten eine Prioritätsliste angegeben. Satellitendurchgänge und 15° Höhenwinkel durften in die Messungen nicht einbezogen werden und die regelmäßige Durchführung von Funktionskontrollen wurde angeordnet. Diese betrafen vom Geräteerzeuger vorgeschriebene "Self-Tests", die Bildung von Frequenzdifferenzen zwischen beiden Kanälen und die Berechnung der dritten Differenzen benachbarter 4.7 sec Dopplercounts während einer 2-Minuten-Integrationsperiode.



- K_i Kampagne Nr. i
- $P(i, j, k \dots)$ Punkt P beobachtet in Kampagne $i, j, k \dots$

Abb. 1

Die meteorologischen Daten (Luftdruck, Trocken- und Feuchttemperatur und Luftfeuchtigkeit) sollten entweder kontinuierlich oder in Intervallen von 2 Stunden abgelesen werden. Vor Beginn und am Ende der Feld-Kampagnen waren Kalibrierungsmessungen vorgesehen.

3. MESSUNG UND KALIBRIERUNG

Die Registrierung der Dopplerdaten für DÖDOC fand in den 4 Kampagnen K1 bis K4 in der Zeit vom 17.5. bis 6.7.1977 statt. Der Ablauf der Messungen und die Zuordnung der Empfänger zu den einzelnen Stationen ist in DGK (1982), Tabelle 1, Seite 7 zu ersehen. Die 5. Post-Kampagne erfolgt in der Zeit vom 17.7. bis 26.7.1979. Die Daten für die Zentrierung der Beobachtungspunkte auf die zugeordneten Punkte der Landesvermessung wurden von den Meßgruppen bestimmt und in die Stationsberichte aufgenommen.

Dopplerdaten sind auf ein mittleres Phasenzentrum der Empfangsantenne bezogen, das vom Antennenhersteller angegeben wird. Da dieses Phasenzentrum von der Empfangsfrequenz und vom Höhenwinkel abhängig ist, unter dem der Satellit erscheint, und außerdem Bodenreflexionen wirksam sind, ist eine Kalibrierung der Empfänger erforderlich. Durch diese soll vor allem die Höhenabweichung des vorgegebenen Bezugspunktes vom wahren Phasenzentrum festgestellt werden.

Bei den DÖDOC-Messungen wurden Geräte vom Typ Marconi CMA-722 B mit transportablen und in diesem Fall mit Schiffsantennen sowie Magnavox MX 702 A und JMR 1 Geräte verwendet. Die am Beginn der Messungen vorgesehene Kalibrierung konnte nicht durchgeführt werden, weil die Geräte nicht rechtzeitig eintrafen. Für die am Ende der Kampagne in Graz geplante Kalibrierung standen 5 Geräte Marconi CMA 722 B sowie ein Gerät Magnavox 702 A (GEO II) zur Verfügung. Von diesen fielen während der 3 Tage dauernden Messungen 2 Geräte aus. Mit den restlichen 4 CMA 722 B Geräten wurden insgesamt 53 Durchgänge simultan beobachtet. Da die Positionen nur wenige Meter von einander entfernt lagen, konnten bei allen Geräten gleiche Einflüsse der meteorologischen Restfehler und der Bahnfehler erwartet werden. Die nach der Zentrierung auf einen gemeinsamen Bezugspunkt ersichtlichen Abweichungen sind daher die Kalibrierungswerte für die Phasenzentren. Bei den Kalibrierungsmessungen in Graz ergaben sich nach DGK (1982) Tabelle 1, Seite 57 für den durch die Mittelwerte definierten Bezugspunkt nicht signifikante Werte. Daraus kann auch auf die gleiche Güte der mit den 4 Geräten erhaltenen Meßwerte geschlossen werden.

Während der DÖDOC Kampagne wurden auf der Station Kloppenheim und in Wettzell Parallelregistrierungen mit Geräten CMA 722 B, MX 702 A und JMR 1 A mit transportabler und mit Schiffsantenne ausgeführt. Daraus ergaben sich signifikante Verschiebungen des Zentrums der Schiffsantenne und der MX 702 A Antenne von etwa 1 m. Aus den Untersuchungen der Kalibrierung kann gefolgert werden, daß die Meßwerte mit allen benutzten Geräten etwa die gleiche Güte besitzen, aber die Höhe des Phasenzentrums stark signifikant von dem angegebenen Wert abweichen kann und daher auf jeden Fall überprüft werden soll.

4. BERECHNUNG DER DOPPLERKOORDINATEN

Für die Berechnung von dreidimensionalen Dopplerkoordinaten für jede der 5 Kampagnen wurde das Programm GEODOP von KOUBA und BOAL (1976) verwendet. Der Zusammenschluß der 5 Teilergebnisse zur Gesamtlösung wurde mit Hilfe des in EHLERT (1969) beschriebenen Programmes durchgeführt. Die Berechnung erfolgte unabhängig voneinander im Institut für Angewandte Geodäsie in Frankfurt und im Institut für Weltraumforschung in Graz mit den gleichen Ausgangsdaten. In Frankfurt standen hierfür ein Computer TR 440, in Graz eine UNIVAC 1100/81 und eine CDC zur Verfügung.

Im mathematischen Modell für GEODOP wird für jeden, meteorologisch für die Tropo- und Ionosphäre reduzierten Dopplercount N_i eine Verbesserungsgleichung von der Form

$$F_i = (r_k - r_j) \frac{f_g}{c} + (f_g - f_s) (T_k - T_j) + S_i - N_i = v_i \quad (1)$$

eingeführt, siehe DGK (1982). In dieser bedeuten f_s die vom Satelliten ausgesendeten und f_g eine terrestrische Vergleichsfrequenz. r_k , r_j sind die radialen Entfernungen und T_k , T_j die Zeiten, die zum Intervall N_i gehören. S_i ist ein systematischer Fehleranteil, der durch eine prozentuale Korrektur dK der troposphärischen Refraktion, durch die Korrektur $d\Delta t$ der zeitlichen Verzögerung und eine vektorielle Bahnverbesserung mit Komponenten dr_1 entlang sowie dr_2 quer zur Bahn und dr_3 normal zur Bahnebene (along, across and outtrack) gegeben ist. Durch Linearisierung und Zusammenfassung folgt daraus das System der Beobachtungsgleichungen

$$\underline{A} \underline{dx} + \underline{B} \underline{dy} + \underline{w} = \underline{v} \quad (2a)$$

in dem \underline{dx} und \underline{dy} die Vektoren der Verbesserungen der Stationskoordinaten \underline{x} und der Verbesserung der Modellparameter bezeichnen.

$$\begin{aligned}
d\underline{x} &= (dx_1, dx_2, \dots, dx_i)^T \\
d\underline{x}_1 &= (dx, dy, dz)_i^T \\
d\underline{r} &= (dr_1, dr_2, dr_3)^T \\
d\underline{s}_i &= (d\Delta f, dk, d\Delta t)_i^T \\
d\underline{y} &= (d\underline{r}, d\underline{s}_1, d\underline{s}_2, \dots, d\underline{s}_i)^T \\
A &= \frac{\partial F}{\partial \underline{x}}, \quad B = \frac{\partial F}{\partial \underline{y}}
\end{aligned} \tag{2b}$$

Werden für die mit verschiedenen Geräten gemessenen N-Werte Gewichte P und für die Näherungskordinaten \underline{x}_0 und Modellfehler \underline{y}_0 à priori Gewichte \underline{P}_x und \underline{P}_y eingeführt, so folgen für die Lösungsvektoren die Beziehungen:

$$\begin{aligned}
dx &= -N^{-1} (A' P w - A' P B [P_y + B' P B]^{-1} B' P w) \\
dy &= -[P_y + B' P B]^{-1} [B' B w + B' P A dx] \\
N &= [P_x + A' P A] - A' P B [P_y + B' P B]^{-1} B' P A
\end{aligned} \tag{2c}$$

Die Auflösung wird in GEODOP durch zeitlich aufeinander folgende Einbeziehung der Satellitendurchgänge durchgeführt. Dabei werden für die folgende Berechnung die Koeffizienten und Absolutglieder mit den im vorhergehenden Rechengang erhaltenen Werten neu berechnet. Für das Ergebnis der i -ten Phase bestehen demnach die Gleichungen:

$$x_i = x_0 + \sum_{j=1}^{i-1} dx_j \quad ; \quad P x_i = P x_0 + \sum_{j=1}^{i-1} N_j \tag{2d}$$

Das Gewicht $p = (1/\sigma^2)$ der Stationen wird mit Hilfe der Varianz σ^2 der Dopplercounts eingeführt. Die à priori Gewichtsmatrix P_x der Koordinaten wird in jeder Berechnungsphase neu berechnet. Die Varianten der Komponenten von $d\underline{r} = (dr_1, dr_2, dr_3)$ werden entsprechend den vorhandenen Ephemeriden geschätzt, die Varianzen der Frequenzablage $d\Delta f$ und der Zeitverzögerung $d\Delta t$ hängen von der Güte des Empfängers ab, für die zusätzliche troposphärische Korrektur dk wird der Wert $dk = 10\%$ eingeführt. Diese Werte bleiben in den Berechnungen konstant. Die für DÖDOC benutzten Varianzschätzungen (Optionen) sind in DGK (1982), Seite 75 zusammengestellt.

Für die Berechnung der Satellitenpositionen am Anfang und am Ende der Dopplercounts standen die aus Messungen von 4 Punkten berechneten und vom Satelliten gesendeten genäherten (broadcast) Ephemeriden und die vom DMA HTC (Defence Mapping Agency, Hydrographic-Topographic Center) aus Messungen von 20

Punkten berechneten präzisen Ephemeriden zur Verfügung. Erstere sind die Parameter der für Perioden von 12 Stunden voraus berechneten mittleren Kepler-Ellipsen, letzteres die Orts- und Geschwindigkeitsvektoren für in Minutenabständen aufeinander folgende Satellitenpunkte. Die Satellitenbahn wurde durch Tschebyschew'sche Polynome 8. Grades approximiert. Als Stützwerte dienten für die genäherte Berechnung (broadcast ephemeris) mit Hilfe der aktuellen Kepler-Ellipsen ermittelte Satelliten-Positionen in Abständen von 2 Minuten. Für die präzise Berechnung (precise ephemeris) waren dies die in Abständen von 1 Minute aufeinanderfolgenden Punkte, für welche die Orts- und Geschwindigkeitsvektoren mitgeteilt wurden. Auch wurde Vorsorge getroffen, daß bei Mehrfachpunkteinschaltung für alle Stationen die gleiche polynomiale Approximation benutzt werden konnte.

Das als GEODOP bezeichnete Programmsystem enthält vier Teilsysteme. Von diesen dienen die ersten 3 (MAJORITY VOTE, PREDOP und MERGE) der Aufbereitung von Daten, die Berechnung der Stationskoordinaten erfolgt im vierten, als GEODOP bezeichneten. Das verwendete mathematische Modell entspricht den derzeitigen Genauigkeitsforderungen. Bei einer Steigerung müßten auch relativistische Korrekturen und die Bewegung des Phasenzentrums während eines Satellitendurchganges berücksichtigt werden. Ein aus DGK (1982) entnommenes Blockdiagramm des Gesamtsystems GEODOP ist in Abb. 2 dargestellt.

Mit dem Programmsystem GEODOP wurden für jede der 5 Teilkampagnen Koordinaten der zugehörigen DÖDOC-Punkte berechnet und mit Hilfe der Überlappungspunkte der Kampagnen daraus durch Addition der Normalgleichungen die Gesamtlösung abgeleitet. Da diese Berechnung mit broadcast (B) und precise ephemeris (P) nach dem Verfahren des multi-(M) und single-(S) point positioning ausgeführt wurde, lagen als Endergebnisse die in Frankfurt und Graz unabhängig ermittelten Datensätze PM, PS und BM, BS von DÖDOC-Doppler Koordinaten vor.

Obwohl in Frankfurt und in Graz die gleichen Eingangsdaten und die gleiche GEODOP Version verwendet wurden und die Computerkapazität in beiden Fällen ausreichend war, ergeben sich beachtenswerte Unterschiede in den Ergebnissen (siehe auch Tab. 1). Als Ursache wurden Unterschiede in den Wortlängen, unterschiedliche Verwendungskriterien und die verschiedene Reihenfolge der Dateneingabe als möglich erachtet, eine wohlbegründete Erklärung konnte jedoch nicht gefunden werden. Deshalb, und weil die Differenzen innerhalb der für Dopplerverfahren bekannten absoluten Genauigkeit liegen, wurde vereinbart, die Ergebnisse beider Rechenzentren zu mitteln und die Mittelwerte als Er-

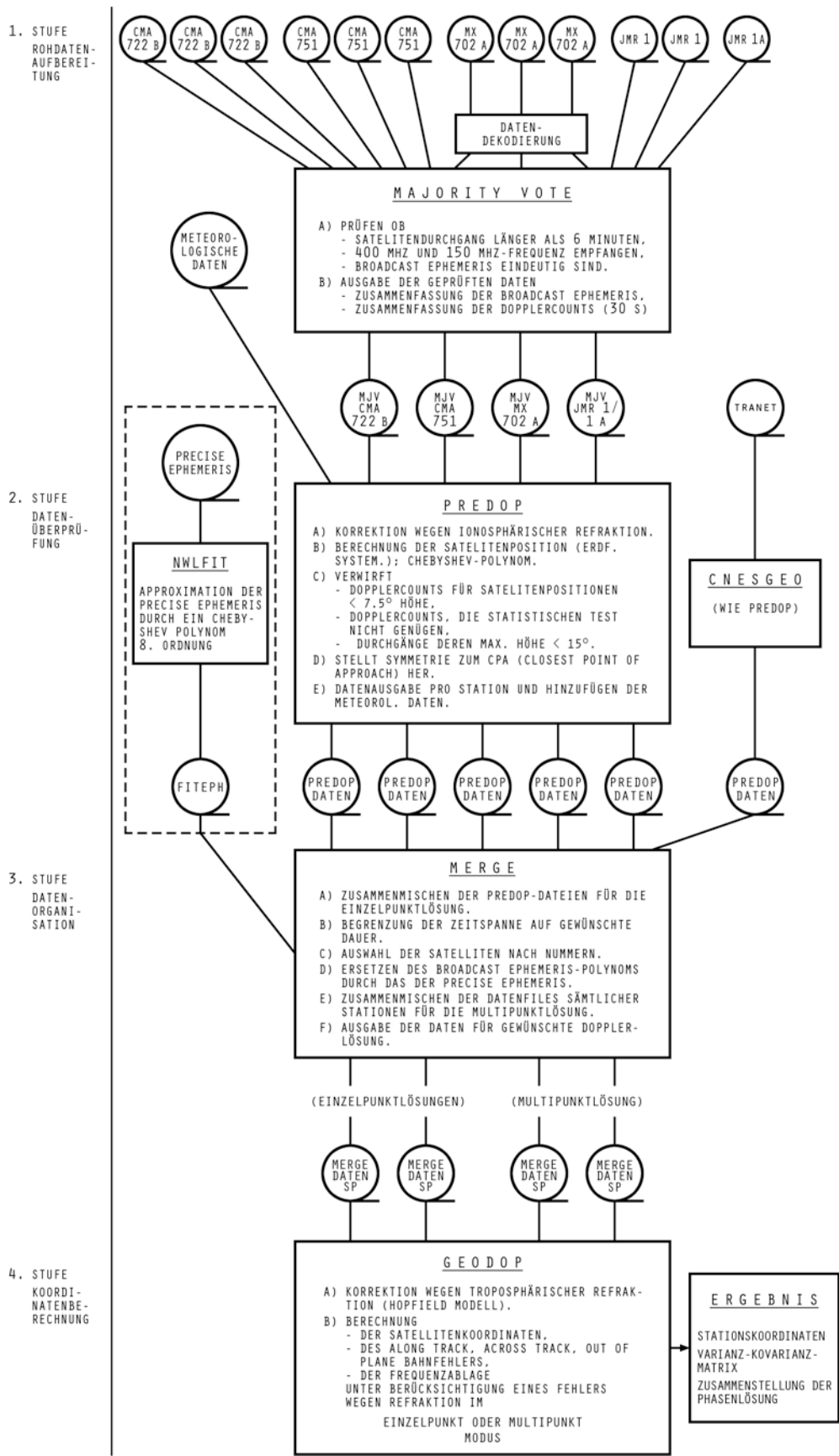


Abb. 2 Blockdiagramm von GEODOP

Punkt/Nummer			Frankfurt - Graz PM			Frankfurt - Graz PS		
			ΔX	ΔY	ΔZ	ΔX	ΔY	ΔZ
1	KMP	1016	0.20	0.06	0.00	-0.06	-0.10	0.20
2	PNK	1629	0.18	0.20	-0.16	0.44	-0.20	-0.02
3	NDY	2209	0.00	0.18	-0.10	0.22	-0.06	0.06
4	HHB	2928	-0.02	0.02	-0.02	0.02	0.10	0.02
5	DME	3415	0.18	0.04	-0.02	0.42	-0.20	0.02
6	BLN	3446	0.00	-0.14	-0.20	-0.56	-0.12	0.26
7	KTB	4121	-0.08	0.02	-0.10	-0.26	-0.32	0.15
8	XNT	4304	0.16	0.10	-0.12	0.52	-0.05	0.12
9	KLP	5718	-0.10	-0.02	0.00	0.03	-0.02	0.14
10	COB	5731	0.00	-0.05	0.02	-0.02	-0.06	0.06
11	FRT	6609	-0.04	-0.02	-0.03	-0.34	-0.26	0.06
12	WTZ	6843	-0.02	-0.02	-0.06	-0.10	-0.26	0.14
13	KOC	7226	-0.12	-0.06	0.08	-0.19	-0.54	0.16
14	FBG	8114	-0.06	-0.08	0.02	-0.17	-0.52	0.14
15	HPG	8132	0.24	-0.28	0.06	-0.64	0.16	-0.30
16	PFA	8424	-0.06	-0.07	0.05	-0.16	-0.48	0.07
17	INB	25-118	-0.26	0.02	0.04	-0.10	0.02	0.12
18	KHG	85-49	-0.02	0.02	0.00	-0.01	-0.42	-0.03
19	RAS		-0.01	0.06	0.08	-0.56	0.02	-0.07
20	GLZ	14-201	0.00	-0.02	0.06	0.03	-0.04	-0.26
21	GRZ	306-164	0.06	0.08	0.04	-0.14	-0.04	-0.08
22	DLF		-0.04	-0.06	0.02	-0.05	-0.04	0.01
23	ZMW		-0.26	0.02	0.26	-0.20	0.02	0.14
Punkt/Nummer			Frankfurt - Graz BM			Frankfurt - Graz BS		
			ΔX	ΔY	ΔZ	ΔX	ΔY	ΔZ
1	KMP	1016	-0.10	0.06	0.08	-0.42	-0.08	0.54
2	PNK	1629	-0.08	0.14	-0.02	-1.12	-0.36	0.88
3	NDY	2209	-0.04	0.08	-0.14	-0.40	0.46	0.82
4	HHB	2928	0.02	0.10	0.00	-0.42	0.30	-0.02
5	DME	3415	-0.04	0.16	0.06	-0.26	0.20	-2.18
6	BLN	3446	0.15	0.08	0.00	0.64	1.22	0.18
7	KTB	4121	-0.04	0.06	-0.04	-0.48	0.12	0.00
8	XNT	4304	-0.16	0.10	-0.16	-0.76	-0.26	0.84
9	KLP	5718	0.02	-0.02	-0.04	-0.42	0.20	0.20
10	COB	5731	-0.01	-0.02	-0.06	-1.26	0.22	0.34
11	FRT	6609	0.06	-0.12	-0.06	-0.54	-0.04	0.12
12	WTZ	6843	0.01	0.02	0.06	-1.28	-0.12	1.14
13	KOC	7226	0.07	-0.08	-0.08	-0.92	0.92	0.80
14	FBG	8114	0.14	-0.08	-0.04	-1.54	0.84	1.10
15	HPG	8132	-0.30	-0.95	0.58	-1.32	-3.60	1.26
16	PFA	8424	0.18	-0.04	-0.08	-1.40	-0.46	0.80
17	INB	25-118	-0.26	0.15	-0.08	0.28	0.48	-0.20
18	KHG	85-49	0.04	0.12	-0.02	-1.64	0.12	0.60
19	RAS		0.07	0.04	0.00	-1.30	-0.12	0.26
20	GLZ	14-201	0.42	0.08	0.02	-0.26	-0.06	0.66
21	GRZ	306-164	0.08	0.12	0.02	-0.20	0.78	-0.36
22	DLF		0.06	-0.08	-0.10	-1.28	0.48	1.14
23	ZMW		-0.20	0.04	0.06	-0.22	-0.30	-0.30

Tabelle 1: Differenz der Berechnungsergebnisse in Frankfurt und Graz für Precise Ephemeris Mehrfachpunkt- und Einzelpunktberechnung bzw. Broadcast Ephemeris Mehrfachpunkt- und Einzelpunktberechnung

gebnis zu erklären.

Beim Vergleich der 4 Koordinatensätze muß beachtet werden, daß sich die B- und P-Lösungen systematisch unterscheiden, weil für die Berechnung der entsprechenden Ephemeriden verschiedene Referenzsysteme (WGS 72 für B sowie NWL 2 und NSWC/9Z/2 für P) verwendet wurden. Auch sollten wegen der teilweise erfolgenden Elimination der Bahnfehler die Multi-Lösungen genauer sein als die entsprechenden S-Lösungen. Dies wird in DÖDOC auch durch die in Tab. 2 zusammengestellten Mittelwerte der mittleren Koordinatenfehler bestätigt.

	mx	my	mz	
PM	±12	±16	±10	cm
BM	32	36	28	
PS	17	20	15	
BS	90	57	69	

Tab. 2

Beim Vergleich muß auch beachtet werden, daß für die P-Lösung andere Satelliten verwendet wurden als für die B-Lösung, sodaß diese als von einander unabhängig angesehen werden können.

Der Vergleich zwischen diesen Lösungen erfolgte mit Hilfe einer linearen Transformation, deren Parameter durch die 3 Komponenten eines Verschiebungsvektors x , 3 Komponenten einer Drehmatrix R und einen Maßstabsfaktor μ gegeben sind.

$$\underline{x}_p = \underline{x} + \mu R \underline{x}_B \quad (3)$$

Aus dem in Tab. 3 ersichtlichen Ergebnis folgt eine signifikante Verschiebung des Referenzsystems in Richtung der Rotationsachse Z und eine schwach signifikante Drehung um die Y-Achse (normal Greenwich-Meridian). Die nach der Transformation der BM-Koordinaten in das PS-System verbleibenden Klaffungen dX , dY , dZ und die daraus abgeleiteten Komponenten dN , dE , dH in der Nord, Ost und Zenitrichtung (Höhen) sind gering, die Standardabweichung dieser Werte weist auf die hohe, mit der PM-Lösung vergleichbare Güte der broadcast multi-Lösung BM hin.

5. VERGLEICH MIT LANDESKOORDINATEN

5.1 Grundlagen

Die DÖDOC-Koordinaten der 15 in der Bundesrepublik Deutschland liegenden

Transformationsparameter:							
$\Delta X = -0.70 \text{ m}$	$\pm 1.92 \text{ m}$	$\omega_x = 0.057''$	$\pm 0.066''$	Maßstab:			
$\Delta Y = 2.59 \text{ m}$	$\pm 2.43 \text{ m}$	$\omega_y = 0.264''$	$\pm 0.068''$	0.99999818	$\pm 0.22 \times 10^{-6}$		
$\Delta Z = 17.24 \text{ m}$	$\pm 1.66 \text{ m}$	$\omega_z = 0.012''$	$\pm 0.064''$	$m_0 = \pm 0.38$ (pro Koord.)			
Punkt/Nummer		dx (m)	dy (m)	dz (m)	dN (m)	dE (m)	dH (m)
1	KMP 1016	-0.07	-0.53	1.04	0.60	-0.53	0.85
2	PNK 1629	-0.28	0.02	0.38	0.44	0.07	0.15
3	NDY 2209	0.00	-0.24	0.01	0.02	-0.24	0.00
4	HHB 2928	0.19	-0.58	-0.30	-0.25	-0.61	-0.19
5	DME 3415	-0.42	0.15	0.23	0.45	0.21	-0.05
6	BLN 3446	0.08	1.03	-1.05	-0.89	0.99	-0.64
7	KTB 4121	0.21	0.21	-0.19	-0.31	0.17	0.00
8	XNT 4304	-0.66	-0.36	-0.24	0.40	-0.28	-0.62
9	KLP 5718	0.22	0.22	-0.15	-0.29	0.18	0.04
10	COB 5731	0.08	-0.28	0.10	0.04	-0.29	0.09
11	FRT 6609	-0.10	0.05	0.23	0.22	0.06	0.11
12	WTZ 6843	0.09	-0.14	0.03	-0.02	-0.16	0.06
13	KOC 7226	0.11	0.11	-0.29	-0.29	0.09	-0.13
14	FBG 8114	-0.25	0.70	-0.33	-0.10	0.73	-0.35
15	HPG 8132	0.09	0.50	0.40	0.13	0.48	0.42
16	PFA 8424	-0.26	0.45	-0.24	-0.03	0.48	-0.30
17	INB 25-118	0.00	-0.10	-0.07	-0.03	-0.10	-0.07
18	KHG 85-49	0.57	-0.72	0.15	-0.17	-0.84	0.37
19	RAS	0.18	-0.02	0.02	-0.11	-0.07	0.13
20	GLZ 14-201	-0.43	-0.15	0.08	0.39	-0.04	-0.25
21	GRZ 306-164	0.07	-0.46	-0.07	-0.01	-0.47	-0.09
22	DLF	0.31	0.23	0.45	0.05	0.18	0.56
23	ZMW	0.09	-0.08	-0.18	-0.18	-0.08	-0.09
Standardabweichung		± 0.27	± 0.42	± 0.39	± 0.33	± 0.43	± 0.34

Tabelle 3: Transformationsparameter und Restklaffungen nach der Transformation der Precise Ephemeris Mehrfachpunktlösung auf die Broadcast Ephemeris Mehrfachpunktlösung

Punkte wurden mit den im europäischen Datum ED-79 (RETrig) und ED-50 berechneten Koordinaten sowie mit den Gebrauchskoordinaten (GN) des deutschen Hauptdreiecksnetzes (DHDN) verglichen. Für die 6 in Österreich liegenden DÖDOC-Punkte erfolgt ein analoger Vergleich mit den Koordinaten ED-79 und mit den Gebrauchskoordinaten und ihrer zweiten Ausgleichung (ZA).

Zum Zwecke des Vergleiches wurden aus den ellipsoidischen Landeskoordinaten B , L , den orthometrischen Höhen h und den Undulationen (Höhen) u des Geoides dreidimensionale x -Landeskoordinaten berechnet und diese durch eine lineare Transformation in das System der Dopplerkoordinaten \underline{x}_D übergeführt. Aus den festgestellten Restklaffungen $d\underline{x}$ zwischen \underline{x}_2 und \underline{x}_D folgen Einblicke in die Genauigkeit der Landes- bzw. Dopplerkoordinaten. Durch die Transformationsparameter ist die mathematische Beziehung zwischen Landes- und Dopplersystem bestimmt.

Zwischen ellipsoidischen Landeskoordinaten L , B , trigonometrischen Höhen $H = h + u$ und geozentrischen Koordinaten X , Y , Z bestehen bekannte Beziehungen, siehe DGK (1982) und RINNER (1981). Die lineare Transformation wird durch die Gleichung

$$\underline{x}_D + d\underline{x} = \underline{\Delta x} + (1 + d\mu) d\underline{R} \underline{x}_L \quad (4)$$

beschrieben. In dieser bezeichnen $d\underline{x} = (dX, dY, dZ)^T$ die Restklaffungen, $\underline{\Delta x} = (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)^T$ die Verschiebung, $(1 + d\mu)$ den Maßstabsfaktor und $d\underline{R}$ eine durch differentielle Drehungen $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ um die Achsen des Koordinatensystems bestimmte differentielle Drehmatrix (Axiator). Die Transformation hat 7 Parameter (drei Verschiebungen, drei Drehungen und eine Streckung). Von diesen sind die Verschiebungen in der Regel reell, ebenso die durch Ungenauigkeit oder in der Längenbestimmung verursachte Drehung ω_z um die Rotations-(Z-)-Achse und der Maßstabsfaktor $(1 + d\mu)$. Die Drehungen ω_x , ω_y sind physikalisch meist nicht sinnvoll. Die lineare Transformation wird in der Folge mit T_j bezeichnet, wobei j die Anzahl der Transformationsparameter angibt. Demnach werden in T_7 alle, in T_5 nur die Verschiebung, die ω_z -Drehung und die Streckung $(1 + d\mu)$ und in T_4 nur die Verschiebung benutzt.

Die im geozentrischen System (X, Y, Z) berechneten Restklaffungen $d\underline{x}$ werden der besseren Anschaulichkeit wegen mit Hilfe der nachstehenden Beziehungen in Tangentialkoordinaten $d\underline{b}$ transformiert, siehe RINNER (1981), Anhang.

$$d\underline{x} = \underline{D} d\underline{b} \quad , \quad d\underline{b} = \underline{D}^T d\underline{x}$$

$$\underline{d\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{bmatrix}, \quad \underline{d\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} dN = (M+H) dB \\ dE = (M+H) \cos B dl \\ dH \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} -\sin B \cos L & -\sin L & \cos B \cos L \\ -\sin B \sin L & \cos L & \cos B \sin L \\ \cos B & 0 & \sin B \end{bmatrix}$$

Darin sind dN und dE die in Richtung Nord und Ost liegenden Komponenten von $d\mathbf{x}$, dH ist die Höhenabweichung. \underline{D} ist eine orthogonale Matrix, M bezeichnet den Meridiankrümmungshalbmesser.

5.2 Vergleich in der Bundesrepublik

Der numerische Vergleich wurde für Höhen $u(H)$ des astro-geodätischen Geoides (von Heitz) und Höhen $u(L)$ des astro-gravimetrischen Geoides (von Lelgemann) ausgeführt. Da sich bei Testrechnungen für $u(L)$ günstigere Ergebnisse ergaben, wird in der Folge über diese berichtet. Die Ergebnisse des Vergleiches der Multilösungen PM und BM mit ED-79, ED-50 und Koordinaten DHN des Hauptdreiecksnetzes ist aus den DGK (1981) entnommenen Tab. 4a, b, c zu ersehen. Für die Station Coburg ergaben sich besonders große Abweichungen,

Transformation		T_5 : PM - ED-79 (L)			T_7 : PM - ED-79 (L)			T_5 : BM - ED-79 (L)			T_7 : BM - ED-79 (L)		
Translation	Δx	- 32.2 m \pm 1.49 m			- 93.0 m \pm 2.74 m			- 85.1 m \pm 1.70 m			- 88.7 m \pm 3.25 m		
	Δy	- 101.6 m \pm 1.80 m			- 90.7 m \pm 5.50 m			- 99.2 m \pm 2.05 m			- 93.7 m \pm 6.54 m		
	Δz	- 131.2 m \pm 1.81 m			- 132.0 m \pm 2.37 m			- 116.9 m \pm 2.06 m			- 114.7 m \pm 2.82 m		
Rotation	ω_z	0.61" \pm 0.092"			0.79" \pm 0.128"			0.67" \pm 0.105"			0.77" \pm 0.152"		
	ω_y	-			- 0.01" \pm 0.050"			-			- 0.14" \pm 0.107"		
	ω_x	-			0.31" \pm 0.145"			-			0.14" \pm 0.172"		
Maßstab	$d\mu$	$(2.9 \pm 0.36) 10^{-6}$			$(2.9 \pm 0.35) 10^{-6}$			$(0.6 \pm 0.42) 10^{-6}$			$(0.6 \pm 0.42) 10^{-6}$		
	m_0	± 0.42 m			± 0.40 m			± 0.47 m			± 0.47 m		
Nr.	Station	dN [cm]	dE [cm]	dH [cm]	dN [cm]	dE [cm]	dH [cm]	dN [cm]	dE [cm]	dH [cm]	dN [cm]	dE [cm]	dH [cm]
1016	Kampen	- 20	23	2	- 21	13	- 18	20	- 10	33	18	- 12	51
1629	Panker	- 24	26	- 17	- 22	17	- 10	- 4	46	- 51	- 5	43	- 22
2209	Norderney	17	- 3	37	15	- 11	7	8	- 9	0	7	- 11	4
2928	Hohenbünstorf	10	38	- 38	12	31	- 30	- 35	- 18	- 90	- 35	- 20	- 69
3415	Damme	- 28	20	36	- 29	15	20	8	52	9	7	49	12
4121	Köterberg	29	- 8	- 8	29	- 11	- 10	- 13	12	- 22	- 13	11	- 16
4304	Xanten	- 22	- 5	116	- 26	- 9	80	18	- 25	46	16	- 26	32
5718	Kloppenheim	19	10	- 1	18	11	- 7	- 11	24	13	- 12	24	5
5731	Coburg	28	-152	- 24	31	-151	- 2	23	-192	- 9	24	-192	- 2
6009	Fürth	- 1	- 15	- 4	- 5	- 12	- 26	29	- 12	31	27	- 12	8
6843	Wetzell	- 46	80	- 38	- 39	83	11	- 60	39	- 14	- 57	41	0
7226	Oberkochen	34	17	- 29	36	22	- 14	6	8	- 15	6	11	- 22
8114	Feldberg	- 12	- 35	- 47	- 15	- 26	- 57	- 10	24	- 40	- 12	27	- 67
8132	Hohenpeißenberg	22	27	38	26	36	67	38	49	119	39	53	112
8424	Pfänder	- 15	- 16	- 23	- 14	- 6	- 10	- 9	10	- 9	- 10	13	- 26
Standardabweichung		± 25	± 50	± 42	± 25	± 50	± 35	± 25	± 59	± 48	± 25	± 59	± 44

Tabelle 4a: Transformationsparameter und Residuen nach Transformationen T_5 , T_7 der Doppler-Multipunktlösungen PM und BM auf das System ED-79 (L)

Transformation		T ₅ : PM - ED-50 (L)			T ₇ : PM - ED-50 (L)			T ₅ : BM - ED-50 (L)			T ₇ : BM - ED-50 (L)		
Translation	Δx	- 86.4 m ± 1.36 m			- 86.2 m ± 2.66 m			- 79.3 m ± 1.77 m			- 81.9 m ± 3.35 m		
	Δy	- 90.1 m ± 1.64 m			- 88.9 m ± 5.35 m			- 87.7 m ± 2.14 m			- 91.9 m ± 6.74 m		
	Δz	- 122.9 m ± 1.65 m			- 123.2 m ± 2.31 m			- 108.6 m ± 2.15 m			- 105.9 m ± 2.90 m		
Rotation	ω_z	1.09" ± 0.084"			1.11" ± 0.125"			1.151" ± 0.110"			1.095" ± 0.157"		
	ω_y	-			0.01" ± 0.088"			-			- 0.117" ± 0.111"		
	ω_x	-			0.03" ± 0.141"			-			- 0.133" ± 0.178"		
Maßstab	$d\mu$	$(1.10 \pm 0.33) \cdot 10^{-6}$			$(1.10 \pm 0.34) \cdot 10^{-6}$			$(-1.12 \pm 0.43) \cdot 10^{-6}$			$(-1.12 \pm 0.43) \cdot 10^{-6}$		
	m_0	± 0.38 m			± 0.39 m			± 0.49 m			± 0.49 m		
Nr.	Station	dN [cm]	dE [cm]	dH [cm]	dN [cm]	dE [cm]	dH [cm]	dN [cm]	dE [cm]	dH [cm]	dN [cm]	dE [cm]	dH [cm]
1016	Kampen	- 12	- 8	- 14	- 12	- 10	- 19	28	- 41	17	27	- 35	50
1629	Panker	- 20	- 28	- 8	- 20	- 29	- 10	0	- 8	- 42	- 2	- 3	- 22
2209	Norderney	41	- 36	11	41	- 37	6	32	- 43	- 26	33	- 38	3
2928	Hohenbünstorf	2	24	- 28	2	23	- 28	- 43	- 32	79	- 45	- 28	- 68
3415	Damme	- 24	12	22	- 24	11	20	11	43	- 4	12	46	12
4121	Köterberg	30	- 3	- 9	30	- 3	- 9	- 12	18	- 23	- 12	19	- 16
4304	Xanten	- 16	22	84	- 17	21	79	23	3	14	26	4	32
5718	Kloppenheim	31	46	- 6	31	46	- 6	1	60	8	0	60	6
5731	Coburg	- 6	-112	- 3	- 6	-112	0	- 10	-153	11	- 12	-153	0
6009	Fürth	42	16	- 26	41	16	- 27	72	18	9	74	16	7
6843	Wettzell	- 83	14	7	- 82	15	14	- 97	- 26	30	-100	- 28	2
7226	Oberkochen	30	40	- 17	30	41	- 14	2	33	- 3	0	30	- 22
8114	Feldberg	24	- 20	- 60	24	- 18	- 60	27	38	- 53	28	34	- 69
8132	Hohenpeißenberg	- 4	49	61	- 3	50	67	12	72	142	9	68	112
8424	Pfänder	- 36	- 22	- 15	- 35	- 21	- 12	30	4	- 1	- 32	2	- 28
Standardabweichung		± 34	± 41	± 35	± 34	± 41	± 35	± 38	± 55	± 49	± 40	± 54	± 44

Tabelle 4b: Transformationsparameter und Restklaffungen nach Transformation (T₅ bzw. T₇) der Doppler-Multipunktlösungen (PM, BM) auf das System ED-50 (L)

Transformation		T ₅ : PM - GN (L)			T ₇ : PM - GN (L)			T ₅ : BM - GN (L)			T ₇ : BM - GN (L)		
Translation	Δx	583.0 m ± 2.95 m			580.0 m ± 5.67 m			590.1 m ± 2.98 m			584.3 m ± 5.71 m		
	Δy	68.2 m ± 3.56 m			80.9 m ± 11.40 m			70.7 m ± 3.59 m			77.8 m ± 11.48 m		
	Δz	394.6 m ± 3.58 m			395.3 m ± 4.92 m			408.9 m ± 3.61 m			412.6 m ± 4.96 m		
Rotation	ω_z	3.36" ± 0.183"			3.58" ± 0.265"			3.42" ± 0.184"			3.57" ± 0.267"		
	ω_y	-			- 0.10" ± 0.187"			-			- 0.22" ± 0.189"		
	ω_x	-			0.35" ± 0.301"			-			0.18" ± 0.303"		
Maßstab	$d\mu$	$(11.12 \pm 0.726) \cdot 10^{-6}$			$(11.12 \pm 0.732) \cdot 10^{-6}$			$(8.89 \pm 0.732) \cdot 10^{-6}$			$(8.89 \pm 0.738) \cdot 10^{-6}$		
	m_0	± 0.83 m			± 0.83 m			± 0.83 m			± 0.83 m		
Nr.	Station	dN [cm]	dE [cm]	dH [cm]	dN [cm]	dE [cm]	dH [cm]	dN [cm]	dE [cm]	dH [cm]	dN [cm]	dE [cm]	dH [cm]
1016	Kampen	-122	-204	- 13	-123	-214	- 17	- 82	-236	18	- 84	-239	52
1629	Panker	113	- 51	- 36	114	- 61	- 13	133	- 31	- 70	132	- 35	- 25
2209	Norderney	- 32	- 36	20	- 35	- 45	- 2	- 41	- 43	- 17	- 43	- 46	- 5
2928	Hohenbünstorf	92	84	- 54	94	77	- 34	47	29	-106	47	26	- 73
3415	Damme	- 45	82	23	- 47	77	11	- 10	113	- 4	- 11	111	4
4121	Köterberg	40	71	39	40	67	41	- 2	92	25	- 3	90	35
4304	Xanten	- 39	154	103	- 44	151	65	1	135	34	- 2	134	17
5718	Kloppenheim	49	88	- 4	47	89	- 14	18	103	10	17	103	- 2
5731	Coburg	9	- 59	- 22	13	- 58	1	5	-100	- 7	6	-100	2
6009	Fürth	92	56	- 5	87	59	- 38	122	58	30	119	59	- 4
6843	Wettzell	-152	88	- 26	-144	92	24	-166	48	- 3	-162	49	13
7226	Oberkochen	12	15	- 22	14	21	- 14	- 16	7	- 8	- 16	9	- 22
8114	Feldberg	115	-107	- 41	111	- 99	- 67	118	- 50	- 34	115	- 46	- 77
8132	Hohenpeißenberg	- 62	- 29	49	- 58	- 18	69	- 47	5	130	- 46	- 1	115
8424	Pfänder	- 69	-153	- 12	- 69	-143	- 12	- 64	-128	2	- 65	-123	- 28
Standardabweichung		± 83	±102	± 41	± 83	±102	± 37	± 81	±101	± 52	± 80	±101	± 47

Tabelle 4c: Transformationsparameter und Restklaffungen nach der Transformation (T₅ bzw. T₇) der Doppler-Multipunktlösungen (PM, BM) auf Gebrauchskoordinaten (DHDN (L))

die auf eine zeitweise Störung in der Registrierung in der Kampagne 2 zurückzuführen sind. Wird diese Station nicht benutzt, so folgen bessere Ergebnisse. Ähnliche, aber geringere Schwierigkeiten ergaben sich für die Station Xanten.

Die Parameter der Transformation in das Dopplersystem sind wegen der geringen Ausdehnung des Operationsbereiches schwach bestimmt und stark korreliert. Für die Transformation beliebiger Punkte wurden die Lösungen T_5 mit 5 Parametern verwendet und durch Entwicklung von Gleichung (3) und Einführung von aktuellen ellipsoidischen Werten einfachere Gebrauchsformeln angegeben. Das Ergebnis des Vergleiches der mittleren Werte der horizontalen Komponenten dN (Nord) und dE (Ost) der Restklaffungen für PM- und BM-Lösungen zeigt die nachstehende Tabelle 5a.

	dN	dE		dN	dE
PM-DHDN	± 85 cm	± 105 cm	BM-DHDN	± 85 cm	± 104 cm
-ED50	36	26	-ED50	40	35
-ED79	26	27	-ED79	26	24

Tab. 5a

Daraus kann der Schluß gezogen werden, daß aus simultan registrierten Dopplerdaten in Gebieten von der Ausdehnung der Bundesrepublik bei Entfernungen von 100 bis 200 km sowohl mit präzisen als auch mit broadcast Ephemeriden die Genauigkeit herkömmlicher trigonometrischer Netze erreicht werden kann.

Der entsprechende Vergleich der mittleren Höhenklaffungen dH ist aus der nachstehenden Tabelle 5b zu ersehen.

	dH		dH
PM-DHDN	± 35 cm	BM-DHDN	± 48 cm
-ED50	35	-ED50	49
-ED79	35	-ED79	45

Tab. 5b

Dies bestätigt die Vermutung, daß wegen der einheitlichen Verwendung astrogravimetrischer Geoid-Undulationen $u(L)$ und von Höhen, welche auf Normalnull bezogen sind, etwa gleiche mittlere Höhenklaffungen erwartet werden können.

5.3 Vergleich in Österreich

Auch im österreichischen Anteil von 6 DÖDOC Punkten wurden die verschiedenen Versionen der Doppler-Koordinaten mit den Koordinaten von ED-79, den Koordinaten des Gebrauchsnetzes GN sowie den Koordinaten einer neuen, zweiten Ausgleichung ZA verglichen. Die Geoidhöhen wurden sowohl dem 1971 von Bomford ermittelten europäischen Geoid entnommen, als auch mit Hilfe des DÖDOC-Dopplersystems aus dem astro-gravimetrischen Geoid (von Ielgemann) extrapoliert, siehe RINNER (1981). Nach Berechnung geozentrischer Koordinaten (X, Y, Z) aus B, L, orthometrischen Höhen h und Geoidundulationen u(B) und u(L) wurden die Parameter von linearen Transformationen T₄, T₅ und T₇ berechnet, durch welche Landeskoordinaten x_L in Dopplerkoordinaten x_D übergeführt werden (siehe Gleichung (4)).

In der Tab. 6a erfolgt der Vergleich der Multilösungen PM und BM mit ED-79, in Tab. 6b der Vergleich mit dem Gebrauchsnetz GN. Die zweite Ausgleichung dieses Netzes ZA wird in Tab. 6c mit den Multilösungen verglichen. Schließlich werden in Tab. 7 die aus allen durchgeführten Vergleichen sich ergebenden Werte der Transformationsparameter und die quadratischen Mittel der Restklaffungsfehler

$$m_L = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} \quad ; \quad m_p = \sqrt{m_L^2 + m_H^2}$$

DÖDOC 77-79 - AUSWERTUNG GRAZ									
VERGLEICH: PM - ED-79 (L)					ANZAHL DER PASSPUNKTE: 6				
TRANSFORMATIONSELEMENTE									
	T ₄			T ₅			T ₇		
c _x (m)	- 80.44	± 3.88		- 83.32	± 2.47		- 83.20	± 6.43	
c _y (m)	-112.53	± 0.95		-100.57	± 2.53		- 93.05	± 3.71	
c _z (m)	-120.79	± 4.33		-120.79	± 2.67		-122.52	± 6.29	
dμ (10 ⁻⁶)	+ 0.8	± 0.9		+ 0.8	± 0.6		+ 0.8	± 0.5	
α ₁ (cc)							+ 1.0	± 0.4	
α ₂ (cc)							+ 0.0	± 0.8	
α ₃ (cc)				+ 1.8	± 0.4		+ 1.9	± 0.3	
QUADRATISCHE MITTELWERTE DER RESTKLAFFUNGEN									
	m _p	m _L	m _H	m _p	m _L	m _H	m _p	m _L	m _H
	± 64	± 36	± 53	± 38	± 33	± 20	± 28	± 28	± 2
RESTKLAFFUNGEN IN TANGENTIALKOORDINATEN (cm)									
P-Nr.	dx	dy	dH	dx	dy	dH	dx	dy	dH
16	- 27	- 15	+ 84	+ 32	- 18	+ 30	+ 6	- 18	- 2
17	- 5	+ 24	+ 51	+ 28	+ 18	+ 20	+ 14	+ 19	+ 3
18	+ 17	+ 7	- 6	+ 11	+ 22	0	+ 13	+ 15	+ 1
19	+ 34	- 50	- 68	- 16	- 35	- 25	+ 5	- 42	- 2
20	- 30	+ 18	- 12	- 36	- 2	- 6	- 33	+ 6	+ 1
21	+ 13	+ 27	- 49	- 18	+ 15	- 19	- 4	+ 19	0

DÖDOC 77-79 - AUSWERTUNG GRAZ									
VERGLEICH: BM - ED-79 (L)					ANZAHL DER PASSPUNKTE: 6				
TRANSFORMATIONSELEMENTE									
	T ₄			T ₅			T ₇		
c _x (m)	- 81.12	± 3.75		- 83.78	± 2.55		- 78.05	± 6.24	
c _y (m)	-112.73	± 0.91		-101.64	± 2.61		- 91.93	± 3.60	
c _z (m)	-115.31	± 4.18		-115.31	± 2.76		-122.54	± 6.11	
dμ (10 ⁻⁶)	+ 0.4	± 0.9		+ 0.4	± 0.6		+ 0.4	± 0.4	
α ₁ (cc)							+ 1.2	± 0.4	
α ₂ (cc)							+ 0.8	± 0.8	
α ₃ (cc)				+ 1.7	± 0.4		+ 1.8	± 0.3	
QUADRATISCHE MITTELWERTE DER RESTKLAFFUNGEN									
	m _p	m _L	m _H	m _p	m _L	m _H	m _p	m _L	m _H
	± 62	± 30	± 54	± 39	± 29	± 26	± 27	± 23	± 14
RESTKLAFFUNGEN IN TANGENTIALKOORDINATEN (cm)									
P-Nr.	dx	dy	dH	dx	dy	dH	dx	dy	dH
16	- 21	+ 12	+ 69	+ 33	+ 8	+ 19	+ 6	+ 8	- 17
17	- 6	+ 8	+ 57	+ 25	+ 2	+ 28	+ 10	+ 3	+ 11
18	+ 9	- 53	+ 25	+ 3	- 40	+ 30	+ 6	- 46	+ 22
19	+ 25	- 4	- 71	- 21	+ 10	- 31	0	+ 3	- 16
20	- 4	+ 32	- 25	- 10	+ 13	- 19	- 7	+ 22	0
21	- 1	+ 16	- 55	- 30	+ 5	- 28	- 16	+ 10	- 1

Tab. 6a

DÖDOC 77-79 - AUSWERTUNG GRAZ									
VERGLEICH: PM - GN (B)			ANZAHL DER PASSPUNKTE: 6						
TRANSFORMATIONSELEMENTE									
	T ₄			T ₅			T ₇		
c _x (m)	+587.00	±37.63		+612.85	±26.81		+611.36	±14.54	
c _y (m)	+ 63.66	± 9.18		- 43.96	±27.43		+ 74.20	± 8.38	
c _z (m)	+451.73	±41.98		+451.73	±29.04		+427.62	±14.23	
dμ (10 ⁻⁶)	+ 3.3	± 9.0		+ 3.3	± 6.2		+ 3.3	± 1.0	
α ₁ (cc)							+ 15.1	± 0.9	
α ₂ (cc)							+ 0.0	± 1.9	
α ₃ (cc)				+ 16.3	± 4.1		- 15.3	± 0.7	
QUADRATISCHE MITTELWERTE DER RESTKLAFFUNGEN									
	m _p	m _L	m _H	m _p	m _L	m _H	m _p	m _L	m _H
	±620	±618	± 44	±413	±272	±311	± 63	± 57	± 28
RESTKLAFFUNGEN IN TANGENTIALKOORDINATEN (cm)									
P-Nr.	dx	dy	dH	dx	dy	dH	dx	dy	dH
16	+952	+ 28	+ 11	+421	+ 59	+497	+ 15	+ 55	- 15
17	+519	-135	+ 37	+218	- 76	+315	- 12	- 50	+ 36
18	- 61	+272	+ 31	- 1	+138	- 22	+ 44	+ 31	- 7
19	-735	+199	+ 17	-292	+ 66	-378	+ 34	- 50	- 11
20	-147	-342	- 93	- 90	-163	-147	- 43	- 36	- 39
21	-536	-125	- 3	-255	- 19	-264	- 38	+ 49	+ 37

DÖDOC 77-79 - AUSWERTUNG GRAZ									
VERGLEICH: BM - GN (B)			ANZAHL DER PASSPUNKTE: 6						
TRANSFORMATIONSELEMENTE									
	T ₄			T ₅			T ₇		
c _x (m)	+586.32	±37.88		+612.39	±26.94		+616.51	±15.13	
c _y (m)	+ 63.46	± 9.24		- 45.04	±27.56		+ 75.32	± 8.72	
c _z (m)	+457.21	±42.26		+457.21	±29.18		+427.60	±14.81	
dμ (10 ⁻⁶)	+ 2.9	± 9.0		+ 2.9	± 6.2		+ 2.9	± 1.1	
α ₁ (cc)							+ 15.4	± 0.9	
α ₂ (cc)							+ 0.8	± 2.0	
α ₃ (cc)				- 16.5	± 4.1		- 15.4	± 0.7	
QUADRATISCHE MITTELWERTE DER RESTKLAFFUNGEN									
	m _p	m _L	m _H	m _p	m _L	m _H	m _p	m _L	m _H
	±624	±621	± 53	±415	±273	±313	± 67	± 56	± 36
RESTKLAFFUNGEN IN TANGENTIALKOORDINATEN (cm)									
P-Nr.	dx	dy	dH	dx	dy	dH	dx	dy	dH
16	+957	+ 54	- 4	+423	+ 86	+406	+ 15	+ 82	- 31
17	+518	-151	+ 43	+215	- 92	+323	- 15	- 66	+ 44
18	- 69	+212	+ 61	- 9	+ 77	+ 8	+ 37	- 30	+ 14
19	-744	+245	+ 15	-297	+111	-384	+ 30	- 5	- 25
20	-122	-328	-106	- 64	-148	-160	- 16	- 20	- 40
21	-551	-135	- 9	-268	- 29	-273	- 49	+ 40	+ 36

Tab. 6b

DÖDOC 77-79 - AUSWERTUNG GRAZ									
VERGLEICH: PM - ZA (B)			ANZAHL DER PASSPUNKTE: 6						
TRANSFORMATIONSELEMENTE									
	T ₄			T ₅			T ₇		
c _x (m)	- 81.70	± 6.78		- 87.07	± 3.72		- 87.49	±12.94	
c _y (m)	-112.65	± 1.65		- 90.33	± 3.81		- 93.49	± 7.46	
c _z (m)	-122.66	± 7.56		-122.66	± 4.03		-121.60	±12.66	
dμ (10 ⁻⁶)	+ 1.0	± 1.6		+ 1.0	± 0.9		+ 1.0	± 0.9	
α ₁ (cc)							- 0.4	± 0.8	
α ₂ (cc)							- 0.1	± 1.7	
α ₃ (cc)				+ 3.4	± 0.6		+ 3.4	± 0.6	
QUADRATISCHE MITTELWERTE DER RESTKLAFFUNGEN									
	m _p	m _L	m _H	m _p	m _L	m _H	m _p	m _L	m _H
	±112	± 93	± 62	± 57	± 50	± 29	± 57	± 49	± 28
RESTKLAFFUNGEN IN TANGENTIALKOORDINATEN (cm)									
P-Nr.	dx	dy	dH	dx	dy	dH	dx	dy	dH
16	-154	- 49	+ 74	- 44	- 55	- 27	- 34	- 55	- 14
17	- 30	+ 52	+ 86	+ 33	+ 40	+ 29	+ 39	+ 39	+ 36
18	+ 47	+ 15	- 16	+ 34	+ 43	- 5	+ 33	+ 46	- 4
19	+ 67	- 81	- 84	- 25	- 54	- 2	- 33	- 51	- 11
20	+ 3	+ 57	- 50	- 9	+ 19	- 39	- 11	+ 16	- 42
21	+ 69	+ 28	- 11	+ 11	+ 6	+ 43	+ 6	+ 5	+ 35

DÖDOC 77-79 - AUSWERTUNG GRAZ									
VERGLEICH: BM - ZA (B)			ANZAHL DER PASSPUNKTE: 6						
TRANSFORMATIONSELEMENTE									
	T ₄			T ₅			T ₇		
c _x (m)	- 82.38	± 6.36		- 87.53	± 3.23		- 82.34	±11.13	
c _y (m)	-112.85	± 1.55		- 91.41	± 3.31		- 92.37	± 6.42	
c _z (m)	-117.18	± 7.09		-117.18	± 3.50		-121.62	±10.90	
dμ (10 ⁻⁶)	+ 0.6	± 1.5		+ 0.6	± 0.7		+ 0.6	± 0.8	
α ₁ (cc)							- 0.1	± 0.7	
α ₂ (cc)							+ 0.7	± 1.5	
α ₃ (cc)				+ 3.3	± 0.5		+ 3.3	± 0.5	
QUADRATISCHE MITTELWERTE DER RESTKLAFFUNGEN									
	m _p	m _L	m _H	m _p	m _L	m _H	m _p	m _L	m _H
	±105	± 83	± 63	± 50	± 35	± 35	± 49	± 35	± 33
RESTKLAFFUNGEN IN TANGENTIALKOORDINATEN (cm)									
P-Nr.	dx	dy	dH	dx	dy	dH	dx	dy	dH
16	-148	- 23	+ 59	- 42	- 29	- 38	- 33	- 29	- 29
17	- 31	+ 35	+ 92	+ 29	+ 23	+ 37	+ 35	+ 23	+ 44
18	+ 38	- 45	+ 15	+ 26	- 18	+ 25	+ 26	- 16	+ 17
19	+ 58	- 35	- 87	- 30	- 9	- 8	- 38	- 6	- 24
20	+ 28	+ 70	- 62	+ 17	+ 35	- 51	+ 16	+ 32	- 43
21	+ 55	+ 18	- 17	- 1	- 3	+ 35	- 6	- 5	+ 35

Tab. 6c

T ₇	ED-79 (L)				GN (B)				GN (L)				ZA/GÖ				ZA/GD			
	PM	PS	BM	BS	PM	PS	BM	BS	PM	PS	BM	BS	PM	PS	BM	BS	PM	PS	BM	BS
c _x (m)	- 83	- 93	- 78	- 63	+611	+601	+616	+631	+614	+603	+619	+633	- 87	- 98	- 82	- 67	- 85	- 96	- 80	- 65
c _y (m)	- 93	- 94	- 92	- 78	+ 74	+ 74	+ 75	+ 89	+ 74	+ 74	+ 75	+ 89	- 93	- 94	- 92	- 79	- 94	- 94	- 93	- 79
c _z (m)	-123	-113	-123	+140	+428	+437	+428	+410	+426	+435	+426	+408	-122	-112	-122	-139	-123	-114	-123	-141
dμ (10 ⁻⁶)	+ 0.8	+ 0.8	+ 0.4	+ 0.7	+ 3.3	+ 3.3	+ 2.9	+ 3.2	+ 3.4	+ 3.4	+ 3.0	+ 3.3	+ 1.0	+ 1.0	+ 0.6	+ 0.9	+ 1.1	+ 1.1	+ 0.8	+ 1.0
α ₁ (cc)	+ 1.0	+ 0.4	+ 1.2	+ 2.6	+15.1	+14.6	+15.4	+16.7	+15.2	+14.6	+15.4	+16.7	- 0.4	- 0.9	- 0.1	+ 1.2	- 0.4	- 0.9	- 0.1	+ 1.2
α ₂ (cc)	0	- 1.3	+ 0.8	+ 3.3	0	- 1.3	+ 0.8	+ 3.3	+ 0.3	- 1.0	+ 1.1	+ 3.5	- 0.1	- 1.4	+ 0.7	+ 3.2	+ 0.2	- 1.1	+ 1.0	+ 3.4
α ₃ (cc)	+ 1.9	+ 2.4	+ 1.8	+ 2.4	-15.3	-14.8	-15.4	-14.7	-15.3	-14.8	-15.4	-14.8	+ 3.4	+ 3.9	+ 3.3	+ 3.9	+ 3.3	+ 3.8	+ 3.2	+ 3.9
m _p (cm)	± 28	± 42	± 27	±148	± 63	± 55	± 67	±144	± 57	± 49	± 58	±145	± 57	± 65	± 49	±160	± 49	± 61	± 38	±161
m _i (cm)	± 28	± 41	± 23	±139	± 57	± 49	± 56	±136	± 57	± 49	± 57	±136	± 49	± 60	± 35	±152	± 49	± 60	± 35	±152
m _u (cm)	± 2	± 9	± 14	± 52	± 28	± 24	± 36	± 48	± 2	± 9	± 14	± 52	± 28	± 24	± 33	± 48	± 2	± 9	± 14	± 52

Tab. 7

zusammengestellt. Tab. 6a und 6b sind DGK (1982), Tab. 6c und 7 RINNER (1981) entnommen. In den zuletzt genannten Tabellen sind abweichend von DGK (1982) die Transformationsparameter mit $\Delta \underline{x} = \underline{c}$ und $\omega_i = \alpha_i$ und die Restklaffungen mit $dN = dx$, $dE = dv$ bezeichnet.

Die Transformationsparameter können in dem kleinen Gebiet von Österreich nur sehr ungenau und mit starken Korrelationen bestimmt werden. Beim Vergleich von PM und BM mit ED-79 werden die Verschiebungsgrößen signifikant bestimmt und stimmen innerhalb der Fehlergrenzen überein. Dies gilt auch für die Drehung um die Z-(Rotations)-Achse, nicht aber für die beiden anderen Drehungen.

Das österreichische Gebrauchsnetz GN ist durch zeitlich nacheinander erfolgendes Aneinanderfügen von Netzteilen entstanden und gilt als inhomogen. Der Vergleich mit PM ergibt für die Transformationen T₄ und T₅ Restklaffungen im Betrag von Metern, für T₇ bleibt die horizontale Komponente im Mittel unter ± 0.6 m, die vertikale sogar unter ± 0.3 m. Es ergeben sich signifikante Verschiebungen und Drehungen um die X- und Z-Achse von + 15^c und eine Maßstabsänderung von + 3 mm/km.

Die zweite Ausgleichung des Gebrauchsnetzes erfolgte unter Einbeziehung neuer Daten und wurde in einem Guß durchgeführt. Der Vergleich mit PM ergibt für T₇ ein nur geringfügig besseres Ergebnis als für die Gebrauchskoordinaten GN. Die Verschiebungsparameter entsprechen den für ED-79 erhaltenen Koordinaten, ebenso die Drehung um die Z-Achse.

6. ABSCHLIESSENDE BEMERKUNG

In DÖDOC wurde ein Verfahren entwickelt, das durch simultane Punktbestimmung (Multi-Lösung) in mehreren Regionen und deren Vereinigung zu einem Gesamtsystem die hohe relative Positionsgenauigkeit von etwa ± 30 cm erreicht. Da durch die Multilösung die relative Position besser bestimmt wird als bei Single-Lösungen, durch diese aber eine bessere Präsentation der absoluten Positionen erfolgt, erscheint es sinnvoll, beide auszuführen und die Multi-Lösung linear in die Single-Lösung einzupassen. Damit bleibt die bessere geometrische Konfiguration der ersteren erhalten und wird die bessere Orientierung der letzteren benutzt.

Als Ergebnis der DÖDOC-Kampagne liegen in der Bundesrepublik für 16 und in Österreich für 6 Punkte der Grundtriangulation geozentrische kartesische Koordinaten im Weltsystem vor sowie die Parameter für lineare Transformationen, mit welchen Landeskoordinaten in diese transformiert werden können und umgekehrt. Das dadurch geschaffene System kann trotz der noch geringen Genauigkeit als erste Version eines geodätischen Grundsystems angesehen werden, mit dem die Dynamik der Erdkruste erfaßt werden kann.

LITERATUR

- DGK: *Die Deutsch-Österreichische Dopplerkampagne*. DGK-Reihe B, Heft Nr. 260, 1982.
- EHLERT, D.: *Rechenprogramme zur Ausgleichung großer Dreiecksnetze*. DGK-Reihe C, Heft Nr. 140, 1969.
- GRAFAREND, E., KLEUSBERG, A., RICHTER, B.: *Free Doppler Network Adjustment*. Proceedings of the 2nd International Geodetic Symposium on Sat. Doppler Positioning, Austin, Texas, 1979.
- KOUBA, J., BOAL, J.D.: *Programm GEODOP*. Veröffentlichung der Survey and Mapping Branch, Energy Mines and Resources, Canada, 1976.
- RINNER, K.: *Über die Ergebnisse im österreichischen Anteil von DÖDOC*. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie, Heft ¾, 1981.

SATELLITEN-DOPPLERMESSUNGEN IN DER BERECHNUNG
DES EUROPÄISCHEN DREIECKSNETZES (RETrig)

von

Helmut WOLF
Institut für Theoretische Geodäsie
Universität Bonn
5300 Bonn 1, Nuss-Allee 17
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Dopplermessungen im RETrig dienen einem doppelten Zweck: a) zur Herstellung geozentrischer Koordinaten, b) zur Genauigkeitserhöhung und insbesondere zur Elimination von großregionalen Netzdeformationen. Für den letztgenannten Zweck dürfen die Dopplerstationen nicht zu dicht gewählt werden. Richtschnur hierfür ist die "diskriminante Distanz" S^* . Für die Berechnung wird ein 3-Schritt-Verfahren benützt: 1. Schritt: Transformation der Dopplerkoordinaten auf ED79, 2. Schritt: Kombination der terrestrischen mit den Dopplermessungen, jedoch ohne Zuhilfenahme von Höhen und Geoidundulationen, 3. Schritt: Rücktransformation des kombinierten Netzes auf geozentrische Lagerung bzw. Orientierung. Abschließend: Vergleich mit dem Verfahren von VINCENTY.

ABSTRACT

Doppler observations fulfill a double aim in RETrig: i) for obtaining geocentric coordinates, ii) for improving the network's accuracy, especially for eliminating large-scale deformations. For ii) the Doppler stations must be chosen such that they are sufficiently widely spaced. Directions for this are given by the "discriminating distance" S^* . The combination of the terrestrial with the Doppler observations is performed in a 3-step procedure: 1st step: Transformation of the Doppler coordinates onto the ED79, 2nd step: The proper combination, but without use of heights and geoid undulations, 3rd step: Back-transformation of the combined network onto geocentric position and orientation. Final comparison with Mr. Vincenty's procedure.

1. EINFÜHRUNG

Das Europäische Dreiecksnetz RETrig - eine Gemeinschaftsarbeit der beteiligten europäischen Nationen unter der Ägide der Association Internationale de Géodésie - gründet sich im wesentlichen auf terrestrisch gemessene Horizontalrichtungen, Distanzen und Laplace-Azimute. - Mit dem Aufkommen der Satellitengeodäsie ergab sich dann die Frage, ob der Informationsgehalt der Satellitenmessungen mit in das RETrig einfließen soll oder ob man zuvor die RETrig-Arbeiten als beendet ansehen und als abgeschlossen erklären soll. Wir beginnen mit der letztgenannten Frage.

2. WOZU SATELLITEN-DOPPLERMESSUNGEN IM RETrig?

Im Anschluß an die seitherigen RETrig-Ausgleichungen wurden die in den einzelnen Phasen erhaltenen Koordinaten mittels Anfehlung miteinander verglichen, um einen Einblick in die Genauigkeitsverhältnisse zu gewinnen. Dabei zeigte es sich, daß im Kleinen, in den einzelnen Dreiecken, die diversen Ausgleichungsergebnisse gut zueinander paßten, daß aber in den großen Proportionen erhebliche Deformations-Unterschiedlichkeiten auftreten, - je nachdem, wie die Gewichte ermittelt wurden, oder ob die Laplace-Azimute bzw. die gemessenen Distanzen herausgelassen wurden, oder ob außerdeutsche Gebietsteile hinzugenommen wurden u.a.m., vgl. HORNIK (1982). Ähnliche großregionale Effekte zeigen sich übrigens auch bei der Diagnose-Ausgleichung des Deutschen Hauptdreiecksnetzes, vgl. Anlage 9 in EHLERT (1984). - Wir sehen also, daß die großregionalen Dimensionen sehr empfindlich gegenüber der Wahl des stochastischen Modells sind und beträchtliche Unsicherheiten aufweisen, und zwar mit Wirkungen, die den Meter-Betrag übersteigen.

Hier bieten sich die modernen Dopplermessungen, deren Genauigkeiten jetzt innerhalb des Meters liegen, als willkommene Zusatzinformation an, um entzerrend die großregionalen Proportionen zu korrigieren.

Mit der Elimination dieser großregionalen Deformationen - als Haupteffekt - ist auch eine Genauigkeitserhöhung im Ganzen zu erwarten; und schließlich ist es ein Vorzug der Dopplermessungen, daß sie dem RETrig eine geozentrische Lagerung verleihen und seine Orientierung kontrollieren.

3. DIE VERTEILUNG DER DOPPLERPUNKTE IM RETrig

Dopplermessungen können mithin in doppelter Weise Verwendung finden:

- a) zur Bestimmung der 7 äußeren Transformationsparameter, mit denen das lokale Datum ED79 des RETrig in ein globales Datum überführt werden kann,
- b) zur Erhöhung der inneren Netzgüte, indem man die Dopplermessungen mit in die Netzausgleichung einbezieht.

Für den zweitgenannten Zweck dürfen die Dopplerstationen aber nicht zu dicht beieinander liegen. Denn sonst bestünde die Gefahr, daß sie - mit ihrer bloßen Dezimetergenauigkeit - den guten Netzzusammenhang im Kleinen zerstören; besonders dann, wenn die ihnen zukommenden Gewichte in Wirklichkeit kleiner sind als sie in die Netzausgleichung eingeführt wurden.

Einen Ausweg bietet hier die sog. "diskriminante" Distanz S^* . Sie ist auf folgende Weise definiert: Wie man weiß, wächst z.B. die Varianz für eine aus den Koordinaten berechnete Entfernung (oder eine andere Funktion) im terrestrischen Netz mit der Entfernung S an, während der entsprechende Wert für die aus den Dopplermessungen berechneten Strecken in erster Annäherung und in gewissen Grenzen nahezu konstant ist. Man sucht nun die Entfernung $S = S^*$, bei der die beiden Fehleranteile (aus den terrestrischen und aus den Dopplermessungen) gerade die Waage halten. Ist der Abstand der Dopplermessungen wesentlich kleiner als S^* , so ist eine effektive Genauigkeitserhöhung durch Einbeziehung der Dopplermessungen nicht zu erwarten; im Gegenteil: es besteht dann die Gefahr, daß die Dopplermessungen u.U. das terrestrische Netz verderben.

Anders dagegen bei den bloßen Datumstransformationen, bei denen das

terrestrische Netz starr und unveränderlich verbleibt: Hier können beliebig viele Dopplerpunkte mit geringerem Abstand verwendet werden; S^* spielt dann keine Rolle.

4. DIE RETrig-DOPPLERMETHODE, EIN DREI-SCHRITT-VERFAHREN

Angesichts der großen Anzahl von Nicht-Dopplerpunkten (gegenüber der relativ kleineren Anzahl von n Dopplerpunkten im RETrig) empfiehlt es sich, als ersten Schritt die wenigen Dopplerkoordinaten auf das RETrig-Datum ED79 zu transformieren, was in bekannter Weise über das Klaffungsquadratsummen-Minimumsprinzip zu geschehen hat. Hiermit sollen gut passende Näherungswerte für die 7 äußeren Transformationsparameter γ bestimmt werden, damit evt. Taylorisierungsreste in der Ausgleichung so klein wie möglich bleiben.

Dabei benötigt man allerdings auch die terrestrisch-ellipsoidischen Höhen h (aber nur für die Dopplerpunkte), wofür außer den orthometrischen Höhen H auch noch die Geoidundulationen G in diesen Punkten bekannt sein müssen, da $h = H+G$.

Die bei dieser Transformation übrigbleibenden Klaffungsbeträge geben zugleich Aufschluß darüber, ob eventuelle "Ausreißer" entfernt werden müssen.

Im 2. Schritt wird die eigentliche Kombination (Verschmelzung) durchgeführt, und zwar im Sinne einer Helmertschen Blockausgleichung. Verbindungsunbekannte sind dabei die ellipsoidischen Breiten B und Längen L der Dopplerstationen. Man hat also sowohl die Normalgleichungen aus dem terrestrischen RETrig wie auch die Normalgleichungen aus den Dopplermessungen bis auf diese Verbindungsunbekannten zu reduzieren und dann diese so reduzierten Systeme - nach entsprechender Standardisierung - einfach zu addieren und nach den Verbindungsunbekannten aufzulösen. Die Rückrechnung liefert dann alle übrigen Parameter.

Allerdings hat man, um einen möglichst engen Anschluß der Dopplermessungen an das terrestrische RETrig zu erreichen, noch restliche Änderungen $\delta\gamma$ der Transformationsparameter γ (Verschiebung, Drehung, Maßstab) als "bias-Parameter" mit in An-

satz zu bringen, aber nur so viele, wie sie nach Maßgabe von statistischen Hypothesentests, vgl. KOCH (1980), signifikant geschätzt werden können.

Im dritten Schritt schließlich wird eine Rücktransformation des verschmolzenen Systems auf geozentrische Lagerung und CIO-BIH-Orientierung vorgenommen, wobei (genau wie im ersten Schritt) auch alle zusätzlichen, eng-abständigen Dopplerpunkte mit in die Rechnung einbezogen werden können. Auch alle Koordinaten-Kovarianzen können dabei Berücksichtigung finden.

5. EINZELHEITEN ZUM VERSCHMELZUNGSVORGANG IM RETrig

5.1 MEHRERE DOPPLERKAMPAGNEN

Liegen auf der Seite der Dopplermessungen die Ergebnisse von mehreren Maßkampagnen vor, so füge man diese zweckmäßig erst zu einem gesonderten Block für sich zusammen (ähnlich einer Stationsausgleichung vor der Netzausgleichung), den man dann dem terrestrischen RETrig-Block gegenüberzustellen bzw. mit diesem zu vereinigen hat. Allerdings muß man hierbei (innerhalb des Doppler-Blockes) noch kleine Unterschiedlichkeiten in Translation, Rotation und Maßstab (als bias-Parameter) zwischen den einzelnen Kampagnen in Rechnung stellen, die aber vor der Bildung des Block-Ergebnisses (in Form eines reduzierten Normalgleichungssystems) zu eliminieren sind.

5.2 GEOIDUNDULATIONEN

Wegen der großen Unsicherheiten in den Geoidundulationen, insbes. in Nordnorwegen oder in Sizilien, wird der Verschmelzungsprozeß so durchgeführt, daß keinerlei Geoidundulationen und terrestrisch bestimmte Höhen verwendet werden. Das ist der Grund, weshalb bei den Verbindungsunbekannten nur Breiten und Längen, nicht aber die Höhen mitzuführen sind; vgl. dagegen PETERSEN (1974) und in ŚWIĄTEK (1984), wo auch die Höhen in Betracht gezogen werden.

5.3 RAUMSTRECKEN

Man könnte daran denken, als erstes aus den Dopplerkoordinatenwerten die Raumstrecken zwischen den Dopplerpunkten zu berechnen und mit diesen - unter Benutzung der Dopplerhöhen h_D - in die RETrig-Ausgleichung einzutreten. Eine solche Vorgehensweise, das gemessene Dopplersystem in lauter Einzelstrecken aufzulösen und mit diesen Elementen als neuen Bausteinen das Netz zu synthetisieren (nämlich bei der Verschmelzung mit dem terrestrischen Netz), birgt aber die Gefahr in sich, daß bei unzweckmäßiger Streckenauswahl dann die großregionalen systematischen Deformationen nicht mehr signifikant erkannt werden können, weil nur noch die streckenweisen Teilbeträge erscheinen, die dann zu meist in ihren eigenen Standardabweichungen untergehen.

5.4 ALGEBRAISCHE ELIMINATION DER HÖHENUNBEKANNTEN

Hat man die erwähnten reduzierten Block-Normalgleichungen zunächst mit äquatorialen Koordinaten X, Y, Z aufgestellt, wobei als Unbekannte die Änderungen $\delta\gamma$ der Transformationsparameter γ und die Änderungen $\delta X, \delta Y, \delta Z$ der Stationskoordinaten auftreten, so wandle man die zuletzt genannten (vermittels Multiplikation mit einer Drehmatrix) in horizontal-vertikale Unbekannte um, von denen man sogleich numerisch die Höhenunbekannten δh (neben den $\delta\gamma$) eliminiere, so daß nur noch ein reduziertes System für die Lage-Unbekannten $\delta B, \delta L$ übrigbleibt. Dessen Vereinigung mit dem reduzierten Normalgleichungssystem des terrestrischen RETrig-Netzes liefert - nach entsprechender Standardisierung - die Normalgleichungen des verschmolzenen Systems, aus dem man schließlich die gesuchten Unbekannten erhält.

5.5 GEOMETRISCHE ELIMINATION DER HÖHENUNBEKANNTEN

Man kann, statt wie in 5.4, auch so verfahren, daß man aus den auf ED79 transformierten Dopplerkoordinaten ($= \bar{X}_D, \bar{Y}_D, \bar{Z}_D$) nur die zugehörigen ellipsoidischen Breiten \bar{B}_D und Längen \bar{L}_D berechnet und mit diesen (als korrelierte Beobachtungen) das

Doppler-Blocksystem aufstellt. Wegen der offensichtlichen Zweidimensionalität kommt man hierbei aber mit einer geringeren Anzahl von bias-Parametern $\delta\gamma$ aus.

Je kleiner das Gebiet ist, das die Dopplerpunkte aufspannen, umso weniger signifikant ergeben sich die $\delta\gamma$. Die Maßstabsänderung Δ geht voll nur in die (hier fortgelassenen) Höhengleichungen ein, in die \bar{B}_D jedoch nur mit einem verschwindenden ellipsoidischen Faktor (und in die \bar{L}_D überhaupt nicht). Daher kommt Δ hier als bias-Parameter nicht in Frage, so daß in der Regel nur 3 bias-Parameter zu bestimmen sind, was als ein Vorzug der geometrischen Methode angesehen werden kann. Da hinterher, im 3. Schritt, noch die Rücktransformation in das geozentrische System durchgeführt wird, so werden die definierten \underline{y} erst in diesem Rechenschritt bestimmt. Die im Zusammenhang mit der Verschmelzung bestimmten $\delta\underline{y}$ sind für die endgültige Lagerung bedeutungslos, sie haben mit der optimalen Anpassung der Dopplermessungen an das terrestrische System (Verschmelzung) ihre Rolle ausgespielt.

Hierin zeigt sich zugleich der Sinn der vorgeschlagenen Dreischritt-Lösung: daß die restlichen Parameter-Änderungen möglichst klein werden und damit auch evt. Linearisierungsreste beim Taylorisieren.

5.6 AUSTAUSCH VON DREHPARAMETERN

Seitherige Versuche haben bestätigt, daß von den bias-Parametern γ die Rotationen $\delta\varepsilon_x$, $\delta\varepsilon_y$, $\delta\varepsilon_z$ (um die äquatorialen Achsen X, Y, Z) ziemlich stark miteinander korreliert sind, so daß die Frage ihrer ausreichenden Trennbarkeit auftaucht. Das läßt sich beheben, indem man von den $|\delta\varepsilon_x, \delta\varepsilon_y, \delta\varepsilon_z|' = \delta\underline{\varepsilon}$ auf die kleinen Drehwinkel $|\delta\beta_x, \delta\beta_y, \delta\beta_h|' = \delta\underline{\beta}_0$ (um die Nordsüd- und Ostwestachse, bzw. um die ellipsoidische Flächennormale in einem ausgewählten Zentralpunkt P_0) übergeht, ausgedrückt durch

$$\delta\underline{\varepsilon} = \underline{F} \delta\underline{\beta}_0 \quad , \quad \text{oder} \quad \delta\underline{\beta}_0 = \underline{F}' \delta\underline{\varepsilon} \quad , \quad \text{vgl. WOLF (1982)}$$

Diese Relation kann entweder nur numerisch nach Erhalt der Zahlenwerte von $\delta\underline{\epsilon}$ benutzt werden oder man substituiert damit in den Ausgangsgleichungen die $\delta\underline{\epsilon}$ (innerhalb von $\delta\underline{\gamma}$), - ein bloßer Parametertausch, vgl. WOLF (1982).

6. VERGLEICH MIT DEM FÜR DAS AMERIKANISCHE NETZ VORGESCHLAGENEN VERFAHREN

Folgt man den Darlegungen von VINCENTY (1982), so ergeben sich die folgenden Unterschiedlichkeiten gegenüber dem hier vorgeschlagenen Verfahren:

- a) Die Ausgleichung wird dort im geozentrischen System durchgeführt. Dies bedeutet, daß dort vor Beginn der Ausgleichung zunächst (für die Gewinnung der Ausgangskordinaten) die Gesamtheit aller trigonometrischen Punkte in das geozentrische Doppler-System transformiert werden muß. Hier dagegen bedarf es zur Verschmelzung nur einer anfänglichen Transformation der wenigen Doppelpunkte.
- b) Das terrestrische Netz wird dort - in den 7 äußeren Transformationsparametern - beweglich gehalten, d.h. es erfährt eine kleine Maßstabsänderung, eine Verschiebung und eine kleine Verdrehung. Dies erfordert, daß in den Fehlergleichungen für die terrestrischen Messungen noch Glieder mit der Maßstabsänderung (so bei den Strecken) und mit den Rotationsparametern $\delta\epsilon_x, \delta\epsilon_y, \delta\epsilon_z$ (so bei Azimuten) auftreten. Hier dagegen verbleibt während des Verschmelzungsvorganges das terrestrische Netz fest, solche Zusatzglieder in den terrestrischen Fehlergleichungen entfallen vollständig. (Dafür wird das fertige Netz als Ganzes im 3. Schritt auf die geozentrische Lagerung bzw. globale Orientierung hingerückt.)

LITERATUR

- EHLERT, D.: *Die Diagnoseausgleichung 1980 des Deutschen Hauptdreiecksnetzes, IV. Netzausgleichung*. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Reihe B: Angewandte Geodäsie, Heft Nr. 267, Teil III, Frankfurt am Main 1984
- HORNIK, H.: *The Effect of the Variation of the Design in a Large Network, Shown for Block D of RETrig*. Proceedings of the International Symposium on Geodetic Networks and Computations of the International Association of Geodesy, Munich, August 31 to September 5, 1981. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Reihe B: Angewandte Geodäsie, Heft Nr. 258/V, 175-187, München 1982
- KOCH, K.R.: *Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen*. Dümmlerbuch 7892, Ferd. Dümmlers Verlag, Bonn, 1980
- KOUBA, J.: *Reduction of Doppler Satellite Data, Observed in Canada*. Proceedings of the International Symposium on Problems Related to the Redefinition of North American Geodetic Networks, held at the University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada, May 20 to 25, 1974. The Canadian Surveyor, Vol. 28, No. 5, 480-486, 1974
- PETERSON, A.E.: *Merging of the Canadian Triangulation Network with the 1973 Doppler Satellite Data*. Proceedings of the International Symposium on Problems Related to the Redefinition of North American Geodetic Networks, held at the University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada, May 20 to 25, 1974. The Canadian Surveyor, Vol. 28, No. 5, 487-495, 1974
- ŚWIĄTEK, K.: *Anwendung von Doppler-Satellitenmessungen zur Genauigkeitsverbesserung geodätischer Netze*. Zeitschrift für Vermessungswesen 109, 65-75, 1984
- VINCENY, T.: *Methods of Adjusting Space Systems Data and Terrestrial Measurements*. Bulletin Géodésique 56, 231-241, 1982
- WOLF, H.: *Minutes of the Combining Procedure of Doppler Observations with the RETrig's Phase III*. Report on the Symposium of the IAG Subcommittee for the New Adjustment of the European Triangulation, held in London from 11 to 14 May, 1981, and the Working Session, held in Munich on 2 September, 1981. International Association of Geodesy, Section I, Networks, Subcommittee for the New Adjustment of the European Triangulation (RETrig), Publication No. 14, 212-221, München 1982

SATELLITEN-DOPPLERMESSUNGEN IM DEUTSCHEN HAUPTDREIECKSNETZ

von

Günter SEEBER
Institut für Erdmessung
Universität Hannover
Nienburger Str. 5
D-3000 Hannover 1

und

Hermann SEEGER
Geodätisches Institut
Universität Bonn
Nußallee 17
D-5300 Bonn 1

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird über zwei Beispiele von Satelliten-Dopplermessungen im Deutschen Hauptdreiecksnetz berichtet. Im Projekt NIEDOC 81 wurde auf 8 Stationen vorrangig in Niedersachsen und im Projekt RPDOC 83 auf 10 Stationen vorrangig in Rheinland-Pfalz beobachtet. Die Ergebnisse werden vorgestellt und diskutiert.

ABSTRACT

Two Doppler-Projects are presented. In the state Niedersachsen (NIEDOC 81) 8 stations of the German fundamental network were selected and Doppler observations were carried out simultaneously. In the state Rheinland-Pfalz (RPDOC 83) this was done for 10 stations. The results are discussed and compared with the terrestrial network.

1. DIE NIEDERSÄCHSISCHE DOPPLERKAMPAGNE NIEDOC 81

1.1 ALLGEMEINES

Die Dopplerkampagne NIEDOC 81 wurde vom 26.10. - 6.11.1981 als gemeinsames Vorhaben der Universität Hannover und des Niedersächsischen Landesvermessungsamtes durchgeführt. Hauptziele waren dabei:

- a) Untersuchung der gegenwärtigen Leistungsfähigkeit des Navy Navigation Satellite System für die Positionsbestimmung unter kontrollierten Bedingungen in einem Vergleichsnetz mittlerer Größe,
- b) Untersuchung der Übereinstimmung eines modernen terrestrischen Kontrollnetzes mit Weltraummethoden,
- c) Bestimmung von Transformationsparametern zwischen Satellitendatum und terrestrischem Datum für das Untersuchungsgebiet,
- d) Bestimmung eines sehr genauen Basissatzes von Dopplerkoordinaten für wissenschaftliche Zwecke wie z.B. Vergleiche und Kombination mit terrestrischen geodätischen Daten und ggf. spätere Wiederholungsbeobachtungen mit anderen Methoden.

Mit dem Niedersächsischen Hauptdreiecksnetz steht ein Vergleichsnetz von hervorragender Qualität zur Verfügung. Seit 1955 wurde das gesamte Netz 1. und 2. Ordnung neu beobachtet, wobei neben ergänzenden Winkel- und Richtungsbeobachtungen insgesamt rund 17.000 Streckenmessungen vorgenommen wurden. Die resultierende Netzkonfiguration ist zusammen mit den Dopplerstationen in Abb. 1 dargestellt. Eine freie Netzausgleichung mit allen Triangulations- und Trilaterationsbeobachtungen führte zu mittleren Koordinatenfehlern von $\pm 0.02 \dots 0.04$ m. Die mittleren Fehler der ausgeglichenen Entfernungen zwischen den NIEDOC 81 Stationen sind ebenfalls in Abb. 1 angegeben und entsprechen einer relativen Genauigkeit von $1 \cdot 10^{-6}$ bis $1 \cdot 10^{-7}$ (AUGATH 1976, EGGE u.a. 1983). Ellipsoidische Höhen wurden durch Addition der Höhen über N.N. mit Geoidundulationen nach LELGEMANN (1981) erzeugt. Der mittlere Fehler kann hier mit ± 0.15 m abgeschätzt werden.

1.2 DOPPLER-BEOBACHTUNGEN UND AUSWERTUNG

Für die Dopplerbeobachtungen standen acht Geräte zur Verfügung, so daß simultan auf acht Stationen gemessen werden konnte (Abb. 1). Die Stationsbezeichnungen und Gerätverteilung sind der Tabelle 1 zu entnehmen. Neben

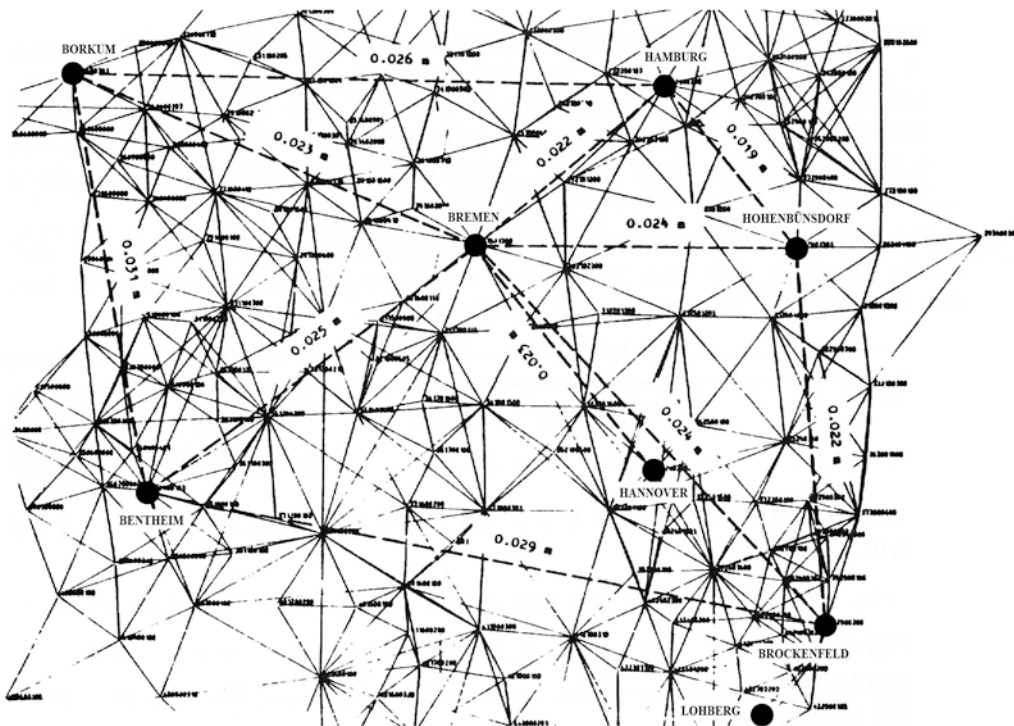


Abb. 1: NIEDOC 81 Stationen im horizontalen Grundlagentnetz von Niedersachsen

den drei Dopplerempfangsanlagen des Instituts für Erdmessung der Universität Hannover kamen Geräte der folgenden Institutionen zum Einsatz

- Technische Universität Delft, Afdeling der Geodesie, Niederlande,
- Rijkswaterstaat, Den Haag, Niederlande,
- Alfred-Wegener-Institut für Polarforschung, Bremerhaven,
- Geodätisches Institut, Universität Bonn.

Den beteiligten Instituten sei auch an dieser Stelle für ihre Bereitschaft gedankt, das Vorhaben zu unterstützen.

Sta.No.	Abkürzung	Name	Gerätetyp
1	BOR	Borkum	MX 1502
2	HBG	Hamburg	MX 1502
3	BRM	Bremen	CMA-761
4	HHB	Hohenbünstorf	CMA-761
5	HAN	Hannover	MX 1502
6	BTM	Bentheim	CMA-751
7	BRO	Brockenfeld	CMA-751
8	LOH	Lohberg	CMA-751

Tab. 1:

NIEDOC 81 Stationen

Die Auswertung der Dopplerbeobachtungen erfolgte mit dem Programmsystem GEODOP V (KOUBA 1982). Diese Version verfügt u.a. über die Option eines Short Arc Ansatzes. Weiterhin können bis zu vier Stationsparameter eingeführt werden. Für die Auswertungen standen neben den Broadcast- auch die Precise Ephemeris zur Verfügung. Tabelle 2 gibt die gewählten Parameter und Optionen für vier verschiedene Lösungen an.

Die mittleren Koordinatenfehler der Dopplerlösungen variieren zwischen ± 0.35 bis ± 0.40 m für die Short Arc Ansätze und zwischen ± 0.15 bis ± 0.20 m für die Berechnung mit präzisen Ephemeriden.

	Solution 1	Solution 2	Solution 3	Solution 4
Orbit	Short Arc	Short Arc	Precise Ephemeris	Precise Ephemeris
Orbit constraints (m) ($d_a, d_M, d_l, d_{\Omega}, d_e, d_{\omega}$)	5 7 5 5 5 5	5 7 5 5 5 5	1 2 1 1 1 1	1 2 1 1 1 1
Higher Order ionospheric re-fraction correction	yes	no	no	yes
Min. No. of simultaneous stations observing	3	3	2	2
No. of Accepted Passes	308	308	126	126

Tab. 2: Parameter und Optionen für vier GEODOP V Lösungen

1.3 VERGLEICH MIT TERRESTRISCHEN KOORDINATEN

Die Ergebnisse der vier Dopplerlösungen wurden mit einer dreidimensionalen Helmerttransformation (7 Parameter) auf die terrestrischen Koordinaten transformiert. Die Transformationsparameter selbst sind wegen der geringen Ausdehnung des Arbeitsgebietes zum Teil hoch miteinander korreliert und haben deshalb nur geringe geometrische Aussagekraft. Vor allem dürfen aus einem Vergleich mit Parametern aus anderen Gebieten keine Rückschlüsse gezogen werden. Als Gesamtheit beschreiben sie aber die Beziehungen zwischen Satellitenkoordinaten und terrestrischen Koordinaten für den vorliegenden Fall mit genügender Genauigkeit. Die Residuen nach diesen Transformationen sind in Tabelle 3 dargestellt und vermitteln einen Eindruck von der erzielten Genauigkeit im Dopplernetz.

Weitere Hinweise auf die Qualität der Dopplerbeobachtungen findet man, wenn die Zweipunktfunktionen Schrägstrecke, Höhendifferenz und Azimut sowohl aus Koordinaten des Dopplernetzes als auch des terrestrischen Netzes gerechnet und miteinander verglichen werden. Als Mittelwerte der Abweichungen (terrestrisch - Doppler) ergeben sich für die vier Lösungen

Lösung	Short Arc		Precise	
	1	2	3	4
Schrägstrecken	± 0.31 m	± 0.34 m	± 0.21 m	± 0.33 m
Ellipsoidische Höhendifferenzen	± 0.12 m	± 0.16 m	± 0.13 m	± 0.11 m
Azimute	± 1.36 "	± 1.47 "	± 0.32 "	± 0.49 "

Es fällt auf, daß die Höhendifferenzen besser übereinstimmen als die Schrägstrecken. Insgesamt zeigt Lösung 3, d.h. die Verwendung präziser Ephemeriden ohne ionosphärische Korrektur höherer Ordnung die besten Ergebnisse. Es soll noch mitgeteilt werden, daß die Detailuntersuchungen bei den Schrägstrecken und Höhendifferenzen keine signifikanten Unterschiede zwischen kurzen (30 km) und langen (350 km) Strecken erkennen lassen. Lediglich bei den Azimuten wird die Genauigkeit bei längeren Distanzen naturgemäß höher (EGGE u.a. 1983).

SOLUTION 1					SOLUTION 3				
Station	North	East	Height		Station	North	East	Height	
1 BOR	.09	-.01	.03		1 BOR	-.02	.05	.04	
2 HBG	.02	.03	-.04		2 HBG	.32	-.01	-.06	
3 BRM	.07	-.15	-.16		3 BRM	.03	-.12	-.13	
4 HHB	-.16	-.16	.13		4 HHB	-.15	.10	.12	
5 HAN	-.17	.01	.05		5 HAN	-.10	.15	.10	
6 BIM	.01	.07	.05		6 BIM	-.16	.12	.00	
7 BRO	.03	.67	-.04		7 BRO	.15	-.21	-.11	
8 LOH	.12	-.47	-.01		8 LOH	-.06	-.07	.03	

SOLUTION 2					SOLUTION 4				
Station	North	East	Height		Station	North	East	Height	
1 BOR	.00	-.10	.03		1 BOR	.05	.06	-.02	
2 HBG	-.10	.10	-.07		2 HBG	.37	-.02	-.01	
3 BRM	.03	-.13	-.17		3 BRM	.10	-.19	-.09	
4 HHB	-.22	.00	.14		4 HHB	-.24	.04	.14	
5 HAN	-.09	-.02	.15		5 HAN	-.29	.22	-.04	
6 BIM	.15	-.04	.02		6 BIM	-.19	.17	.07	
7 BRO	-.04	.68	-.12		7 BRO	.40	-.16	-.07	
8 LOH	.29	-.49	.01		8 LOH	-.20	-.11	.02	

Tab. 3: Residuen nach der dreidimensionalen Helmert Transformation

1.4 KOMBINATIONSLÖSUNG

Beide Sätze kartesischer Koordinaten wurden zusammen mit den zugehörigen Varianz-Kovarianzmatrizen einer gemeinsamen Ausgleichung zugeführt. Entsprechend den a priori Gewichten konnte ein Beitrag der Dopplermessungen für die Lagekoordinaten des terrestrischen Netzes nicht erwartet werden. Die mittleren Fehler der Nord- und Ostkomponenten bleiben unverändert bei etwa ± 0.04 m. Es zeigt sich jedoch, daß die a priori angenommene Genauigkeit der ellipsoidischen Höhen von ± 0.15 m durch die Hinzunahme von Dopplerbeobachtungen auf $\pm 0.10 \dots 0.12$ m verbessert wird. Dies macht deutlich, daß in Gebieten mit weniger genauen Geoidinformationen eine erhebliche Verbesserung der Höhenkomponenten durch Dopplermessungen erwartet werden kann. Weitergehende Untersuchungen mit einer unabhängigen Ausgleichung sämtlicher verfügbaren Daten zeigten außerdem (BÄUMKER 1984), daß durch die Hinzunahme der Dopplerbeobachtungen die bisher durch astronomische Azimute gegebene Orientierungsgenauigkeit des Gesamtnetzes ganz erheblich verbessert wird.

1.5 SCHLUSSFOLGERUNGEN

Die im Rahmen des NIEDOC 81 Projektes durchgeführten Satelliten-Dopplermessungen im niedersächsischen Teil des Deutschen Hauptdreiecksnetzes haben die hohe Leistungsfähigkeit dieses Meßverfahrens für die Grundlagenvermessung deutlich gemacht. Im Vergleich zu dem mit $\pm 0.03 \dots 0.04$ m nahezu fehlerfreien großflächigen terrestrischen Lagenetz konnte eine Genauigkeit von $\pm 0.15 \dots 0.20$ m für das Dopplernetz nachgewiesen werden. Dies ist für viele Länder mit bislang unzureichenden geodätischen Grundlagen eine völlig ausreichende und zukunftsweisende Genauigkeit für die Grundlagenvermessung.

Eine Verbesserung des terrestrischen niedersächsischen Hauptdreiecksnetzes war nicht zu erwarten. Es konnte aber nachgewiesen werden, daß ein Beitrag zur Verbesserung der ellipsoidischen Höhen sowie zur Netzorientierung geleistet werden kann.

1.6 LITERATUR

- AUGATH, W.: Untersuchungen zum Aufbau geodätischer Lagenetze. Wiss. Arb. Fachr. Vermessungswesen Univ. Hannover, Nr. 72, 1976
- BÄUMKER, M.: Zur dreidimensionalen Ausgleichung von terrestrischen und Satellitenbeobachtungen. Wiss. Arb. Fachr. Vermessungswesen Univ. Hannover, Nr. 130, 1984

- EGGE, D., SCHENKE, H.W., SEEBER, G., AUGATH, W.: The NIEDOC 81 Doppler Campaign - GEODOP V Short Arc Results. Paper presented to the XVIII IUGG General Assembly, Hamburg 1983
- KOUBA, J.: GEODOP V - Geodetic Doppler Positioning Program (Version V). Preliminary Report. Unpublished, Ottawa 1982
- LELGEMANN, D., EHLERT, D., HAUCK, H.: Eine astrogravimetrische Berechnung des Quasigeoids für die Bundesrepublik Deutschland. DGK A, Nr. 92, 1981

2. DIE RHEINLAND-PFÄLZISCHE DOPPLERMESSKAMPAGNE RPDOC'83

2.1 ZIELSETZUNG

Im Verlauf der vergangenen 10 Jahre konnte mit Hilfe einer Reihe von Dopplermeßkampagnen gezeigt werden, daß bei gleichzeitigem Einsatz mehrerer Empfänger durchaus Dezimetergenauigkeiten für Gebiete von einigen hundert Kilometer Ausdehnung zu erreichen sind. Ausgehend von solchen Erfahrungen wurde 1983 zwischen dem Landesvermessungsamt Rheinland-Pfalz in Koblenz und dem Geodätischen Institut der Universität Bonn eine weitere Beobachtungskampagne dieser Art vereinbart, über die ein übergeordnetes System von Dopplerpositionen für das Gebiet des Landes Rheinland-Pfalz bereitgestellt werden sollte. Ziele dieses Vorhabens (= RPDOC'83) waren

- eine unabhängige Überprüfung von Maßstab und Orientierung des rheinland-pfälzischen Anteils des DHDN;
- die Ableitung eines optimalen Satzes von Transformationsparametern zwischen den NNSS-Referenzsystemen NSWC9Z-2 sowie BCE und dem Hauptdreiecksnetz für das Gebiet des Landes Rheinland-Pfalz;
- die unabhängige Bestimmung der Geoidundulationen in einigen diskreten Punkten;
- ein Versuch, zur Aufdeckung eventueller Netzspannungen im Bereich des nördlichen Oberrheingrabens beizutragen.

Im Hinblick auf offenbar gegebene niederfrequente systematische Schwankungen einiger Parameter der Doppler-Referenzsysteme erwies sich die Einbeziehung einiger DÖDOC-Stationen als zweckmäßig, über die alsdann eine Zusammenführung der jeweils abgeleiteten Ergebnisse möglich wird.

Die rheinland-pfälzische Dopplerkampagne RPDOC'83 ist eine Gemeinschaftsarbeit des Landesvermessungsamtes Rheinland-Pfalz, Koblenz, und des Geodätischen Institutes der Universität Bonn. Die Vorbereitung der Kampagne sowie die Durchführung der Dopplermessungen wurden gemeinsam ausgeführt. Die Universität Bonn übernahm die Vermittlung der Dopplerempfänger anderer Hochschulen sowie die Auswertung der Dopplerbeobachtungen während dem Landesvermessungsamt Rheinland-Pfalz die allgemeine Organisation und die Bestimmung der Zentrierelemente der in der Regel exzentrischen Beobachtungspunkte oblag.

2.2 AUSWAHL DER STATIONEN UND DURCHFÜHRUNG DER DOPPLERMESSUNGEN

Aus der oben skizzierten Zielsetzung von RPDOC'83 resultiert zwangsläufig eine besondere Verteilung der Beobachtungsstationen. Überall dort, wo es allein um die Bestimmung der Transformationsparameter sowie um eine Maßstabs- und Orientierungskontrolle ging, war ein möglichst großräumiges Netz von Dopplerstationen anzustreben. Im Bereich des Oberrheingrabens dagegen galt es, eine engere Verdichtung zu realisieren. Weitere Randbedingungen erwuchsen aus der Anzahl der verfügbaren Empfänger und aus der gewünschten Einbeziehung von drei DÖDOC-Stationen. Die auf der Grundlage dieser Gegebenheiten ausgewählte Stationsverteilung ist in Abb. 2 skizziert.

Die eigentlichen Dopplermessungen haben vom 18.08. bis zum 26.08.83 stattgefunden (jeweils 14 Uhr MEZ); dabei wurden die Signale aller fünf seinerzeit einsatzbereiten Satelliten registriert (30 120, 30 140, 30 190, 30 200 und 30 480). Alle neun Feldstationen konnten mit Empfängern des Typs Magnavox MX 1502 ausgerüstet werden; lediglich auf der ebenfalls einbezogenen Referenzstation Wettzell mußte ein Canadian Marconi CMA-722B benutzt werden. Tabelle 4 enthält eine Auflistung der eingesetzten Geräte und der beteiligten Stationen.

RPDOC 83

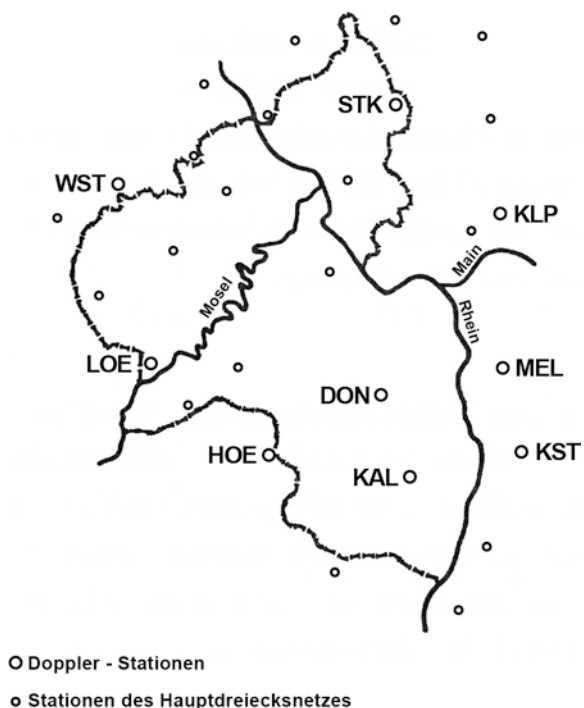


Abb. 2

Station	Empfänger			Beobachter	
	Typ	Ser.-Nr.	Eig-ner		
Emmerzhausen, Stegskopf	5214 STK	MX 1502	181	HSBW	Kähne, HSBw
Losheim, Weißer Stein	5504 WST	MX 1502	170	HSBW	Schön, LVARP
Trier-Euren, Loeberg	6205 LOE	MX 1502	234	ETH	Volk, LVARP
Auerbach, Melibocus	6217 MEL	MX 1502	83	BN	Hasch, BN
Dannenfels, Donnersberg	6313 DON	MX 1502	305	BLN	Scharfe, BLN
Heidelberg, Königstuhl	6518 KST	MX 1502	140	ETH	Schneider, LVARP
Maikammer, Kalmit	6614 KAL	MX 1502	164	STGT	Bauer, LVARP
Fürth, Höcherberg	6609 HOE	MX 1502	104	TRS	Marchesini, TRS
Kloppenheim	5718 KLP	MX 1502	18	TRS	Müller, IFAG
Wettzell	6843 WTZ	CMA722B	111	IFAG	SFB78/IFAG

Bezeichnungen: HSBW - Hochschule der Bundeswehr München; STGT - Universität Stuttgart; BN - Universität Bonn; BLN - Technische Universität Berlin; ETH - Eidgenössische Technische Hochschule Zürich; TRS - Universität Triest; LVARP - Landesvermessungsamt Rheinland-Pfalz; IFAG - Institut für Angewandte Geodäsie, Frankfurt.

Tabelle 4: Zusammenstellung der eingesetzten Empfänger und der beteiligten Stationen

2.3 ZUR AUSWERTUNG DER DOPPLERMESSUNGEN

Die auf Magnetbandkassetten registrierten Beobachtungsergebnisse der Magnavox-Empfänger wurden auf einen MINC-11 Rechner des Instituts für Theoretische Geodäsie übertragen und alsdann über eine Remote Job Entry (RJE) - Verbindung der IBM 3081 des Regionalen Hochschulrechnerzentrums (RHRZ) zugeführt. Die in Wettzell gesammelten Daten waren bereits am IfAG in Frankfurt entsprechend aufbereitet worden und standen auf Computer-Magnetband zur Verfügung.

Für die Auswertung von Dopplermessungen wird am RHRZ in Bonn das Programmsystem GEODOP benutzt. Für die Bearbeitung der RPDOC'83-Daten ist sowohl die Programmversion III, mit der die DÖDOC Berechnungen ausgeführt worden sind (SCHLÜTER u. PESEC 1982; KOUBA u. BOAL 1975), als auch die neueste GEODOP V Version (KOUBA 1982) herangezogen worden. Ziel dieser doppelten Berechnung war es, durch Umstellung auf eine andere Programmfassung bedingte Inkonsistenzen gegenüber den DÖDOC-Resultaten zu vermeiden und bei der Auswertung dennoch die höchstmögliche Genauigkeit anzustreben.

Mit jeweils beiden Programmversionen sind insgesamt folgende Lösungen abgeleitet worden:

- a) mit den Broadcast Ephemeris (BCE)
 - Einzelpunktlösungen für alle Stationen (BCE-SP),
 - Multipunktlösungen für das gesamte Stationsnetz (BCE-MP),

- b) mit den Precise Ephemeris (PE)
 - Einzelpunktlösungen für alle Stationen (PE-SP)
 - und
 - eine Multilösung für das Gesamtnetz (PE-MP).

Die Einzelpunktlösungen dienten insbesondere der Bestimmung guter Näherungskordinaten sowie der empfangertypischen Kenngrößen wie Frequenzablage, Frequenzdrift und der Güte der

eigentlichen Meßgrößen zur Festlegung der Empfängergewichtung. In die beiden MP-Lösungen sind daraufhin die in Tabelle 5 zusammengestellten Optionen eingeführt worden.

Trop. Refraktion:	Black/Hopfield	(Hopfield)
Ion. Refraktion:	1. + 3. Ordnung	(1. Ordnung)
BCE-Bahndarstellung		
mit Tschebyschew Polynom:	BCE + Erdmodell GEM9	
(geglättete BCE)		
Min. Höhenwinkel i.d. Kulmination:	15.0	
Min. Höhenwinkel für Counts:	7.5	
Stochastischer Ansatz:	große Halbachse a	± 7m
	(entlang d. Bahn:	± 26m)
	(quer zur Bahn):	± 5m)
	(senkrecht zur	
	Bahnebene:	± 10m)
für die Bahn:	Mittlere Anomalie M	± 10m
	Inklination i	± 7m
	Rektaszension	± 7m
	Exzentrizität	± 7m
	Arg. d. Perigäums	± 7m

Tabelle 5: Optionen zur GEODOP V BCE-Multipunkt-lösung (in Klammern sind die entsprechenden Größen für GEODOP III angegeben).

2.4 VERGLEICH DER DOPPLERERERGEBNISSE MIT DEN DATEN DER LANDES- VERMESSUNG

Im Hinblick auf die wesentlich größere Stabilität und Genauigkeit der Bahnparameter werden hier allein die Transformationsparameter zwischen dem System der Precise Ephemeris und dem DHDN angegeben. Dabei wird aus Kompatibilitätsgründen die

GEODOP III-Lösung benutzt; allerdings haben sich bei RPDOC'83 keine signifikanten Unterschiede zwischen den Ergebnisse beider Programmversionen ergeben. Für die angestrebte Überprüfung von Maßstab und Orientierung des Hauptdreiecksnetzes, für die Bestimmung von Geoidhöhen und für die angestrebte Aufdeckung eventueller Netzspannungen war allerdings die (BCE-MP)-Lösung mit GEODOP V vorzuziehen, da in sie Beobachtungen nach 5 Satelliten (an Stelle von 2 bei den PE-Modellen) eingeflossen sind.

Bei der Dopplerpositionsbestimmung ist auch heute noch die Festlegung des Antennenphasenzentrums insbesondere hinsichtlich der Höhe problematisch. Zur Ermittlung systematischer Einflüsse dieser Art haben daher in den vergangenen Jahren regelmäßig sogenannte Vergleichskampagnen stattgefunden, die von HEYER et. al. (1983) sorgfältig ausgewertet worden sind. Hierbei ergaben sich Korrekturen gegenüber den Firmenangaben von + 17 cm bis - 33 cm, nach deren Berücksichtigung sich das Transformationsergebnis wesentlich verbessert hat.

Für einen Vergleich mit terrestrischen Ergebnissen bieten sich insbesondere folgende Daten an:

- die Koordinaten des sogenannten Gebrauchsnetzes (DHDN),
- die Ergebnisse der RETrig-Lösung, Phase II (ED79),
- die endgültigen Koordinaten der Diagnoseausgleichung des DHDN.

In jedem Fall sind - wenn wie hier das Verfahren der 7-Parameter-Transformation genutzt werden soll - vorab aus den sphäroidisch-orthometrischen Höhen der Landesvermessung unter Einbeziehung optimaler Geoidhöhen die entsprechenden ellipsoidischen Höhen abzuleiten.

Für die Hauptdreiecksnetzpunkte MEL, DON, KAL und KST beiderseits des Oberrheingrabens stehen bis heute lediglich trigonometrisch bestimmte Höhen zur Verfügung; alle weiteren Stationen sind über Nivellements an das DHDN angeschlossen. Die jeweils erforderlichen Geoidundulationen sind mit Hilfe der von

LELGEMANN et. al. (1981) publizierten Modelle abgeleitet worden; als Standardabweichung werden für die einzelnen Geoidhöhen 0,1 bis 0,2 m geschätzt.

Da die Differenzen zwischen den DHDN- und den Diagnoseausgleichungskoordinaten im Bereich der RPDOC'83-Stationen außerordentlich gering sind, sollen hier nur Vergleiche mit dem Gebrauchsnetz diskutiert werden.

Tabelle 6 enthält zunächst die Restklaffungen zwischen den DHDN-Koordinaten und der (BCE-MP)-Lösung, wobei 7 Transformationsparameter geschätzt wurden (3 Translationen, 3 Rotationen und Maßstabsunbekannte); zusätzlich enthält Tabelle 6 das σ_0 , die errechnete Maßstabsdifferenz und eine ebenfalls angeleitete Verdrehung in Azimut. Die so bestimmten Restklaffungen sind zusätzlich in Abb. 3 graphisch dargestellt. Außer einer extremen Höhendifferenz für die Station Kalmit ergeben sich keine signifikanten Abweichungen.

Station	Differenzen in cm		
	Ost	Nord	Höhe
STK	-17	1	3
WST	18	- 8	9
LOE	-22	8	- 28
MEL	19	5	- 2
DON	- 5	-39	- 3
KST	-16	13	- 5
KAL *	26	-11	-143
HOE	6	14	28
KLP	17	6	- 1
d(Az)	= 1.58"		
d μ	= 13.6 mm/km		
σ_0	= 0.13 m		

*) Bei der Berechnung der Transformationsparameter nicht berücksichtigt.

Tabelle 6: Ergebnisse einer 7 Parameter-Transformation der DHDN-Koordinaten auf die (BCE-MP)-Lösung

Ausdrücklich darauf hingewiesen sei, daß vor allem die Höhenanpassung durch die Einführung der GEODOP V-Version und der Antennen-Kalibrierungsversuche deutlich verbessert werden konnte. Selbst dort, wo nur trigonometrische Höhen zur Verfügung stehen, ergeben sich Differenzen, die die bekannte Genauigkeit der Dopplerpositionen nicht überschreiten (Ausnahme: Kalmit). Hieraus resultiert letztlich auch eine völlig unabhängige Kontrolle für die eingeführten Geoidundulationen.

Abb. 4 enthält die Raumstreckendifferenzen für einige ausgewählte Netzverbindungen, wobei vorab der als Ergebnis der 7 Parameter-Transformation abgeleitete Maßstabsunterschied von $-13,6$ mm/km angebracht worden ist. Hierbei wird erneut deutlich, daß auf Grund der begrenzten Genauigkeit der Dopplerpositionsbestimmung durchaus Streckendifferenzen von $0,5$ m auftreten können, so daß Untersuchungen für einzelne Hauptdreiecksnetzseiten wenig sinnvoll sind. Der angestrebte Versuch einer Aufdeckung von Netzspannungen im Bereich des Oberrheingrabens mußte daher mißlingen.

Tabelle 7 enthält alsdann die Restklaffungen, die sich nach einer 7 Parameter-Transformation der DHDN-Koordinaten auf die (PE-MP)-Lösung ergeben; hierbei wird deutlich, daß die (BCE-MP)-Lösung offenbar eine höhere innere Stabilität besitzt (σ_0 (BCE) = $\pm 0,13$ m, σ_0 (PE) = $\pm 0,23$ m). Da die PE nur für 2 Satelliten berechnet werden, konnten für die (PE-MP)-Lösung aus den insgesamt beobachteten 160 Satellitendurchgängen nur 48 benutzt werden. Die größere Genauigkeit der Bahndaten reicht offenbar nicht aus, um die geringere Beobachtungsdichte auszugleichen.

Station	Differenzen in cm		
	Ost	Nord	Höhe
STK	- 6	42	5
WST	23	-31	4
LOE	-43	1	-38
MEL	13	-38	-27
DON	- 6	41	-18
KST	8	20	- 5
KAL *	- 1	11	-98
HOE	16	9	58
KLP	- 5	-44	21

$\sigma_0 = 0.23 \text{ m}$

*) Bei der Berechnung der Transformationsparameter nicht berücksichtigt.

Tabelle 7: Restklaffungen nach einer 7 Parameter-Transformation der DHDN-Koordinaten auf die (PE-MP)-Lösung

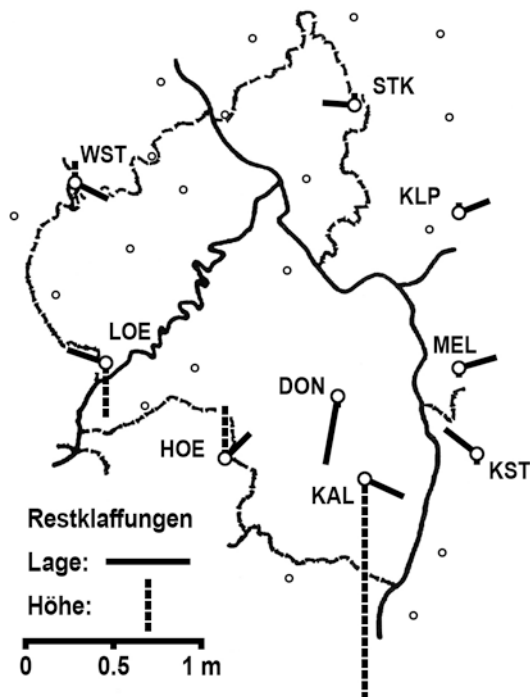


Abb. 3

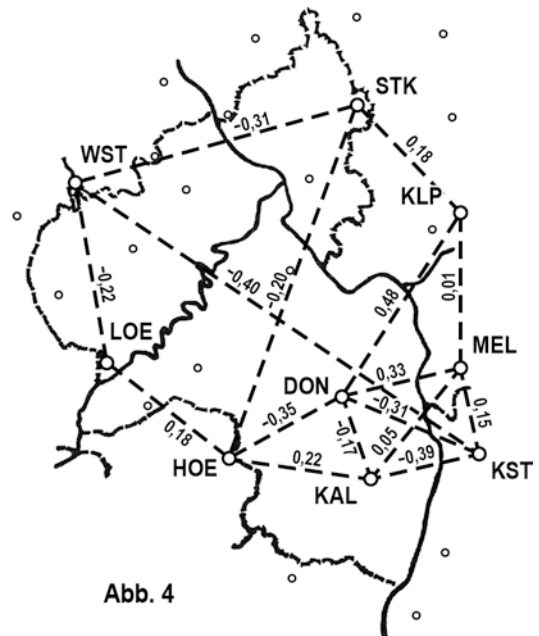


Abb. 4

Als Ergebnis der 7 Parameter-Transformation der DHDN-Koordinaten auf die (PE-MP)-Lösung wurden folgende Transformationsparameter zwischen dem DHDN im Bereich des Landes Rheinland-Pfalz und dem System NSWC9Z-2 abgeleitet:

$$\begin{aligned} dx &= 558,468 \text{ m} \\ dy &= 51,549 \text{ m} \\ dz &= 367,643 \text{ m} \\ \omega_x &= 1,5446 \cdot 10^{-6} \\ \omega_y &= 0,7006 \cdot 10^{-6} \\ \omega_z &= -11,5446 \cdot 10^{-6} \\ d\mu &= + 16,9 \text{ mm/km} \end{aligned}$$

Diese Parameter sollten allerdings nur für das Gebiet des Landes Rheinland-Pfalz genutzt werden; Extrapolationen sind bedingt durch die großräumigen Verbiegungen im DHDN äußerst problematisch.

2.5 LITERATUR

- FREVEL, H. ;
HASCH, B. ;
LOHMAR, F.J. : Die Rheinland-Pfälzische Dopplermeßkam-
pagne RPDOC'83. ZfV 1984, S. 397 - 406.
- FREVEL, H. : Zustand und Erneuerung des TP-Feldes
in Rheinland-Pfalz. Nachrichtenblatt der
Vermessungs- und Katasterverwaltung
Rheinland-Pfalz, Koblenz 1981.
- SCHMIDT, R. ;
EHLERT, D. : Die Diagnoseausgleichung 1980 des
Deutschen Hauptdreiecksnetzes, I.
Problemdarstellung, Richtungen. Deutsche
Geod. Komm., Reihe B, Nr. 262, Frankfurt
1982.
- HENSEL, K. ;
HOTZEL, P. ;
FREVEL, H. : Gemeinschaftsarbeit 1972-74, Maßstabs-
kontrolle des Deutschen Hauptdreiecks-
netzes im rheinhessischen Raum - Elektro-
magnetische Streckenmessungen -.
Deutsche Geod. Komm., Reihe B, Nr. 204,
München 1975.
- SCHMIDT, R. : Die Diagnoseausgleichung 1980 des
Deutschen Hauptdreiecksnetzes, II.
Strecken. Deutsche Geod. Komm., Reihe B,
Nr. 253, Frankfurt 1981.
- SCHLÜTER, W. ;
PESEC, P. : Deutsch-Österreichische Dopplermeßkam-
pagne DÖDOC - Auswertung und Ergebnisse.
Deutsche Geod. Komm., Reihe B, Nr. 260,
Frankfurt 1982.
- KOUBA, J. ;
BOAL, D. : Program GEODOP-Documentation. Canada
Map Office, Survey and Mapping Branch,
Ottawa 1975.
- KOUBA, J. : GEODOP V - Geodetic Doppler Positioning
Program (Version V). Department of
Energy, Mines and Resources,
Earth Physics Branch, Ottawa 1982.
- KOUBA, J. : An Efficient Short-Arc Orbit Computation.
Contribution No. 1034 of the Earth
Physics Branch, Department of Energy,
Mines and Resources.
Veröff. in: Bulletin Géodésique, Nr. 57,
Paris 1983.
- HEYER, K. ;
KRUMM, F.W. ;
MERTEN, H.Ü. : Die Berliner Dopplermeßkampagne
BLNDOP. Diplomarbeit, Universität Bonn,
unveröffentlicht, 1983.

Zur Geoidbestimmung im Alpenraum mit Hilfe von
Dopplermessungen im NNSS
(ALGEDOP)

von
Hermann SEEGER
Geodätisches Institut
Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn
Nußallee 17
D-5300 Bonn 1

ZUSAMMENFASSUNG

Der Bericht umfaßt eine kurze Darstellung der Ziele und des derzeitigen Standes von ALGEDOP, einer über mehrere Jahre geplanten Kampagne zur Bestimmung eines Rasters von Geoidhöhen im Alpenraum mit Hilfe von Dopplerpositionsbestimmungen im US Navy Navigation Satellite System. Detailliert vorgestellt werden dabei insbesondere die Ergebnisse der im Jahre 1982 durchgeführten Beobachtungen.

ABSTRACT

The paper includes a short report on the aims and the present status of ALGEDOP, which is a program scheduled for several years to determine a grid of geoid heights all over the alpine region using Doppler observations within the US Navy Navigation Satellite System. Over that in this report the results of the 1982-Campaign are presented in detail.

1. EINFÜHRUNG

Nachdem sich herausgestellt hatte, daß mit Hilfe von Dopplerpositionsbestimmungen im US Navy Navigation Satellite System durchaus Genauigkeiten im Bereich weniger Dezimeter erreicht werden können, hat Prof. Marussi/Istituto di Geodesia e Geofisica in Triest um 1980 ein Programm zur großräumigen Geoidbestimmung für das Alpen- und Mittelmeergebiet vorgeschlagen, durch das mit Hilfe von Dopplermessungen die Geoidundulationen für ein Raster mit einem Punktabstand von 50 km bestimmt werden sollen (Marchesini, 1981). Mit der Realisierung dieses Vorhabens ist im Juli 1980 begonnen worden, wobei zunächst ein Nord-Süd-Profil zwischen Wettzell und Triest beobachtet wurde (ALGEDOP 80). Mit Hilfe weiterer Kampagnen (ALGEDOP 82, 83 und 84) sowie dem Vorhaben ALGEDOP-EAST (1984) wurde inzwischen erreicht, daß der gesamte Alpenraum von der österreichischen Ostgrenze bis in die östliche Schweiz hinein nunmehr mit einem Raster von Dopplerstationen überzogen ist (siehe Abbildung 1). Im Südosten fehlt lediglich der jugoslawische Anteil. Die bisher durchgeführten ALGEDOP-Kampagnen sind als Gemeinschaftsprojekt folgender Institutionen abgewickelt worden, wobei die Organisation der Feldarbeiten für ALGEDOP 80-82-83 und -84 vom Istituto di Geodesia e Geofisica in Triest und für ALGEDOP-EAST vom Institut für Weltraumforschung der Österreichischen Akademie der Wissenschaften in Graz betreut wurde:

- AGIP, Mailand,
- Geodätisches Institut der Universität Bonn (SFB 78),
- Geodätisches Institut der Universität Stuttgart,
- Hochschule der Bundeswehr, Fachbereich Bauingenieur- und Vermessungswesen, Neubiberg/München,
- Institut für Angewandte Geodäsie (Abteilung II des Deutschen Geodätischen Forschungsinstituts, Frankfurt a. M. (SFB 78),
- Institut für Höhere Geodäsie und Astronomie der Technischen Universität Berlin,
- Institut für Weltraumforschung der Österreichischen Akademie der Wissenschaften (Abteilung Satellitengeodäsie), Graz,
- Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETH-Zürich,

- Istituto Geografico Militare Italiano, Florenz,
- Istituto di Geodesia e Geofisica, Università di Trieste,
- Istituto di Ricerca sulle Onde Elettromagnetiche (I.R.O.E.),
Florenz
- SNAMPROGETTI, Fano,
- Stazione Astronomica Internazionale di Latitudine, Cagliari.

Die Auswertung der vier Sommerkampagnen (1980-82-83-84) wurde bzw. wird im Rahmen von Diplomarbeiten am Geodätischen Institut der Universität Bonn mit Hilfe des in Kanada entwickelten Programmsystems GEODOP durchgeführt (Kouba and Boal, 1975), das auf der IBM 370/168 des Regionalen Hochschulrechenzentrums (RHRZ) der Universität Bonn installiert ist. ALGEDOP-EAST wird am Institut für Weltraumforschung in Graz ausgewertet. Sowohl in Graz als auch in Bonn sind Zweitauswertungen der jeweils federführend am anderen Platz betreuten Kampagnen vorgesehen.

Bei der Dopplerpositionsbestimmung erwachsen vielfach Schwierigkeiten, sobald das elektronische Phasenzentrum der Antenne auch bezüglich der Höhe mit höchstmöglicher Genauigkeit festzulegen ist. Aus diesem Grunde sind die jeweils eingesetzten Geräteausrüstungen vor dem Beginn der eigentlichen Feldmessungen über spezielle Kalibrationskampagnen miteinander verglichen worden; hierbei wurden die betreffenden Empfänger für die Dauer einer Meßkampagne auf relativ engem Raum nebeneinander betrieben. Solche Vergleichsoperationen haben im Juni 1980 auf der Satellitenbeobachtungsstation Wettzell (Schlüter und Lohmar, 1981), im August 1982 in Basovizza bei Triest, im Juli 1983 auf dem Gelände der TH Innsbruck und im Juli 1984 in Zürich (ETH) stattgefunden.

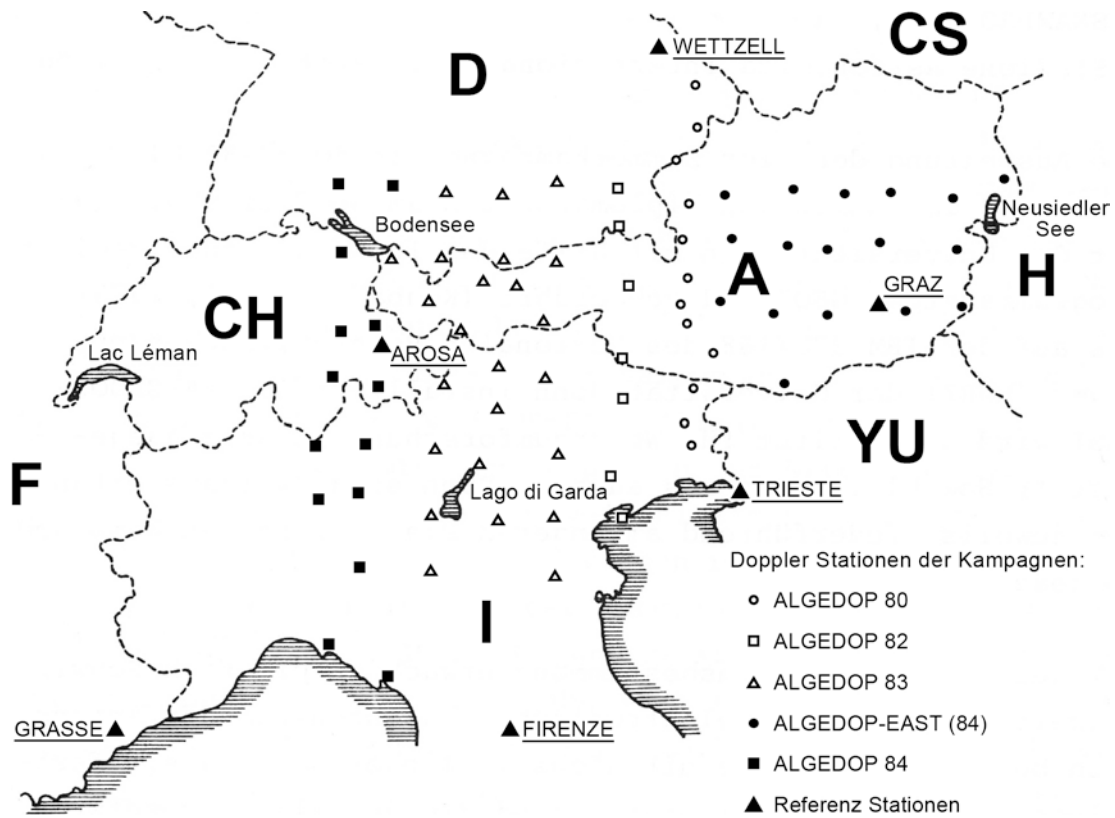


Abb. 1: Übersicht über die Doppler-Stationen der Kampagnen ALGEDOP 1980 - ALGEDOP 1984

2. ZUR DURCHFÜHRUNG DER DOPPLERMESSUNGEN

Das für 1980 (ALGEDOP I) ausgewählte Profil beinhaltet einschließlich der beiden Endpunkte in Wettzell und Triest insgesamt 14 Stationen entlang des 13. Längengrades. Da die Auswertung zunächst nur mit Hilfe der sogenannten Broadcast Ephemeris vorgesehen war, mußte zur Erzielung optimaler Genauigkeitsverhältnisse weitgehend das Verfahren der Translokation bzw. der Mehrpunktbestimmung (multi-station positioning) genutzt werden. Aus diesem Grunde wurden die seinerzeit verfügbaren 2 und zeitweise auch 3 Magnavox MX-1502 Empfänger für einen Zeitraum von jeweils 5 Tagen auf möglichst benachbarten Stationen eingesetzt, wobei gleichzeitig und zusätzlich auch auf folgenden Referenzstationen beobachtet worden ist:

- auf der Satellitenbeobachtungsstation Wettzell mit einem Marconi CMA-722B,
- auf dem Observatorium Lustbühel bei Graz mit einem Marconi CMA-722B und
- auf dem astronomischen Observatorium in Basovicca bei Triest.

Leider ist der in Triest installierte Empfänger bedingt durch einen Gerätefehler während der ersten Phase dieser Kampagne ausgefallen, so daß hier nur an den letzten 11 Tagen registriert werden konnte. Als Ersatz für die in Triest ausgefallenen Beobachtungen wurden Dopplerdaten der Tranetstation in Florenz (I.R.O.E.) bereitgestellt, über die eine weitere südliche Referenzstation einbezogen werden sollte. Diese Daten konnten jedoch bis heute noch nicht genutzt werden, da nur wenige Passagen in Florenz und auf den Profilstationen simultan beobachtet wurden. Einzelheiten über die Verteilung der im Rahmen von ALGEDOP I angefallenen Beobachtungen sind in Bild 2 graphisch dargestellt.

Für das im August 1982 vermessene ALGEDOP II-Profil standen insgesamt 10 Empfänger zur Verfügung (9 Magnavox MX 1502 und 1 Motorola Miniranger), so daß auf allen Profilpunkten zusam-

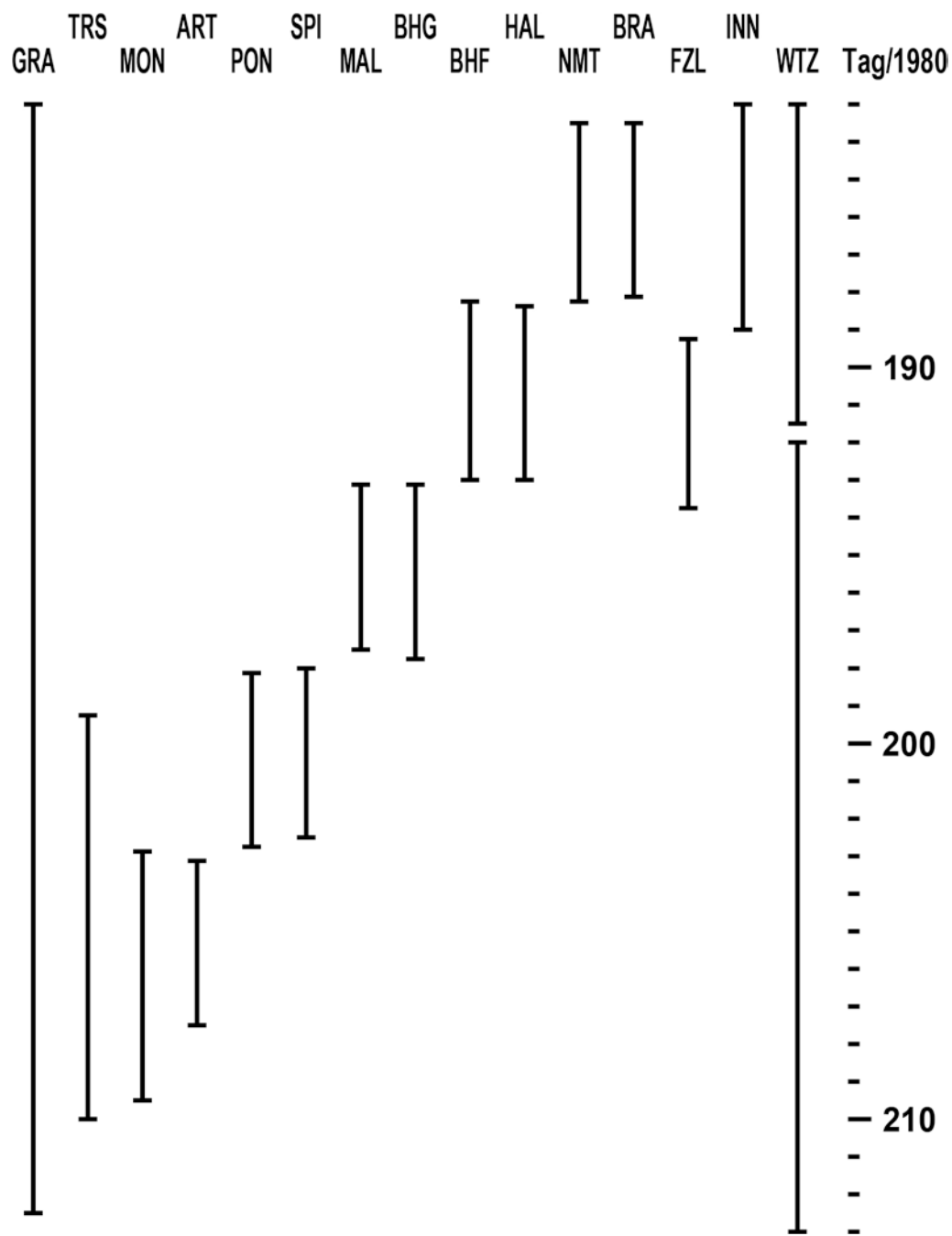


Abb. 2: Beobachtungsperioden der 1980 durchgeführten Kampagne

men mit den 5 Referenzstationen Arosa, Florenz, Graz, Triest, Wettzell gleichzeitig beobachtet werden konnte (siehe Abb. 1). Über diese Referenzstationen sollen nicht simultan vermessene Profilmteile (wie bei ALGEDOP I) bzw. in verschiedenen Epochen beobachtete Profile (z.B. ALGEDOP I und ALGEDOP II) in ein homogenes Referenzsystem überführt werden. Hierdurch soll gewährleistet werden, daß auch dann, wenn das durch die Navy Navigation Satelliten definierte Referenzsystem im Bereich weniger Meter langperiodische Drifterscheinungen aufweist (Schlüter et al., 1982), noch die geforderte hohe relative Genauigkeit für das gesamte ALGEDOP-Projekt realisiert werden kann.

Im Sommer 1983 sind insgesamt 3 Profile beobachtet worden, wobei 15 mobile Empfänger für die Dauer von jeweils 10 Tagen eingesetzt waren. Hierzu kommen die 1982 eingeführten 5 Referenzstationen sowie zusätzlich noch Grasse in Frankreich. Im Juli 1984 konnten alsdann im Rahmen einer einzigen Kampagne simultan insgesamt 14 weitere Stationen bestimmt werden, wobei die Referenzstationen unverändert blieben.

3. HÖHENANSCHLÜSSE

Alle Profilstationen wurden so erkundet, daß sie in der Nachbarschaft von Festpunkten der nationalen Höhensysteme liegen; die erforderlichen nivellitischen Verbindungsmessungen zwischen den ausgewählten Höhenbolzen und den Phasenzentren der Dopplerrantennen (gefordert war cm-Genauigkeit) konnten daher relativ einfach bewältigt werden. Im Hinblick auf die verschiedenen Höhensysteme in den beteiligten Staaten (Bundesrepublik Deutschland, Italien, Österreich, Schweiz) mußten alle Bezugshöhen in ein einheitliches - hier das österreichische - System umgeformt werden. Nach Hörmannsdorfer (1980) waren die deutschen und italienischen Höhenangaben um folgende Beträge zu korrigieren:

- Bundesrepublik Deutschland - Österreich: + 0,271 m
- Italien - Österreich: - 0,019 m

Bei den amtlichen Höhenwerten handelt es sich in diesen drei Staaten offenbar um sogenannte sphäroidisch-orthometrische Höhen, deren Genauigkeit wenige cm betragen dürfte. Die in das österreichische Bezugssystem transformierten Höhen der 1982 beobachteten Stationen sind in Tabelle 1 aufgelistet.

Schnaitsee	SCH	597.93
Aschau	AHU	618.95
Mittersil	MIT	1017.54
Sillian	SIL	1084.69
Pieve di Cadore	PDC	905.37
Conegliano	CON	79.39
Venezia	VEN	8.94

Tabelle 1: Auf das österreichische Bezugssystem reduzierte Höhen der ALGEDOP-82 Stationen

Mit Hilfe von Dopplermessungen im N.N.S.S. werden - bezogen auf ein geozentrisch gelagertes Bezugsellipsoid - hypothesenfreie ellipsoidische Höhen abgeleitet, die alsdann den durch Nivellements bestimmten "orthometrischen" Höhenangaben gegenübergestellt werden. Eine Vernachlässigung erfolgt dabei insofern, als es sich bei den amtlichen Höhen um sphäroidisch korrigierte orthometrische Werte handelt.

4. ZUR AUSWERTUNG VON ALGEDOP II MIT HILFE VON GEODOP

Die Auswertung des gesamten ALGEDOP I-Profiles erfolgte im Rahmen einer Diplomarbeit durch Frau cand. geod. Stefanie Schulte und Herrn cand. geod. Ingo Frhr. von Stillfried auf der IBM 370/168 des Rheinischen Hochschulrechenzentrums (RHRZ)

in Bonn. ALGEDOP II wurde ebenfalls im Rahmen einer Diplomarbeit von den Herren cand. geod. Dirk Klose und Andreas Pathmann bearbeitet; dabei wird auch ein erster Zusammenschluß der 1980 und 1982 erzielten Ergebnisse versucht.

Im Rahmen der oben erwähnten Diplomarbeiten sind zahlreiche GEODOP-Lösungen berechnet worden, wobei jeweils verschiedene Datenkombinationen und unterschiedliche Optionen gewählt und analysiert worden sind. Hier sollen allerdings nur jene Lösungen vorgestellt werden, die die wesentlichen Ergebnisse repräsentieren.

Einzelpunktlösungen sind grundsätzlich nur berechnet worden, um die Beobachtungsdaten zu überprüfen und um die günstigsten Optionen zu finden. Als Beispiel wird hier die auf Grund von Einzelpunktschätzungen abgeleitete innere Genauigkeit (1σ) aller zwölf Stationen von ALGEDOP II getrennt für Breite, Länge und Höhe in Tabelle 2 zusammengestellt.

Die endgültigen Ergebnisse aus ALGEDOP 1980 wurden bereits in Marchesini, Lohmar, Seeger (1982) veröffentlicht. Die endgültigen Koordinaten der Antennen-Phasenzentren für die 1982 beobachteten Stationen sind in Tabelle 3 zusammengestellt; die hier angegebenen Breiten, Längen und Höhen beziehen sich auf das WGS72-Ellipsoid.

5. TRANSFORMATION DER DOPPLER-ERGEBNISSE

Die hier abzuleitenden Geoidhöhen sind stets eine Funktion des geodätischen Referenzsystems, auf das sich die jeweiligen ellipsoidischen Koordinaten B , L und H beziehen. Für den Fall, daß Geoidundulationen im System der Broadcast Ephemeris (WGS 72-Ellipsoid) benötigt werden, lassen sich diese relativ einfach als Differenz korrespondierender ellipsoidischer und orthometrischer Höhen ableiten. Für praktische Anwendungen und für

Station	akzeptierte Durchgänge MP-BCE	σ Breite (m)	σ Länge (m)	σ Höhe (m)	akzeptierte Durchgänge MP-PE	σ Breite (m)	σ Länge (m)	σ Höhe (m)
SCH	157	0.53	0.46	0.19	62	0.18	0.25	0.15
AHU	151	0.53	0.47	0.19	60	0.20	0.28	0.16
MIT	145	0.53	0.46	0.19	55	0.21	0.27	0.17
SIL	111	0.54	0.48	0.20	49	0.25	0.32	0.19
PDC	124	0.53	0.48	0.20	40	0.23	0.31	0.19
CON	171	0.53	0.46	0.19	70	0.19	0.26	0.16
VEN	163	0.53	0.46	0.19	65	0.18	0.26	0.15
WTZ	189	0.53	0.46	0.18	89	0.17	0.23	0.12
GRZ	141	0.53	0.47	0.19	63	0.19	0.25	0.15
ARS	358	0.53	0.46	0.19	133	0.18	0.24	0.15
TRS	177	0.53	0.46	0.19	69	0.18	0.25	0.15
FIR	52	0.54	0.51	0.23	27	0.24	0.36	0.21

Tabelle 2: Standardabweichungen der endgültigen ALGEDOP-82 Multipunkt-Lösungen (BCE und PE)

Station	Lösung	X	Y	Z	Breite	Länge	Höhe
SCH	MP-BCE	4171527.91	914446.04	4722364.02	48°04'02.450"	12°21'51.510"	646.56
	MP-PE	527.07	445.65	362.27	02.466"	51.500"	635.20
AHU	MP-BCE	4195095.78	916776.47	4701157.83	47°46'57.186"	12°19'38.447"	667.48
	MP-PE	095.99	665.99	156.35	57.183"	38.423"	657.00
MIT	MP-BCE	4232719.27	935651.24	4664336.82	47°17'18.635"	12°27'53.642"	1071.12
	MP-PE	719.42	650.92	364.72	18.640"	53.626"	1060.16
SIL	MP-BCE	4276723.34	941451.21	4623248.71	46°44'43.607"	12°24'53.023"	1139.56
	MP-PE	723.56	450.98	246.58	43.488"	53.011"	1128.66
PDC	MP-BCE	4302250.94	943941.99	4598908.82	46°25'42.952"	12°22'29.933"	961.01
	MP-PE	251.85	941.26	906.67	42.919"	29.891"	950.48
CON	MP-BCE	4346326.40	946427.05	4555885.84	45°52'39.710"	12°17'04.484"	128.98
	MP-PE	326.11	426.63	884.14	39.713"	04.467"	118.02
VEN	MP-BCE	4275333.85	965627.93	4524092.40	45°28'08.354"	12°26'44.035"	56.75
	MP-PE	333.52	627.69	090.88	08.360"	44.028"	45.91
WTZ	MP-BCE	4075541.71	931806.20	4801608.97	49°08'41.144"	12°52'42.213"	666.81
	MP-PE	540.98	806.59	608.06	41.151"	42.240"	655.53
GRZ	MP-BCE	4194432.69	1162686.57	4647246.08	47°04'01.560"	15°29'35.680"	543.30
	MP-PE	432.57	686.59	244.44	01.559"	35.683"	532.56
ARS	MP-BCE	4314744.95	734916.96	4626669.87	46°46'52.187"	9°39'58.486"	2101.26
	MP-PE	744.43	916.11	667.98	52.193"	58.450"	2089.97
TRS	MP-BCE	4336755.56	1071249.35	4537904.14	45°38'34.199"	13°52'30.842"	451.62
	MP-PE	755.30	249.24	902.39	34.198"	30.840"	440.69
FIR	MP-BCE	4522411.51	897984.24	4392486.54	43°48'13.586"	11°13'50.704"	151.90
	MP-PE	411.43	983.96	484.41	13.569"	50.692"	140.80

Tabelle 3: Endgültige Koordinaten der ALGEDOP-82 Multipunkt-Lösungen

Vergleiche mit anderen Geoidbestimmungen werden jedoch im allgemeinen solche Geoidhöhen benötigt, die auf das betreffende lokale Datum bezogen sind; für den europäischen Bereich wären dies z.B. das ED 50 bzw. ED 79. Transformationsparameter zur Überführung von Koordinaten, die im System der Broadcast Ephemeris bestimmt wurden, in das ED 50 bzw. ED 79 wurden in den Abschlußberichten über EDOC-2 bzw. DÖDOC veröffentlicht (Boucher et al., 1979; Schlüter et al., 1979).

Die Genauigkeit so bestimmter Geoidhöhen wird letztlich wesentlich durch eventuelle Fehler in den Transformationsparametern beeinflusst; diese können sich z.B. als Folge von Drifterscheinungen bezogen auf das BE-System geringfügig ändern. Insbesondere würden sich Verschiebungen der drei Translationsparameter unmittelbar auf den Betrag der Geoidhöhen auswirken; Variationen des Maßstabsfaktors dagegen würden kaum einen Einfluß ausüben und eine Veränderung der Rotation ω_z gegen die z-Achse des Systems bliebe ohne jede Auswirkung. Die beiden anderen Rotationsparameter (ω_x und ω_y), die bei den meisten Ansätzen nicht signifikant nachzuweisen sind, bleiben dem Betrage nach in aller Regel weit unter einer Bogensekunde (1"). Da das hier betrachtete Profil nur ca. 400 km lang ist, bewirken eventuelle Variationen der Transformationsparameter nur eine Kippung und Niveauverschiebung des Geoidprofils.

Transformationsparameter, die auf der Grundlage früherer Dopplerkampagnen abgeleitet wurden, sind im Grunde für spätere Meßoperationen nicht optimal nutzbar, da stets mit geringfügigen Drifteffekten bei Bahnparametern - insbesondere bei den BCE - zu rechnen ist. Daher wird hier der Versuch unternommen, sowohl für 1980 als auch für 1982 lokale Transformationsparameter abzuleiten, die sich auf Wettzell, Graz und Triest stützen. Tabelle 4 enthält die entsprechenden ED79-Koordinaten, die terrestrisch abgeleiteten Höhen und die Geoidundulationen nach Brennecke et al. (1983). In Tabelle 5 sind alsdann die auf dieser Grundlage abgeleiteten Transformationsparameter zusammengestellt.

Station	Breite	Länge	Höhe (m)	Undul. (m)
WTZ	49°08'44.074"	12°52'46.719"	616.72	+ 1.5
GRZ	47°04'04.619"	15°29'39.811"	491.26	+ 1.0
TRS	45°38'37.460"	13°52'35.023"	402.96	- 4.6

Tabelle 4: ED79-Koordinaten, Niv.-Höhen und Geoidundulationen bezogen auf die Antennen-Phasen-Zentren von 3 Referenzpunkten

Kampagne Lösung	ALGEDOP 80 MP-BCE	ALGEDOP 82 MP-PE
Translationen: X	63.78	84.80
Y	114.68	104.72
Z	127.21	126.33
Rotationen: ω_x	0.65"	0.33"
ω_y	0.78"	0.15"
ω_z	0.57"	0.79"
Maßstab: $d\mu$	$-0.41 \cdot 10^{-6}$	$-1.76 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 5: Lokale Transformationsparameter zur Überführung der ALGEDOP-80 bzw. -82-Ergebnisse auf das ED79

6. DOPPLER-GEOID-UNDULATIONEN

Abb. 3 enthält das ALGEDOP-80 Profil nachdem es mit den in Tabelle 5 zusammengestellten Parametern auf das ED79 transformiert worden ist; Abb. 4 beinhaltet das entsprechende Profil für ALGEDOP 1982. Ein direkter Vergleich der beiden Profile ist nicht möglich, da sie verschiedene Gebiete repräsentieren. Dennoch besteht offenbar eine recht gute Übereinstimmung für die nördlichen und südlichen Profilverteile, während sich im Zentrum der Alpen Unterschiede bis zu 4.5 m ergeben.

In Abb. 3 und 4 werden den Dopplergeoidprofilen jeweils folgende terrestrischen Geoiddarstellungen gegenübergestellt:

- dem von Levallois und Monge (1978) abgeleiteten astrogeodätischen Geoid;
- dem von Torge et al. (1982) vorgestellten gravimetrischen Geoid und
- den astro-gravimetrischen Ergebnissen von Brennecke et al. (1982).

Aufgrund der seinerzeit gegebenen Datendichte im Alpenraum muß für die terrestrischen Lösungen eine Genauigkeit von bestens 1 m gerechnet werden. Da sich die von Torge vorgelegte Lösung auf das GRS80 bezieht, mußten diese Ergebnisse zunächst auf das ED50/ED79 transformiert werden; hierbei wurde vorausgesetzt, daß sich beide Systeme auf den gleichen Ursprung beziehen und Achsenparallelität besteht. Zu berücksichtigen waren alsdann nur noch die Unterschiede zwischen den Ellipsoiddimensionen.

Bezogen auf die Kampagnen des Jahres 1980 ergibt sich insgesamt eine relativ gute Übereinstimmung mit den Resultaten der terrestrischen Lösungen; obwohl wir für einige Bereiche auch überraschend große und systematische Abweichungen verzeichnen, z.B. für das Gebiet des nördlichen Alpenanstiegs, wo sich bis

zu 1,5 m große signifikante Differenzen ergaben. Dazu wäre festzuhalten, daß das Doppler-Geoid und das astro-gravimetrische Geoid auf Grund des gewählten Transformationsverfahrens sich in Triest und in Wettzell annähern müssen. Hohe Ähnlichkeit ist am südlichen Alpenabfall zu beobachten, wo wir bei allen Lösungen eine kontinuierliche Abnahme der Geoidhöhen von 6 bis 7 m beobachten.

Die im Jahre 1982 durchgeführten Beobachtungen ergeben ein Doppler-Geoidprofil, das für das Gebiet der Zentralalpen erheblich von den terrestrischen Geoiddarstellungen abweicht; im Bereich des nördlichen und südlichen Alpenanstiegs erhalten wir dagegen eine überraschend gute Übereinstimmung. Nicht gesichert ist bisher eine deutliche Ost-West-Neigung im Geoidverlauf, wie sie offenbar aus den für 1980 und 1982 abgeleiteten Ergebnissen abzuleiten ist.

In gewisser Hinsicht problematisch ist offenbar, daß gerade die Referenzstationen nicht immer zuverlässig funktioniert haben. Es könnte sich daher herausstellen, daß - wie auch schon bei DÖDOC - abschließend noch eine Nachkampagne erforderlich wird, die alsdann sowohl alle Referenzpunkte als auch mindestens eine Station aus jedem Profil umfassen müßte.

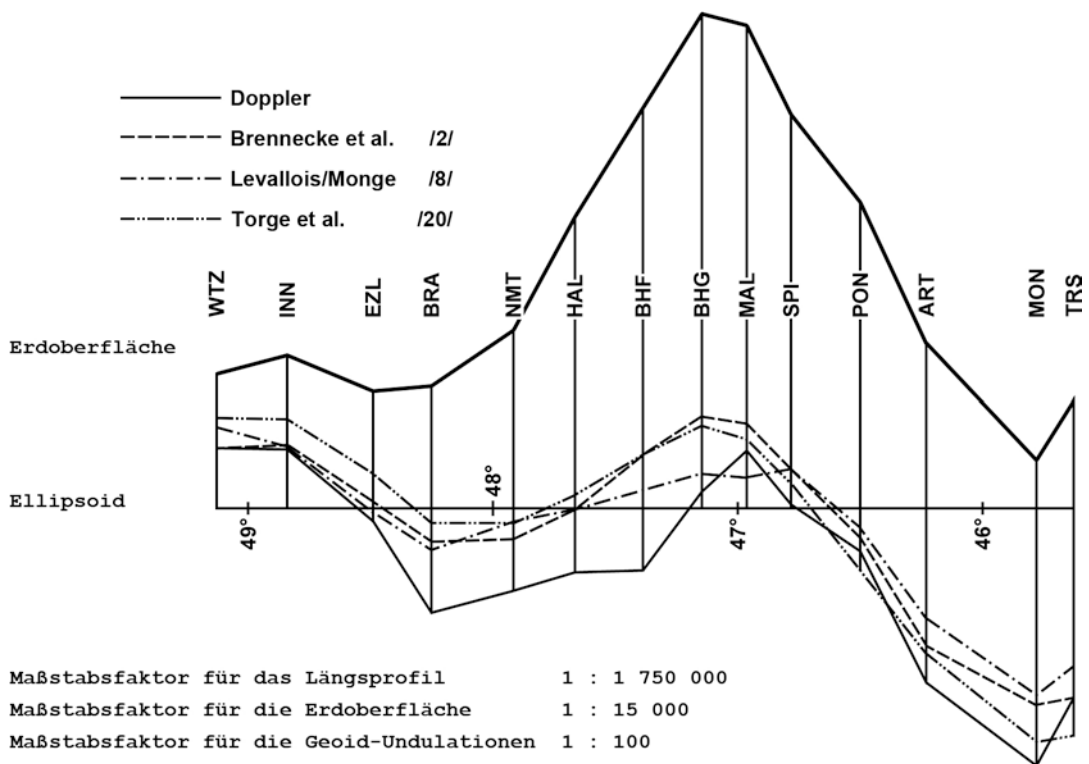


Abb. 3: Geoid-Undulationen nach ALGEDOP 80 bezogen auf das Europäische Datum DE 79

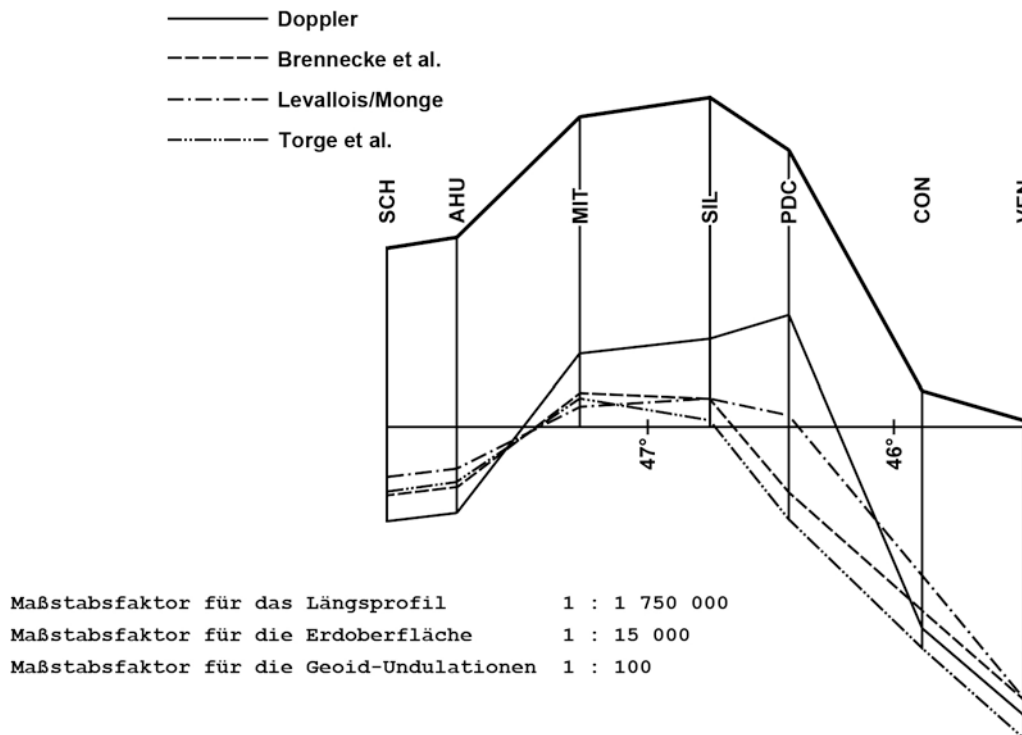


Abb. 4: Geoid-Undulationen nach ALGEDOP 82 bezogen auf das Europäische Datum DE 79

Literaturverzeichnis

- BRETTTERBAUER, K.;
RINNER, K. : Die astrogeodätischen Arbeiten für das
Geoid in Österreich. Zeitschrift für
Vermessungswesen 1982, S. 333-340
- BOUCHER, C.;
PAQUET, P.;
WILSON, P. : Final Report of the European Space
Agency on the Observations and Computa-
tions carried out in the European Doppler
Observation Campaign (EDOC-2) for Position
Determinations at 37 Satellite Tracking
Stations. DGK, Reihe B, Nr. 255, Frankfurt
a.M. 1981
- BRENNECKE, J.;
LELGEMANN, D.;
REINHARDT, E.;
TORGE, W.;
WEBER, G.;
WENZEL, H.-G. : An European Astro-Gravimetric Geoid.
Paper presented to the XVIII General
Assembly of the IUGG, Hamburg 15.8.-26.8.
1983
- HEITZ, S. : Eine astronomisch-geodätische Geoidbe-
stimmung für Westdeutschland. Veröff. der
DGK, B, Nr. 167 (1969)
- HÖRMANNSDORFER, P. : Private Mitteilung 1980
- HOPFIELD, H. A. : Tropospheric Range Error Parameters:
Further Studies. Goddard Space Flight
Centre, Report X-551-285 (1972)
- KLOSE, D.;
PATHMANN, A. : Diplomarbeit am Geod. Inst. der Univer-
sität Bonn, unpublished 1983
- KOUBA, J. : Doppler Levelling. The Canadian Surveyor,
Vol. 30, 21-32 (1975)
- KOUBA, J.;
BOAL, J. D. : Programm GEODOP Documentation. Geodetic
Survey of Canada (1975)
- LELGEMANN, D.;
EHLERT, D.;
HAUCK, H. : Eine astro-gravimetrische Berechnung des
Quasigeoids für die Bundesrepublik
Deutschland. Veröff. der DGK, A, Nr. 92
(1981)

- LEVALLOIS, J. J.; : Le géoïde Européen. In: Proceedings of the
MONGE, H. : Int. Symp. on the Geoid in Europe and
Mediterranean Area. Ancona Numana 1978
- LOHMAR, F. J.; : Preliminary Results of Doppler Positioning
SEEGER, H.; : with the MX 1502 in Local Area with the
SCHLÜTER, W. : Broadcast Ephemeris and a Reference Station
at a Large Distance. Proceedings of the
Workshop on Satellite Doppler Surveying
with MX 1502, Norrköping/Sweden, 31.8.-
1.9.1981
- LOHMAR, F. J.; : Über die Bestimmung eines Geoidprofils
MARCHESINI, C.; : durch die Alpen mit Hilfe von Doppler-
SEEGER, H. : messungen im N.N.S.S.. Mitt. aus dem Geod.
Inst. der Univ. Bonn, Nr. 65, S. 61-80,
1982
- MARCHESINI, C. : Project ALGEDOP. Paper presented at the
Workshop on Satellite Doppler Surveying
with MX 1502, Norrköping/Sweden, 31.8.-
1.9.1981
- MARCHESINI, C.; : A Geoid Profile across the Alps Determined
LOHMAR, F. J.; : by Satellite Doppler Positioning. Paper
SEEGER, H. : submitted to the 2. International
Symposium on the Geoid in Europe and the
Medit. Area, Rome, 13.-17.9.1982
- MEISSEL, P.; : Die Deutsch-Österreichische Dopplerkam-
PESEC, P.; : pagne. DGK, Reihe B, Heft Nr. 260,
RINNER, K.; : Frankfurt a.M. 1982
SCHLÜTER, W.;
SEEBER, G.;
SEEGER, H.
- SCHLÜTER, W.; : Kalibrierungsmessungen von Dopplerempfangs-
LOHMAR, F. J. : anlagen. In: Veröffentl. d. Bayer. Akademie
der Wissenschaften, Heft Nr. 41, 1981
- SCHLÜTER, W.; : Results from Permanent Doppler Observa-
BLENSKI, G.; : tions at Wettzell using Broadcast and
HERZBERGER, K.; : Precise Ephemeris. 3rd Int. Geod. Symp.
MÜLLER, W.; : on Sat. Doppler Positioning, Las Cruces
STÖGER, R. : 1982
- SCHULTE, S.; : Diplomarbeit am Geod. Inst. der Universi-
STILLFRIED, I. von : tät Bonn, unveröffentlicht, 1981

- SCHWARZ, K. P.;
SÜNKEL, H. : Vorarbeiten zur Geoidbestimmung in Österreich. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie 1978, S. 57-71
- TORGE, W.;
WEBER, G.;
WENZEL, H. G. : Computation of a High Resolution European Gravimetric Geoid (EGG1). Paper submitted to the 2. International Symposium on the Geoid in Europe and the Mediterranean Area, Rome, 13.-17.9.1982

DOPPLER-SATELLITENMESSUNGEN IM DREIDIMENSIONALEN
TESTNETZ WESTHARZ

von

Hans Werner SCHENKE

Alfred-Wegener-Institut für Polarforschung
Columbus-Center, Bremerhaven
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Im Rahmen eines DFG-geförderten Forschungsprojektes wurden auf den 14 Hauptpunkten des dreidimensionalen Testnetzes Westharz vom 20.04. bis 10.05.1980 Dopplermessungen durchgeführt. Wesentliches Ziel war, die durch simultane Messungen mit hochpräzisen Empfangsanlagen bestimmten Doppler-Koordinaten mit den quasi-fehlerfreien Soll-Koordinatendifferenzen des Testnetzes zu vergleichen und somit die Leistungsfähigkeit des Dopplerverfahrens zu testen. Ein weiteres Ziel war, die benutzten Auswerteprogramme zu analysieren und besonders hinsichtlich ihrer Modellparameter und Optionen zu untersuchen. Die Auswertung erfolgte überwiegend mit dem Programmsystem GEODOP V vom Geodetic Survey of Canada im Short-Arc-Modell mit Broadcast und Precise Ephemeris für Einzel- und Mehrstationslösungen. Auswertungen und Vergleiche wurden auch mit dem Einzelstationsprogramm DOPL79 von der U.S. Defense Mapping Agency mit Precise Ephemeris durchgeführt. Der Vergleich mit dem Soll-Koordinatensatz erfolgte über eine 7-Parameter-Transformation des Dopplernetzes auf das Testnetz, wobei die Sollkoordinaten als fehlerfrei angenommen wurden. Die gemeinsame Ausgleichung aller Dopplermessungen ergab, daß eine relative Genauigkeit von besser als ± 0.15 m bei einer Beobachtungsdauer von 10 Tagen erreicht werden kann. Genauigkeiten von besser als ± 0.10 m wurden aus der Auswertung der simultanen Beobachtungen der vier Permanentstationen bei 20 Tagen Beobachtungszeit erzielt. Weitere Untersuchungen erfolgten hinsichtlich der technischen Durchführung der Messungen.

ABSTRACT

Satellite Doppler observations were carried out on the 14 Trigonometrical Points of the three-dimensional testnet "Westharz" from April 20 to May 10, 1980. This research project was supported by the German Research Council (DFG).

Main goal of the campaign was to determine coordinates based on simultaneous Doppler measurements with geodetic Doppler Satellite receivers and to compare them with the "quasi true" coordinate differences of the testnet. Another objective of this research project was to analyse the reduction software, the program parameters and options.

Data processing was carried out with the Short-Arc Program-system GEODOP V with Broadcast and Precise Ephemeris for single-point- and multi-station-solutions. Additional data reduction and comparisons were done with the point positioning program DOPL79 from the U.S. Defense Mapping Agency with Precise Ephemeris.

Comparisons with the true coordinates were accomplished after a seven-parameters transformation of the Doppler network to the testnet. The coordinates of the testnet were considered to be error-free. The results of the common adjustments indicates that a relative accuracy of better than ± 0.15 m can be reached with 10 days observation time, accuracies better than ± 0.10 m were obtained from 20 days observation data on the four permanent stations. Additional investigations were carried out concerning the technical realization of the Doppler campaign.

1. EINFÜHRUNG

Die Leistungsfähigkeit des Navy Navigation Satellite System (NNSS) wurde in den letzten Jahren in verschiedenen Doppler-Projekten nachgewiesen (Testnetz Inntal, Testnetz Graz, OSU-Testnetz, Kanadisches Testnetz).

Testmessungen in einem hochpräzisen 3-dimensionalen Testnetz von der Ausdehnung des Westtharzes wurden jedoch bisher in diesem Umfang noch nicht ausgeführt. Die relative Genauigkeit des Testnetzes Westtharz beträgt $\pm 2...3$ cm in allen drei Koordinatenrichtungen (Torge u. Wenzel, 1978). Damit steht ein Testnetz zur Verfügung, das um etwa eine Größenordnung genauer ist als die aus Dopplermessungen zu erwartende relative Genauigkeit von $\pm 20...30$ cm.

Im Rahmen eines DFG-geförderten Forschungsprojektes wurden auf allen 14 Hauptpunkten des Testnetzes Westtharz Dopplermessungen durchgeführt. Eingesetzt wurden ausschließlich vollautomatisch arbeitende Magnavox- und Marconi-Empfangssysteme. Die Auswertungen wurden mit den Programmsystemen GEODOP V und DOPL79 mit Broadcast und Precise Ephemeris durchgeführt.

Die Ergebnisse verschiedener GEODOP Multistationslösungen wurden nach einer 7-Parameter-Transformation mit den Sollkoordinaten der 3d-Ausgleichung (Torge und Wenzel, 1978) verglichen.

2. PLANUNG UND DURCHFÜHRUNG DER DOPPLER-KAMPAGNE

2.1 Erkundung und Vorbereitung

Da sich nach der Durchführung der terrestrischen Messungen im Laufe der Jahre die Bebauung der Stationen sowie der Baumbewuchs an den Punkten verändert hatte, mußte eine sorgfältige Erkundung aller 14 Hauptpunkte erfolgen.

Als wesentliche Kriterien für die Erkundung der Stationen galten für diese Dopplerkampagne:

1. Aufsuchen und Überprüfung der Vermarkung der T.P. an Hand der Einmessungsskizzen.
2. Anfertigung einer Lageskizze hinsichtlich der Antennenaufstellung.
3. Erkundung der Anfahrtsmöglichkeiten zum An- und Abtransport der Doppleranlagen und für die tägliche Betreuung der Empfänger.
4. Abschätzung der klimatischen Bedingungen und Feuchtigkeitsverhältnisse während der geplanten Beobachtungszeit.
5. Überprüfung der noch vorhandenen Vermessungstürme hinsichtlich Begehbarkeit und Geräteinstallation.
6. Möglichkeiten zur Stromversorgung und damit verbunden die Unterbringung der Doppleranlagen.
7. Überprüfung der Horizontfreiheit; es dürfen keine Horizontverdeckungen oberhalb einer Elevation von 5° vorhanden sein.
8. Erkundung zur Unterbringung der Doppleranlagen im Felde, besonders hinsichtlich unbefugter Manipulationen an den Geräten durch Fremdpersonen.

Auf sechs Stationen des Testnetzes (Abb. 1), nämlich Sauberg, Bärenkopf, Schalke, Fahrenberg, Ahlsburg und Gleichen, wurden vom Niedersächsischen Landesverwaltungsamt, Abteilung Landesvermessung, Erkundungsleitern aufgestellt, damit die Antennen oberhalb der Baumwipfel installiert werden konnten. Auf den Stationen Hills, Hohestein, Kattnäse und Brockenfeld erfolgten Antenneninstallation und Geräteunterbringung auf den noch intakten Beobachtungstürmen der Landesvermessung, während auf den Punkten Acker, Ravensberg, Recke und Lohberg ein direkter Aufbau erfolgen konnte.

Die Unterbringung der Doppleranlagen erfolgte, soweit möglich, in Kraftfahrzeugen. An schwer erreichbaren Punkten wurden die Doppleranlagen in feuchtigkeitssicheren, isolierten Holzkisten, die in 3 m Höhe an den Erkundungsleitern befestigt wurden, eingebaut. Dieser Stationsaufbau hat sich hervorragend bewährt. Fast alle Stationen wurden mit Autobatterien betrieben, die täglich ausgewechselt und neu geladen wurden.

Eine ständige Überwachung der Doppleranlagen durch mindestens zwei Beobachter, wie es mit älteren Systemen (Geoceiver, Marconi 722 B) notwendig geworden wäre, mußte aus Personalgründen und wegen logistischer Schwierigkeiten ausscheiden.

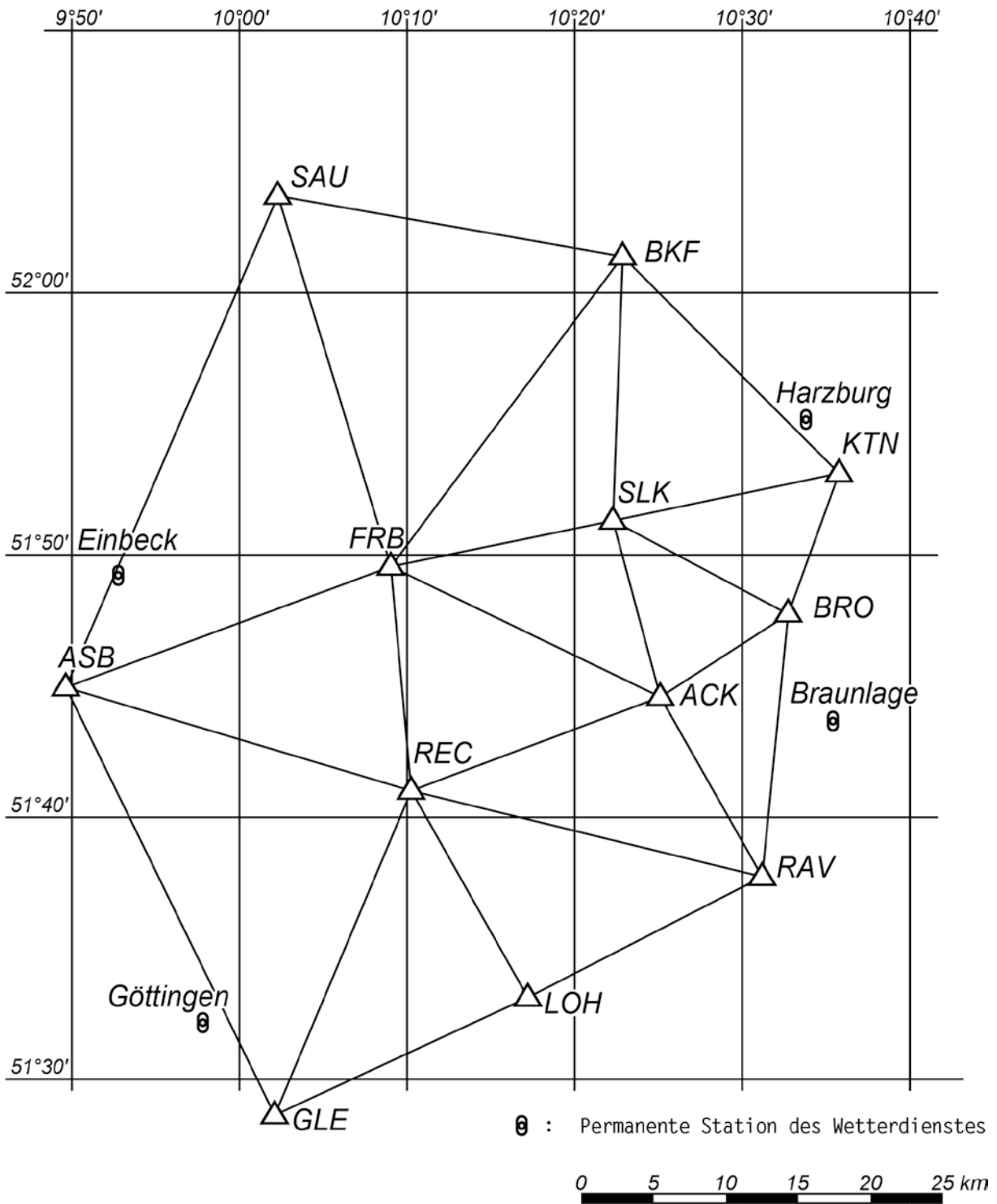


Abb. 1: Netzskizze der 12 ausgewerteten Stationen des Testnetzes

2.2 Geräteausstattung

Zur Durchführung der Dopplermessungen wurden ausschließlich automatisch arbeitende Empfangssysteme eingesetzt, die ohne ständige Überwachung Messung und Aufzeichnung aller notwendigen Daten ermöglichen. Auf Grund der seit fast 10 Jahren durchgeführten internationalen Doppler-Kampagnen (beginnend mit EDOC1), bei denen vielfach auch die Doppleranlagen des Instituts für Erdmessung der Universität Hannover mit Beobachtungspersonal eingesetzt waren, entwickelte sich eine hervorragende internationale Zusammenarbeit, durch die es möglich wurde, zur Durchführung dieses Projekts folgende 10 Empfangsanlagen bereitzustellen:

Anzahl	Hersteller	Typ	Eigentümer
1	MARCONI	CMA-751 + ESU	Technische Hochschule Delft, Delft, Niederlande
1	MARCONI	CMA-751	Landwirtschaftliche Hochschule Wageningen, Niederlande
1	MARCONI	CMA-751	Universitäten Budapest/Sopron, Ungarn
3	MARCONI	CMA-751	Norwegisches Landesvermessungs- amt, Hønefoss, Norwegen
2	MAGNAVOX	MX 1502	Institut für Vermessungskunde der TU Braunschweig und Alfred-Wegener-Institut für Polarforschung, Bremerhaven
2	MARCONI	CMA-751 + ESU	Institut für Erdmessung, Universität Hannover

Drei Doppleranlagen waren mit meteorologischen Meßsystemen, den sogenannten Environmental Sensor Units, ausgestattet, die eine vollautomatische Aufzeichnung von Trockentemperatur, relativer Luftfeuchtigkeit und Luftdruck jeweils zum Zeitpunkt des Satellitendurchgangs durchführt.

Weiterhin standen drei analoge meteorologische Meßstationen zur Verfügung, bestehend aus einem Thermohygrographen und einem Barographen. Diese Instrumente wurden vom Instrumentenamt des Deutschen Wetterdienstes in Hamburg zur Verfügung gestellt.

2.3 Vorbereitung und Durchführung der Dopplermessungen

Das Testnetz Westharz besteht aus 14 Trigonometrischen Punkten. Da nur 10 Doppleranlagen zur Verfügung standen, mußten die Messungen in zwei Beobachtungsepochen von je 10 Tagen durchgeführt werden (Abb. 2). Auf der Grundlage von vorher durchgeführten Alertberechnungen wurden für die geplante Beobachtungszeit April/Mai 1980 folgende Anzahl und Verteilung der Satellitenbahndurchgänge vorausberechnet:

1. Mittlere Anzahl der beobachtbaren Satellitendurchgänge
pro Tag: 42
2. Mittlere Anzahl der nutzbaren Satellitendurchgänge
pro Tag bei Elevationswinkeln zwischen 5° und 90°: 34

Aus den Alerts wurde folgende geometrische Verteilung der Satellitendurchgänge abgeleitet:

1. nordgehend, östl. der Station 9 Durchgänge/Tag
2. nordgehend, westl. der Station 8 Durchgänge/Tag
3. südgehend, östl. der Station 9 Durchgänge/Tag
4. südgehend, westl. der Station 8 Durchgänge/Tag

			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	U	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	10	SAUBERG	████████████████████											████████████████████									
	9	WENZEN-HILS	████████████████████											████████████████████									
	16	HOHESTEIN	████████████████████											████████████████████									
	8	AHLSBURG	████████████████████											████████████████████									
	17	FAHRENBERG	████████████████████											████████████████████									
II	12	KATTNÄSE	████████████████████											████████████████████									
	11	BÄRENKOPF	████████████████████											████████████████████									
	14	SCHALKE	████████████████████											████████████████████									
	2	ACKER	████████████████████											████████████████████									
	13	BROCKENFELD	████████████████████											████████████████████									
III	6	GLEICHEN	████████████████████											████████████████████									
	1	RECKE	████████████████████											████████████████████									
	3	RAVENSBERG	████████████████████											████████████████████									
	5	LOHBERG	████████████████████											████████████████████									

Abb. 2: Beobachtungsplan zur Durchführung der Dopplermessungen

Besonders während der ersten Beobachtungsepoche erfolgten häufig gleichzeitige Satellitendurchgänge. Wegen der hierbei entstehenden Interferenzen mußte eine Reduktion der verwertbaren Durchgänge eingeplant werden. Für die Detailplanung wurde daher von 25 nutzbaren Satellitendurchgängen pro Tag ausgegangen.

2.4 Kalibrierungsmessungen

Vor und nach den Dopplermessungen wurden auf dem Meßdach des Geodätischen Instituts der Universität Hannover Kalibrierungsmessungen durchgeführt. Alle Dopplerantennen wurden auf vermarkten Punkten des Meßdachs installiert, um die Zentrierung auf den Hauptreferenzpunkt TU 105 zu erleichtern.

Der Sinn der Kalibrierungsmessungen besteht vor allen Dingen darin,

1. die hardwaremäßige Zusammenstellung und die Genauigkeit der Anlagen vor und nach der Beobachtungskampagne zu prüfen,
2. eventuelle zeitliche Änderungen in der Anlage zu erkennen,
3. zuverlässige gerätespezifische physikalische Parameter und Konstanten für alle eingesetzten Anlagen zu bestimmen,
4. die Oszillatoren auf Betriebsspannung einlaufen zu lassen und nicht zuletzt
5. die Operateure und Beobachter mit den Empfängern und dem Projektablauf vertraut zu machen.

Für die Kalibrierungsmessungen standen die präzisen Ephemeriden zur Verfügung, so daß die Auswertungen mit dem GEODOP-Programm nach folgenden Methoden durchgeführt werden konnten:

1. Einzelpunktlösungen

- mit a) Broadcast Ephemeris (SP-BE)
- b) Short Arc Methode (SP-SA)
- c) Präzise Ephemeris (SP-PE)

2. Mehrstationslösungen

- mit a) Broadcast Ephemeris (MS-BE)
- b) Short Arc Methode (MS-SA)
- c) Präzise Ephemeris (MS-PE)

Beide Lösungsansätze wurden jeweils für die Vor- und Nachkalibrierung gerechnet. Die Koordinaten der einzelnen Stationen wurden auf den Dopplerreferenzpunkt 105 zentriert. Die Genauigkeit der Zentrierungsmessungen beträgt $\pm 1...2$ cm.

Bei den Auswertungen mit dem GEODOP-Programm wurden folgende Optionen verwendet:

- Anzahl der auszugleichenden Stationsparameter: 4
- Anzahl der auszugleichenden Satellitenbahnparameter: 6
- Modell zur Erfassung der troposphärischen Refraktion: Black Hopfield
- minimaler Höhenwinkel für Dopplercounts: 5°
- minimaler Höhenwinkel des Satelliten im C.A.: 10°
- Modell zur Erfassung der Korrelation: unkorreliert
- à priori Varianzfaktor für statistische Tests: 1.4

Die Optionen und Parameter bei der Auswertung wurden zunächst nach vorhandenen Kenntnissen über Frequenz-Offset, Laufzeitverzögerung, Empfängergewicht und Frequenzdrift gewählt. Es erfolgte zunächst eine Auswertung im Single-Point Modus mit präzisen Ephemeriden, wobei die Satellitenbahn festgehalten und den Stationsparametern ein größerer Bias gegeben wurde. Durch diese Auswertemethode wird es möglich, bei neuen oder unbekanntem Empfangsanlagen die physikalischen Parameter zu bestimmen.

Die anschließende Auswertung wurde dann mit neu berechneten Werten für die Stationsparameter

- a) Frequenzoffset Δf
- b) Zeitverzögerung δ
- c) troposphärischem Skalierungsfaktor k
- d) Frequenzdrift $d\dot{f} = \frac{df}{dt}$

als eine vollständige Neuberechnung durchgeführt, wobei diesen Werten dann ein kleinerer Bias gegeben werden kann. Außerdem wurden die Koordinaten der Erstberechnung als Näherungswerte für die endgültige Auswertung eingeführt. Die mittleren Fehler der Näherungskordinaten wurden dabei auf ± 5 m herabgesetzt.

Die Ergebnisse der Kalibrierungsmessungen zeigen in den Mittelwerten der Multistationslösungen sehr gute Übereinstimmungen zwischen Vor- und Nachkalibrierungen (Tab. 1). Nur bei der Station 65 wurde in der Höhe eine signifikante Differenz festgestellt. Die Ursache hierfür ist die Verwendung unterschiedlicher Empfangsantennen.

Vorkalibrierung zentriert auf Referenzpunkt TU 105: $\varphi_0 = 52^\circ 23'$, $\lambda_0 = 9^\circ 42'$							
Station Typ S/N	Empfänger	MS-präzise Ephemeriden			MS-Short Arc (BE)		
		$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	Δh	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	Δh
64	CMA 751 205	-0.15	0.14	-0.01	-0.14	0.23	-0.22
65	CMA 751 204	-0.19	-0.07	0.56	0.08	0.10	0.75
69	CMA 751 104	-0.18	-0.15	-0.04	-0.04	0.04	0.09
58	CMA 751 103	-0.03	-0.09	-0.11	0.05	0.12	-0.15
67	CMA 751 105	-0.09	-0.15	0.21	-0.01	0.12	-0.23
105	CMA 751 106	0.03	0.04	-0.26	-0.08	-0.22	0.15
59	CMA 751 101	0.16	-0.11	-0.26	-0.11	-0.21	0.03
97	MX 1502 97	-0.06	0.23	0.00	0.05	0.00	-0.14
90	MX 1502 90	0.22	0.19	0.06	0.20	-0.17	-0.27
Standardabweichungen Mittelwerte der Lösungen		± 0.11 7.547"	± 0.15 44.427"	± 0.24 108.54"	± 0.10 7.534"	± 0.15 44.317"	± 0.30 118.91"
Nachkalibrierung zentriert auf TU 105: $\varphi_0 = 52^\circ 23'$, $\lambda_0 = 9^\circ 42'$							
Station Typ S/N	Empfänger	MS-präzise Ephemeriden			MS-Short Arc (BE)		
		$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	dh	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	dh
64	CMA 751 205	0.16	0.08	0.01	-0.03	-0.01	0.06
65	CMA 751 204	0.13	0.15	-0.12	0.03	-0.10	-0.11
69	CMA 751 104	-0.12	0.13	0.09	-0.03	0.29	0.09
58	CMA 751 103	-0.03	0.02	-0.13	-0.13	-0.20	0.12
67	CMA 751 105	0.07	-0.11	-0.08	0.15	0.16	-0.12
105	CMA 751 106	-0.09	-0.09	-0.01	0.09	-0.08	0.08
59	CMA 751 101	-0.12	-0.22	0.12	-0.07	-0.03	-0.07
97	MX 1502 97	0.00	0.04	0.09	0.00	-0.04	-0.06
Standardabweichungen Mittelwerte der Lösungen		± 0.10 7.544"	± 0.12 44.424"	± 0.09 108.59"	± 0.08 7.533"	± 0.15 44.317"	± 0.09 118.92"

Tab. 1: Ergebnisse der Vor- und Nachkalibrierung aus Multistationslösungen

Während der Vorkalibrierung mußte bei der ungarischen Doppleranlage eine Schiffsantenne eingesetzt werden. Das korrekte Antennenphasenzentrum dieser Schiffsantenne liegt um etwa 0.7 m oberhalb des angenommenen (Tab. 2). Die Differenzen wurden aus Nachkalibrierung minus Vorkalibrierung berechnet und in Metern angegeben.

Die Ergebnisse der Nachkalibrierung weisen geringere Standardabweichungen auf. Die Ursache ist darauf zurückzuführen, daß einige Doppleranlagen mit "kaltem Oszillator" angeliefert wurden. Eine "Aufwärmzeit" von 72 Stunden sollte in der Regel immer eingehalten werden.

Station	Empfänger Herkunft	MS-präzise Ephemeriden			MS-Short-Arc mit BE		
64	Wageningen	+0.31	-0.06	+0.02	+0.11	-0.24	+0.28
65	Ungarn	+0.22	+0.22	-0.68	-0.05	-0.20	-0.86
69	Norwegen	+0.06	+0.28	+0.13	+0.01	+0.25	0.00
58	Norwegen	0.00	+0.11	-0.02	-0.18	-0.32	+0.27
67	Delft	+0.16	+0.04	-0.29	+0.16	+0.04	+0.11
105	Hannover	-0.12	-0.13	+0.25	+0.17	+0.14	-0.07
59	Norwegen	-0.28	-0.11	+0.38	+0.04	+0.18	-0.10
97	Bremerhaven	+0.06	-0.19	+0.09	-0.05	-0.04	+0.08
		+0.05	+0.02	-0.02	+0.03	-0.02	-0.04
		±0.19	±0.17	±0.33	±0.11	±0.20	±0.34

Tab. 2: Differenzen zwischen Vor- und Nachkalibrierung [m]

2.5 Bestimmung der Zentrierungselemente und der meteorologischen Daten

Um direkte Vergleiche zwischen den Dopplerkoordinaten und den Sollkoordinaten des Testnetzes durchführen zu können, war es notwendig, die Zentrierungselemente zwischen dem Phasenzentrum der Empfangsantenne und dem terrestrischen Bezugspunkt zu bestimmen. Diese Zentrierungsmessungen wurden im lokalen rechtwinkligen Gauß-Krüger-System von einem 2-Mann Vermessungstrupp parallel zu den Dopplermessungen durchgeführt. Die erreichten Genauigkeiten für die Zentrierungsmessungen liegen bei $\pm 1...2$ cm für Lage und Höhe und reichen somit für die vorgesehenen Vergleiche und Untersuchungen vollkommen aus.

Zur Bestimmung der troposphärischen Refraktionskorrektur werden die aktuellen meteorologischen Werte für Luftdruck, Temperatur und Luftfeuchte für die Doppler-Empfangsstation benötigt. Aus Personalmangel sowie aus logistischen Gründen war eine kontinuierliche Messung der meteorologischen Daten nicht möglich. Zur direkten Messung der Wetterdaten an den Stationen standen folgende Meßsysteme zur Verfügung:

1. zwei digitale meteorologische Meßsysteme (ESU), direkt anschließbar an MARCONI CMA-751
2. drei analoge Meßstationen, bestehend jeweils aus einem Thermohygrographen und einem Barographen.

Vom Deutschen Wetterdienst wurden die Wetterdaten aller im Meßgebiet liegenden Wetterstationen überlassen. Mit den hier aufgeführten meteorologischen Meßwerten steht ein dreidimensionales Netz meteorologischer Parameter für diskrete Zweipunkte zur Verfügung.

Nach sorgfältiger Analyse und Niveauüberprüfungen dieses heterogenen meteorologischen Datenmaterials wurde eine Verdichtung des Datenfeldes zu den Dopplerstationen mit der Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate durchgeführt. Für jede Dopplerstation wurden für die Zeitpunkte der Satellitendurchgänge die Wetterdaten berechnet (Schenke, 1984). Zur rechentechnischen Vereinfachung der Prädiktion mußten höhenabhängige meteorologische Parameter eingeführt werden. Dadurch konnte auf eine rechenzeitintensive dreidimensionale Prädiktion verzichtet werden. Folgende mittlere Prädiktionsfehler wurden erzielt:

für Luftdruck $p: \pm 0.2 \text{ mbar}$

für die Trockentemperatur $t: \pm 1.0^\circ\text{C}$

für die rel. Luftfeuchte $f: \pm 0.5 \%$

Weitere Untersuchungen in diesem Zusammenhang haben gezeigt, daß die Prädiktion meteorologischer Daten nur dann zuverlässige homogene Werte liefert, wenn das Bearbeitungsgebiet relativ klein ist, z.B. wie im Testnetz Westharz.

3. BENUTZTE AUSWERTEPROGRAMME

3.1 Das Programm GEODOP Version V (Short Arc)

Zur Auswertung der Dopplermessungen im Testnetz Westharz wurde zur Hauptsache das Programm GEODOP verwendet. Die Short-Arc-Version GEODOP V (Kouba, 1982 a, b und 1983 a) ist eine Weiterentwicklung der Semi-Short-Arc-Version GEODOP III (Kouba und Boal, 1976). Die GEODOP V-Version wurde nach der Implementation auf der Cyber 76/172 des Regionalen Rechenzentrums Niedersachsen (RRZN) 1983 von FORTRAN 66 (FTN 4) in Standard FORTRAN 77 (FTN 5) umkodiert, um weitgehende Portabilität des Programms zu erreichen (Siebold, Schenke und Egge, 1983). Um die neue FORTRAN 77-Version zu testen, wurden umfangreiche Vergleichsläufe durchgeführt. Es zeigten sich keine Unterschiede in den Ergebnissen.

Vergleiche zwischen der Semi-Short-Arc-Version und der Short-Arc-Version wurden von Boal und Morris (1982) und Schenke (1982) durchgeführt und veröffentlicht.

Das Programmsystem GEODOP V umfaßt insgesamt 9 Hauptprogramme:

PREDOP, PREPAR, MERGE, NWLFIT, GEODOP V und
PRERED, NWLDUM, POSRED, EPHM.

Die letzten vier sind unterstützende Programme, die dazu benötigt werden, binäre Zwischendateien zu lesen und deren Inhalte zu überprüfen.

Auswertekonzept und Programmdesign haben sich beim GEODOP V nur in wenigen Einzelheiten gegenüber der Version GEODOP III geändert. Umfassende Beschreibungen finden sich in Kouba (1982 a) und Schenke (1984). Trotz vieler Erweiterungen, Verbesserungen und Modifizierungen ist der Programmablauf gleich geblieben. Weder die Tests noch die Ausgleichungsansätze sind verändert worden.

Der vollständige Ablauf der Dopplerauswertungen für Multi-stationslösungen mit Broadcast Ephemeriden ist in der Abb. 3 dargestellt. Umfassende Beschreibungen der GEODOP III-Version finden sich in Schlüter und Pesec (1982).

Im Präprozessorprogramm PREDOP sind im Rahmen der Weiterentwicklung zum Short-Arc-Modell folgende wichtige Änderungen durchgeführt worden:

1. Glättung und Ausgleichung der Zeitmessung im Satellitenempfänger,
2. Satellitenbahnberechnung im Short-Arc-Modell, wobei entweder standardmäßig das GEM 9 oder ein beliebiges Erdmodell eingegeben werden kann (Kouba, 1983 b).

Folgende Programmkonstanten wurden im PREDOP verwendet:

Erdrotation: $\omega = 4.375\,2695 \cdot 10^{-3} \text{ rad/min}$

Produkt aus Gravitationskonstante mal Erdmasse: $GM = 3.986\,005 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{sec}$

Mittlerer Erdradius: $a = 6\,378\,137 \text{ m}$

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum: $c = 299\,792.458 \text{ km/sec}$

Für die geometrischen und statistischen Tests im PREDOP wurden die in Kouba (1983 a) angegebenen Standardwerte verwendet. Als minimale Elevation zum Zeitpunkt der größten Annäherung des Satelliten an die Beobachtungsstation (closest approach: C.A.) wurde 10° angesetzt. Die PREDOP-Auswertungen für die Dopplerdaten des Testnetzes erfolgten im Short-Arc- und Semi-Short-Arc-Ansatz, um alle Lösungen miteinander vergleichen zu können.

Mehrstationsauswertung mit Broadcast oder Short Arc

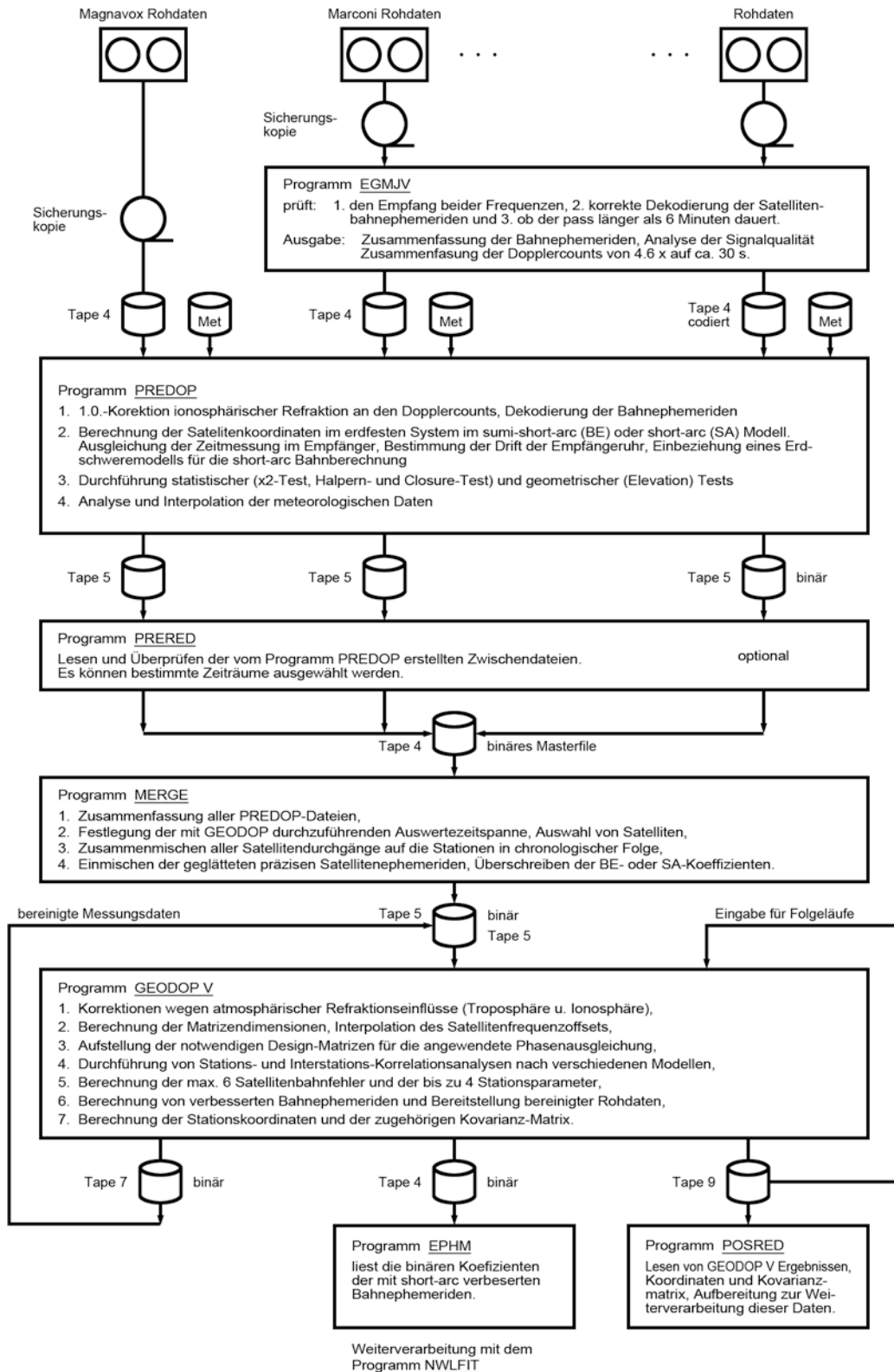


Abb. 3: Flußdiagramm des Programms GEODOP V

Das Hauptprogramm GEODOP V ist ein phasenweises Ausgleichungsprogramm für Doppler-Satellitenbeobachtungen, das jeden Satellitendurchgang statistisch überprüft, analysiert und anschließend dem Ausgleichungsprozeß zuführt. Das GEODOP-Programm arbeitet, wenn man von Wiederholungsläufen nach Veränderungen oder Verbesserungen von Parametern und Optionen absieht, nicht iterativ.

Folgende Änderungen sind im Rahmen der Weiterentwicklung zum Short-Arc-Programm am GEODOP durchgeführt worden:

1. Weiterentwicklung des troposphärischen Refraktionsmodells (Black-Hopfield mit und ohne Krümmungskorrektur),
2. Erweiterung der ionosphärischen Refraktionskorrektur um das Glied 3. Ordnung,
3. Verlängerung des Bahnbogens auf 28 Minuten,
4. Erweiterung des Fehlermodells auf 6 freie Satellitenbahnparameter und 4 freie Stationsparameter,
5. Möglichkeit zur Durchführung von Korrelationsanalysen und Verbesserung des Korrelationsmodells,
- 6 Berücksichtigung relativistischer Effekte.

Das mathematische Modell ist in Kouba (1983 a) vollständig beschrieben.

Die Auswertungen mit dem GEODOP-Programm können mit Broadcast Ephemeriden (BE) im Short-Arc- oder Semi-Short-Arc-Modell oder mit Präzisen Ephemeriden (PE) durchgeführt werden.

3.2 Das Programmsystem DOPL79

Das Einzelpunktauswerteprogramm DOPL79 wurde von U.S. Defense Mapping Agency entwickelt. Die Berechnung der Stationskoordinaten erfolgt iterativ auf der Grundlage der Precise Ephemeris. Das Programm DOPL79 (Jenkins et al., 1979) ist eine Weiterentwicklung der älteren Version DOPPLR (Smith et al., 1976). Die vom DMA dem Institut für Erdmessung zur Verfügung gestellte UNIVAC-Version mußte für die Auswertungen des Projektes HARZ-DOC vollständig neu strukturiert werden. Neue Präprozessoren für die Auswertung von Marconi-Daten wurden entwickelt und in das Programmsystem eingebaut. Das Programmpaket DOPL79 besteht aus 6 Segmenten (Abb. 4):

GATHER - SYSTEM - PRELAP - SELECT - LAPUN - DOPL79.

Die Programme GATHER und SYSTEM sind Präprozessoren, die die Aufgabe haben, die Dopplerdaten einzelner Stationen zusammenzustellen und sequentiell auf Arbeitsdateien abzuspeichern. Das Programm PRELAP bearbeitet die Precise Ephemeris und stellt eine chronologisch geordnete Eingabedatei für die Weiterverarbeitung präziser Bahndaten mit dem Programm LAPUN bereit. Die Programme SELECT, LAPUN und DOPL79 sind die Hauptprogramme, mit denen die eigentliche iterative Auswertung im Einzelstationsmodus erfolgt. Eine vollständige Beschreibung des mathematischen Lösungsansatzes findet sich in Smith et al. (1976) und Jenkins (1979).

Flußdiagramm des Programms DOPL79

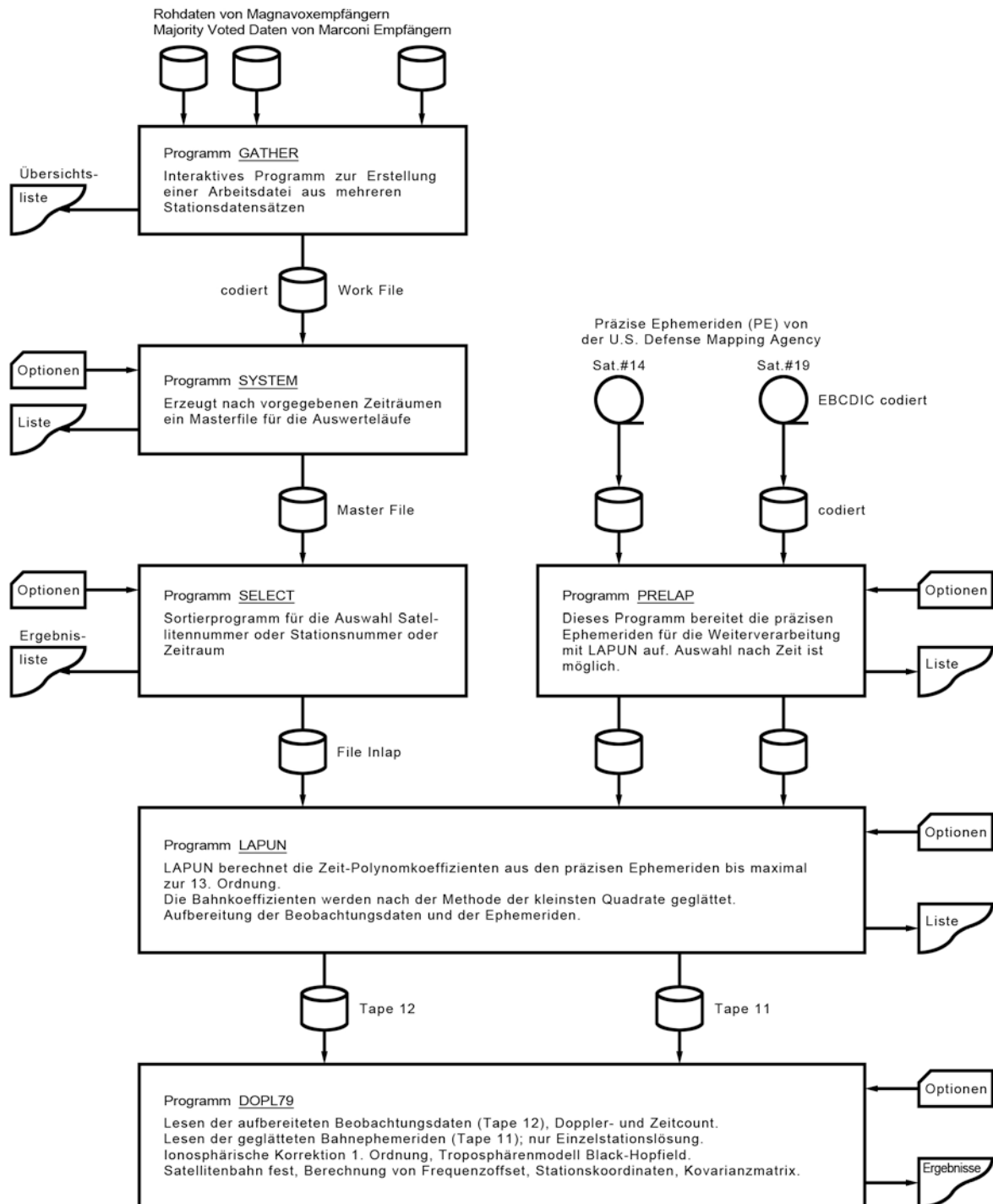


Abb. 4: Flußdiagramm des Programms DOPL79

3.3 Vergleiche zwischen DOPL79 und GEODOP V

Erste Vergleiche zwischen DOPLR und GEODOP III wurden in Kouba und Hothem (1978) mitgeteilt. Die dort aufgezeigten Abweichungen von ± 0.50 m in der Lage und ± 1 m in der Höhe lassen sich durch Unterschiede im mathematischen Modell erklären. Die Einzelstationsauswertungen mit dem DOPL79 wurden mit verschiedenen Optionen durchgeführt. DOPL79 hat nicht die Möglichkeit, Fehler in den Satellitenkoordinaten zu berücksichtigen. Um direkte Vergleiche durchführen zu können, wurden bei der entsprechenden Auswertung mit GEODOP V die Bahnelemente festgehalten.

Die beim Vergleich verwendeten Optionen sind in der Tab. 3 zusammengestellt:

Option	GEODOP V	DOPL79
Ephemeriden:		
präzise	ja	ja
broadcast	ja	nein
Troposph. Skalierungsfaktor	ja	ja
Orbit Bias	6 Kepler-Bahnelemente	nein
Elevation im C.A.	10°	12°/15°
Minimale Elevation d. Counts	5°	10°
Frequenzdrift	nein	ja
Ausgleichung d. time delay	ja	ja
Anzahl der auszugleichenden Stationsparameter	bis 4	2
Satellite/Receiver Time Frame	ja	ja
Min. Anzahl v. Doppler	6	6

Tab. 3: Optionen der Programme GEODOP V und DOPL79

Die mit DOPL79 und GEODOP V erzielten Ergebnisse für Einzelstationslösungen sind in der Tab. 4 zusammengestellt. Die mittleren Abweichungen, berechnet nach GEODOP V - DOPL79, betragen:

$$\Delta\varphi = +0,003'' \quad \Delta\lambda = -0,011'' \quad \Delta h = -0,55 \text{ m.}$$

Geographische Koordinaten im NWSC 9-Z2								
	Breite			Länge			Ellipsoid.	Anzahl Passes
	°	'	"	°	'	"	Höhe	
GEODOP V								
Sauberg	52	03	26,109	10	02	25,101	352,42	213
Kattnäse (MX)	51	52	45,777	10	36	37,236	625,89	155
Recke	51	40	46,781	10	10	47,450	322,48	175
Gleichen	51	28	13,010	10	02	23,212	464,94	183
Bärenkopf	52	01	08,534	10	23	48,852	342,76	65
Fahrenberg	51	49	13,753	10	09	11,930	437,84	77
Brockenfeld	51	47	16,716	10	33	28,395	922,94	76
Ravensberg	51	37	17,443	10	31	33,779	697,92	121
Recke (MX)	51	40	46,767	10	10	47,377	323,11	49
Schalke	51	51	02,946	10	22	58,556	799,42	85
Ahlsburg	51	44	40,234	9	49	21,084	447,37	97
Acker	51	44	22,017	10	25	34,065	898,22	95
Lohberg (MX)	51	33	00,248	10	17	36,993	317,35	21
Lohberg	51	33	00,229	10	17	37,090	315,98	50
DOPL79								
Sauberg	52	03	26,0958	10	02	25,1167	352,701	169
Kattnäse (MX)	51	52	45,7655	10	36	37,2160	627,326	135
Recke	51	40	46,7636	10	10	47,4698	322,930	161
Gleichen	51	28	13,0015	10	02	23,2117	466,278	139
Bärenkopf	52	01	08,5763	10	23	48,9061	343,110	58
Fahrenberg	51	49	13,7563	10	09	11,9051	438,926	66
Brockenfeld	51	47	16,7069	10	33	28,3963	921,978	70
Ravensberg	51	37	17,4212	10	31	33,7878	698,492	110
Recke (MX)	51	40	46,7717	10	10	47,3872	323,738	48
Schalke	51	51	02,9382	10	22	58,5822	799,455	63
Ahlsburg	51	44	40,2494	9	49	21,1104	449,099	73
Acker	51	44	22,0048	10	25	34,0872	898,253	82
Lohberg (MX)	51	33	00,2266	10	17	37,0571	317,560	17
Lohberg	51	33	00,2466	10	17	37,0460	316,444	42

Tab. 4: Geographische Koordinaten aus SP-PE-Lösungen mit GEODOP V und DOPL79

4. ERGEBNISSE UND VERGLEICHE MIT DEN SOLLKOORDINATEN

4.1 Datenaufbereitung

Die Doppler-Rohdaten der MARCONI-Empfänger werden einem Vorverarbeitungsprozeß unterzogen, Hierbei werden die ursprünglichen 4.6.-Sek.-Dopplercounts zu ca. 30-Sek.-Dopplercounts zusammengefaßt. Die dekodierten Bahndaten werden hinsichtlich ihrer Redundanz getestet. Im Rahmen dieses Majority-Votings werden die Dopplermessungen zusammengefaßt, getestet und formatiert abgespeichert. Die Daten der MAGNAVOX-Anlagen werden bereits im Rechner des Empfängers auf Plausibilität überprüft, die Dopplercounts werden jedoch nicht zusammengefaßt. Die Majority-Voted-Daten müssen vor der Verarbeitung mit dem Programm PREDOP hinsichtlich fehlerhafter oder nichtnumerischer Daten überprüft werden, außerdem dürfen sie keine Messungsdaten anderer Dopplerstationen enthalten.

Zur Verarbeitung der Dopplermessungen mit dem GEODOP-Vorverarbeitungsprogramm PREDOP müssen gleichzeitig mit den Majority-Voted-Daten die meteorologischen Daten mit Zeitzuordnung bereitgestellt werden.

Das Präprozessorprogramm PREDOP hat für die Auswertung von Dopplermessungen im wesentlichen die Aufgabe, die registrierten Dopplerdaten und die Zeitmessung sowie die aus der Satellitenmessage dekodierte Bahninformation zu lesen, zu testen und sie für die Weiterverarbeitung mit dem Phasenausgleichsprogramm GEODOP aufzubereiten. Diese Auswertung wurde für alle Stationen des Testnetzes durchgeführt. Die hierbei erstellten binären Dateien wurden zur Weiterverarbeitung (MERGE und GEODOP) abgespeichert. Die Daten der Stationen Hills und Hohenstein konnten wegen eines Bitfehlers in den Rohdaten nicht ausgewertet werden. Diese beiden Stationen konnten daher nicht in die Untersuchungen einbezogen werden.

4.2 Ergebnisse mit GEODOP V

4.2.1 Einzelpunktlösungen

Im Rahmen der durchgeführten Untersuchungen wurden Einzelstationslösungen mit Broadcast und Precise Ephemeris sowie mit neu berechneter Satellitenbahn gerechnet. Um direkte Vergleiche zwischen den Lösungen durchführen zu können, wurden fünf unterschiedliche Parameter- und Modellansätze für jede der drei Ephemeridengruppen im Einzelstationsmodus verwendet. Beispielfhaft sind die 3 Ergebnisse für die Stationen Sauberg und Kattnäse in der Abb. 5 dargestellt. Die zugehörigen Lösungsansätze sind in der Tab. 5. In der Abb. 5 wird gezeigt, daß die Einzelstationslösungen mit Precise Ephemeris die geringste Empfindlichkeit hinsichtlich Veränderungen von Modellparametern aufweisen. Bei den BE-Lösungen streuen die Positionen im Bereich von $\pm 4 \dots 6$ m. Dieses ist auch etwa die absolute Genauigkeit, die bei Einzelstationslösungen mit BE erreicht werden kann. Die Lösungen mit den verbesserten Bahndaten im SA-Modell liegen etwa dazwischen.

Nr.	Met. Daten	Ionosphäre	Troposphäre	Korrelation
1	aktuell	1. Ord.	Black-H.	keine
2	aktuell	1. u. 3. 0.	Black-Hopf.	keine
3	aktuell	1. Ord.	Black-H.	berechnete K.
4	aktuell	1. u. 3. 0.	Black-H.	berechnete K.
5	aktuell	1. u. 3. 0.	Black-H. m. Krümmung	berechnete K.

Tab. 5: Modellbildung für Einzelpunktlösungen

Einzelstationslösungen

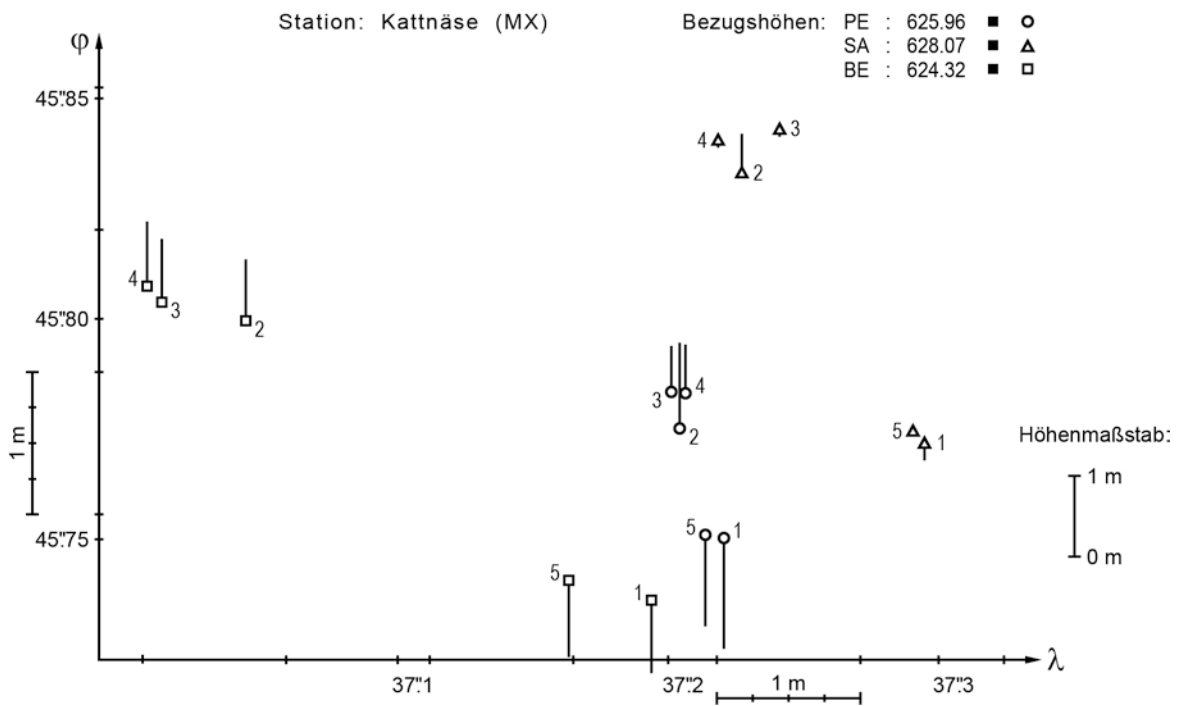
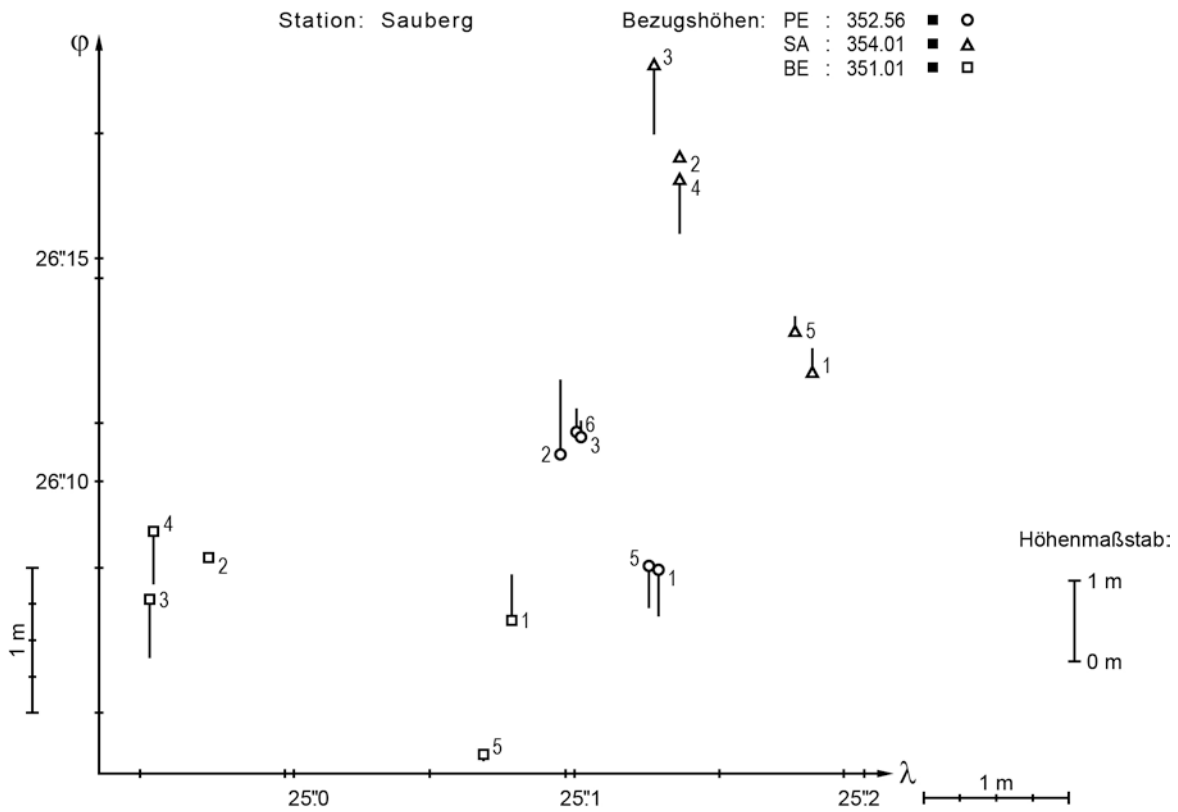


Abb. 5: Einzelpunktlösungen mit Broadcast (BE), Precise (PE) Ephemeris und im Short-Arc (SA)

Um den direkten Einfluß der gemessenen meteorologischen Daten abschätzen zu können, wurden Einzelstationsauswertungen mit festgehaltener, also fehlerfrei angenommener Satellitenbahn durchgeführt. Durch Vergleich der einzelnen Stationskoordinaten, jeweils mit prädizierten meteorologischen Daten und mit Standardatmosphäre ausgewertet, wurden folgende mittlere Verschiebungswerte berechnet:

$$\Delta\varphi = + 0.12 \text{ m} \pm 0.30 \text{ m}$$

$$\Delta\lambda = + 0.01 \text{ m} \pm 0.24 \text{ m}$$

$$\Delta h = - 0.38 \text{ m} \pm 0.15 \text{ m}$$

Verwendet wurde das troposphärische Korrektionsmodell von Black-Hopfield. Es ist festzustellen, daß in der Höhe durch Einbeziehung der aktuellen, oder hier prädizierten Wetterdaten eine Verkleinerung der ellipsoidischen Höhen um 38 cm erfolgt. Ähnliche Werte wurden auch bei nicht festgehaltener Satellitenbahn erzielt. Bei Multistationslösungen konnte eine Höhenverschiebung nicht nachgewiesen werden. In der Tab. 6 sind die Ergebnisse der Einzelpunktlösungen mit präzisen Ephemeriden zusammengestellt. Diese Ergebnisse wurden mit folgenden Programmoptionen und Parametern erzielt:

- Anzahl der freien Bahnparameter : 6
- Bahnfehler : 1., 2., 1., 1., 1., 1., m
- Anzahl der freien Stationsparameter : 4
- Meteorologische Daten : prädizierte Wetterdaten
- Troposphärische Modell : Black-Hopfield m. Krümmungsk.
- Ionosphärische Korrektion : nur 1. Ordnung
- Korrelationsmodell : keine Korrelation, RT = 0
- à priori Sigma : 1.4
- Trimming der Counts zum C.A. : nein
- Max. Elevation im C.A. : 10°
- Max. Elevation für Dopplercounts : 5°

Geographische Koordinaten im NWSC 9Z-2										
Station	Breite				Länge				Ellipsoid.	
	°	"	'	(m)	°	"	'	(m)	Höhe	(m)
Sauberg	52	03	26.081	±0.13	10	02	25.129	±0.13	353.07	±0.11
Kattnäse(MX)	51	52	45.752	±0.15	10	36	37.213	±0.18	627.08	±0.13
Recke	51	40	46.754	±0.14	10	10	47.474	±0.15	323.30	±0.12
Gleichen	51	28	12.988	±0.11	10	02	23.237	±0.12	465.97	±0.10
Bärenkopf	52	01	08.507	±0.22	10	23	48.841	±0.27	343.40	±0.20
Fahrenberg	51	49	13.744	±0.20	10	09	11.921	±0.23	438.52	±0.18
Brockenfeld	51	47	16.699	±0.20	10	33	28.391	±0.24	923.56	±0.18
Ravensberg	51	37	17.425	±0.13	10	31	33.782	±0.15	698.64	±0.12
Recke (MX)	51	40	46.763	±0.33	10	10	47.359	±0.38	324.01	±0.29
Schalke	51	51	09.919	±0.21	10	22	58.602	±0.23	800.18	±0.19
Ahlsburg	51	44	40.213	±0.19	9	49	21.109	±0.20	448.68	±0.17
Acker	51	44	21.985	±0.19	10	25	34.103	±0.21	898.86	±0.17
Lohberg(MX)	51	33	0.222	±0.43	10	17	37.047	±0.50	318.31	±0.38
Lohberg	51	33	0.210	±0.23	10	17	37.101	±0.25	316.83	±0.21

Tab. 6: Ergebnisse der Einzelpunktlösungen aus Precise Ephemeris

4.2.2 Multistationslösungen

Wie bei den Einzelstationsberechnungen wurden auch hier Lösungen mit Broadcast und Precise Ephemeris und mit aufdatierter Satellitenbahn durchgeführt. Der besondere Vorteil von Multistationslösungen liegt darin, daß alle Dopplerbeobachtungen einer gemeinsamen Auswertung und Ausgleichung zugeführt werden. Die Multistationslösungen liefern einen Satz von dreidimensionalen geozentrischen Koordinaten mit zugehöriger vollbesetzter Varianz-Kovarianz-Matrix.

Um die Ergebnisse der GEODOP V-Multistationslösungen mit den Sollkoordinaten des Testnetzes vergleichen zu können, ist es notwendig, das Doppler-Satelliten-Netz auf das Testnetz zu transformieren, wobei die Sollkoordinaten des Testnetzes festgehalten werden. Diese 3d-Transformation wurde mit einer weiterentwickelten Version des Programms GDLSAT (Agerwal, 1978) durchgeführt. Nach dieser Transformation ist es möglich, die innere Genauigkeit der Dopplerlösungen durchgreifend zu testen, zu analysieren und zu verbessern.

Als Ergebnis liefert die dreidimensionale Transformation die ausgeglichenen Transformationsparameter, die Restklaffungen der einzelnen Stationen nach der Transformation des Dopplernetzes in das Testnetz und die endgültigen ausgeglichenen Koordinaten, die hier identisch mit den Sollkoordinaten des Testnetzes sein müssen.

Die mittleren Restklaffungen wurden berechnet und für die verschiedenen Lösungen untersucht.

Die Auswertungen der Dopplermessungen selbst wurden in der Form durchgeführt, daß zunächst zuverlässige Modellparameter und -konstanten quasi iterativ durch Wiederholungsläufe bestimmt wurden, bis einwandfreie Ausgleichungsergebnisse erzielt wurden. Der Wert für den mittleren Gewichtseinheitsfehler ist z.B. ein Indikator für die Qualität und Zuverlässigkeit der durchgeführten Ausgleichung.

Bei der Auswertung stellte sich heraus, daß für hochpräzise Untersuchungen die MAGNAVOX-Stationen nicht benutzt werden konnten, da die Oszillatoren ein sehr unregelmäßiges Verhalten zeigten. Die sehr großen Sprünge im Oszillatorgang konnten durch die Ausgleichung im GEODOP-Programm nicht behoben werden.

Auf der Grundlage detaillierter Untersuchungen vieler Multi-stationslösungen und auf Grund der durchgeführten Vergleiche haben sich die in der Tab. 7 angegebenen Optionen als zuverlässig erwiesen.

- Meteorologie	: prädizierte Met.
- Anzahl der simult. Dopplerstationen	: 3
- Anzahl der freien Stationsparameter	: 4
- Anzahl der freien Bahnparameter	: 6
- à priori Standard-Abweichungen der Bahnparameter für Precise Ephemeris	: 1., 2., 1., 1., 1., 1.m
- à priori Varianzfaktor	: 1.4
- Trimmen der Counts	: nein
- Korrelationsmodell	: 3
- troposphärisches Korrelationsmodell	: Saastamoinen ohne Ionosph. Korrektur 3.0.

Tab. 7: "Beste" Optionen bei MS-PE-Lösungen

In der Tab. 8 sind die Stationskoordinaten mit den geringsten Residuen aus einer 11-Stationenlösung mit PE zusammengestellt. Dieser Koordinatensatz stellt die beste Doppler-Lösung dar.

Station	X	Y	Z	Standardabweichungen		
				∂_x	∂_y	∂_z
Sauberg	3.869.972,30	685.188,50	5.007.006,70	±0,11	±0,12	±0,09
Recke	3.900.802,39	700.449,19	4.981.040,25	±0,11	±0,12	±0,09
Gleichen	3.920.562,39	694.108,50	4.966.673,38	±0,12	±0,15	±0,10
Bärenkopf	3.868.925,10	709.864,84	5.004.383,03	±0,13	±0,17	±0,11
Fahrenberg	3.889.083,55	696.485,60	4.990.831,80	±0,12	±0,15	±0,10
Brockenfeld	3.887.158,71	724.505,46	4.988.975,85	±0,12	±0,15	±0,10
Ravensberg	3.901.716,76	724.975,58	4.977.320,31	±0,12	±0,15	±0,10
Schalke	3.883.870,65	711.628,18	4.993.201,56	±0,12	±0,14	±0,10
Ahlsberg	3.899.590,59	675.155,36	4.985.609,90	±0,12	±0,13	±0,09
Acker	3.892.970,95	716.329,97	4.985.614,41	±0,13	±0,16	±0,11
Lohberg	3.910.520,66	710.213,71	4.972.081,41	±0,13	±0,16	±0,11

Tab. 8: Multistationslösung mit 11 Stationen mit Precise Ephemeris

In der Tab. 9 sind die Residuen von zwei 11-Stationenlösungen zusammengefaßt. Gegenübergestellt werden hier die Ergebnisse mit BE im SA-Modell und im System der Broadcast Ephemeris.

Stationen	SA-Modell			BE-SSA-Modell		
	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	Δh	$\Delta\varphi$	$\Delta\lambda$	Δh
Sauberg	-0.089	0.117	0.085	-0.092	0.015	0.125
Recke	0.049	0.046	0.023	0.101	0.030	0.012
Gleichen	-0.125	-0.034	0.032	-0.103	-0.064	0.017
Bärenkopf	0.059	-0.127	0.006	0.003	-0.134	-0.140
Fahrenberg	0.215	-0.001	-0.096	0.224	0.045	-0.111
Brockenfeld	0.227	0.024	0.009	0.230	0.100	0.055
Ravensberg	0.063	-0.081	0.111	0.127	0.051	0.090
Schalke	0.147	-0.145	-0.197	0.126	-0.154	-0.300
Ahlsburg	0.067	0.046	-0.089	0.061	-0.166	-0.221
Acker	-0.383	0.279	-0.050	-0.463	0.277	-0.053
Lohberg	0.164	-0.007	0.051	0.117	0.036	0.045
	± 0.170	± 0.113	± 0.086	± 0.187	± 0.123	± 0.128

Tab. 9: Ergebnisse von Multistationsläufen mit Broadcast Ephemeriden in m

Abschließend soll die Lösung vorgestellt werden, die auf Simultan-Messungen auf den vier Permanentstationen Sauberg, Kattnäse, Recke, Gleichen beruht.

In der Tab. 10 sind die Restklaffungen für die 4 Permanentstationen angegeben. Diese geringen Restklaffungen sind jedoch nur mit Beobachtungszeiträumen von 20 Tagen zu erreichen. Bei der Ausgleichung wurde eine strenge Simultaneität der Satellitendurchgänge erzwungen. Nur dadurch konnte die hohe innere Genauigkeit, die fast ausschließlich unterhalb von ± 10 cm lag, erreicht werden. Die Station Kattnäse weist aufgrund des schlechten internen Oszillators eine größere Abweichung in der Länge auf. Dieses Ergebnis zeigt, daß bei einwandfreien Anlagen sowie entsprechend langer Beobachtungszeit in der relativen Genauigkeit bei Multistationslösungen der ± 0.10 m Level unterschritten werden kann.

	$\Delta\phi$	$\Delta\lambda$	Δh
Sauberg	-0.04	-0.04	-0.02
Kattnäse	-0.03	0.17	-0.04
Recke	0.08	0.04	0.08
Gleichen	-0.03	-0.06	-0.06

Tab. 10: Residuen der Multistationslösung der vier Permanentstationen in Meter

5. SCHLUSSBEMERKUNGEN

Auf der Grundlage der Dopplermessungen im Testnetz Westharz konnten zahlreiche Untersuchungen und Analysen mit verschiedenen Auswerteprogrammen durchgeführt werden. Es können mit den Ergebnissen dieser Arbeiten fundierte Aussagen über die Leistungsfähigkeit der Doppler-Satellitenmethode gemacht sowie konkrete Hinweise für eine optimale Auswertung gegeben werden.

Als nennenswerte Erkenntnisse und Erfahrungen aus der technischen Durchführung der Doppler-Kampagne HARZ-DOC können zusammenfassend genannt werden:

1. Um einwandfreie und korrekte Dopplermessungen gewährleisten zu können, muß eine regelmäßige Überwachung der Stromversorgung und der Oszillatorstabilität erfolgen.
2. Um maximale Simultanität zu erreichen, sollte eine manuelle Vorprogrammierung der Empfänger möglich sein, wie beim MARCONI CMA-751.
3. Die meteorologischen Daten sollten entweder durch regelmäßige Messungen oder durch zuverlässige Prädiktionsverfahren auf der Grundlage eines guten Stützpunktfeldes bestimmt werden.
4. Vollautomatisch arbeitende Doppleranlagen können, wenn die jahreszeitlich bedingten Wetterverhältnisse berücksichtigt und gute Batterien verwendet werden, bei sicherer Unterbringung als unbewachte Meßstation eingesetzt werden.

Die Vergleiche der Dopplerkoordinaten mit den Koordinaten des Testnetzes und die Untersuchung der Residuen ergeben unter anderem folgende wichtige Ergebnisse:

1. Die Einbeziehung der an der Station gemessenen oder prädi-zierten meteorologischen Daten verbessert die Relativkoordinaten um wenige cm bei einem Testnetz dieser Ausdehnung.
2. Die Ergebnisse zwischen Short-Arc-Lösungen und Precise-Ephemeris-Lösungen sind in ihrer relativen Genauigkeit gleich gut.
3. Bei der Auswertung mit Broadcast Ephemeris sollte grundsätzlich mit verbesserter (aufdatierter) Satellitenbahn gerechnet werden.
4. Die mittleren Abweichungen in den Einzelstationslösungen aus GEODOP V und DOPL79 betragen in der Lage wenige Zentimeter und in der Höhe 0.50 m.
5. Die Höhenbestimmung ist im Vergleich zur Lagebestimmung, bei der in der Regel bei 10 Tagen Meßdauer ± 0.15 m erreicht werden können, genauer. Die Ergebnisse zeigen, daß Höhen-differenzen mit ± 0.10 m Genauigkeit bestimmt werden können.
6. Die Auswertung der vier Permanentstationen zeigt, daß mit dem TRANSIT-System Genauigkeiten von besser als ± 0.10 m nicht mehr utopisch sind.

6. DANKSAGUNG

Die Durchführung dieses Forschungsprojektes erfolgte während meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Erdmessung der Universität Hannover. Allen Kollegen des Instituts und den studentischen Mitarbeitern möchte ich für die tatkräftige Hilfe bei der Projektdurchführung recht herzlich danken. Besonderer Dank gilt Herrn Professor Dr. G. Seeber für seine wissenschaftliche Beratung und Unterstützung.

Die Deutsche Forschungsgemeinschaft gewährte eine finanzielle Unterstützung (Se 313/2) und stellte zwei Fahrzeuge zur Verfügung. Weiterer Dank gilt dem Institut für Geophysik der T.U. Clausthal, dessen Land-Rover bei den schwierigen Gelände-
verhältnissen im Harz eine große Hilfe war. Dank sagen möchte ich weiterhin dem Niedersächsischen Landesverwaltungsamt, Abteilung Landesvermessung, für die Signalisierung und Vorbereitung der Beobachtungsstationen.

Allen Instituten und Universitäten, die Doppleranlagen zur Verfügung stellten, möchte ich ebenfalls meinen Dank sagen, besonders Marta Varga aus Budapest und Gunnar Ekman aus Oslo für die Teilnahme an den Messungen. Jan Kouba vom Geodetic Survey of Canada und Bob Ziegler vom U.S. Defense Mapping Agency möchte ich herzlich danken für die Bereitstellung der Auswertprogramme GEODOP und DOPL79 und nicht zuletzt allen Studenten, die bei der Programmentwicklung und -implementation mitgearbeitet und bei den Auswertungen mitgearbeitet haben.

7. LITERATURVERZEICHNIS

- Agarwal, R., 1978: Programs GDLSTM and GDLSAT (Parts I, II & III). Geodetic Survey of Canada, Surveys and Mapping Branch, Department of Energy, Mines and Resources, Ottawa
- Boal, J.D., R.J. Morris, 1982: Evaluation of Transit Data Using Refined Version of Program GEODOP. Proceedings of the Third International Symposium on Satellite Doppler Positioning, Physical Sciences Laboratory, New Mexico State University, Las Cruces, New Mexico.
- Jenkins, R.E., B.D. Merritt, D.R. Messent, J.R. Lucas: Refinement of Positioning Software (DOPLR). Proceedings of the Third International Symposium on Satellite Doppler Positioning, PSL-NMSU, Las Cruces, N.M.
- Kouba, J., J.D. Boal, 1976: Program GEODOP. Publ. 1213E, Surv. and Mapp. Br., Ottawa, Ont.
- Kouba, J., 1982a: GEODOP V - Geodetic Doppler Positioning Programs (Version V). Preliminary Report, Dept. of Energy, Mines and Resources, Earth Physics Branch, Ottawa, unpublished
- Kouba, J., 1982b: GEODOP V Users Guide. Draft Report, Dept. of Energy, Mines and Resources, Earth Physics Branch, Ottawa, unpublished
- Kouba, J. 1983a: An efficient short-arc orbit computation. Submitted to Bull. Geod.
- Kouba, J. 1983b: A review of geodetic and geodynamic Doppler positioning. Reviews of Geophysics and Space Physics 21(1), 41-50, February 1983

- Kouba, J., L.D. Hothem, 1978: Compatibility of Canadian United States Doppler Networks. Proc. of the 2nd Int. Symp. on Problems Related to the Redefinition of N.A. Geod. Networks, Arlington, Virginia
- Schenke, H.W., 1982: Precision Doppler Satellite Observation in the German Three-dimensional Testnetz "Western Harz". 3rd Int. Geod. Symp. on Sat. Dop. Pos., Las Cruces, N.M.
- Schenke, H.W., 1984: Untersuchungen zur Genauigkeit von Doppler-Satellitenbeobachtungen im Testnetz Westharz. Wiss. Arb. Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, 1984 (im Druck)
- Siebold, H.W. Schenke, D. Egge, 1983: GEODOP V PORTABLE VERSION FORTRAN 77. Unveröffentlicht
- Smith, E.K. jr. und S. Weintraub, 1976: A point positioning program using integrated doppler satellite observations. Proc. 1st Int. Geod. Symp. Sat. Doppler Positioning, 839-890
- Torge, W., H.-G. Wenzel, 1978: Dreidimensionale Ausgleichung des Testnetzes Westharz. D.G.K., Reihe B, Nr. 134

SATELLITEN - DOPPLERMESSUNGEN IM TESTNETZ INNTAL

von

H. Heister und H. Glasmacher
Institut für Geodäsie
Hochschule der Bundeswehr München
Werner-Heisenberg-Weg 39
D-8014 Neubiberg
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Im Oktober 1983 wurden im Testnetz Inntal der HSBwM Doppler-Satellitenmessungen (NNSS) zur dreidimensionalen Punktbestimmung durchgeführt (INNDOC). Anhand dieses Datenmaterials werden die Auswerteergebnisse mit den beiden Softwarepaketen GEODOP III und MAGNET diskutiert. Die Analyse zeigt, daß beide Programme trotz Unterschiede im mathematischen Modell und in der Ermittlung der Refraktionskorrektur zu gleichwertigen Ergebnissen führen.

ABSTRACT

In October 1983 in the testnet "Inntal" a satellite doppler campaign (INNDOC) was performed for the determination of ellipsoidal coordinates in the NWL 10 D (WGS 72). Furthermore the data were used to compare the evaluation of the two programs GEODOP III and MAGNET. The analysis makes evident, that the results coincide within their significance, though different mathematical models and different methods in determining the refractive corrections were used.

1. BESCHREIBUNG DES TESTNETZES INNTAL

Seit dem Jahre 1979 verfolgt auch die Hochschule der Bundeswehr den Aufbau eines Testnetzes, der zunächst unter der Zielsetzung erfolgte, einerseits das Zusammenwirken von funktionalem und stochastischem Modell, insbesondere unter dem Gesichtspunkt der Anpassung des funktionalen Modells an die Beobachtungswirklichkeit von geodätischen Netzen im Hochgebirge zu untersuchen; andererseits sollten aber auch die Aufgabenstellungen der Kalibrierungen und Überprüfungen unterschiedlicher geodätischer Instrumente im Vordergrund stehen (HEISTER, WELSCH, 1981). Um diesen Zielsetzungen zu genügen, standen bei der Anzahl der Punkte folgende Randbedingungen im Vordergrund:

- Lage der Punkte im Flachland, in mittlerer Höhe und in der Gipfelflur,
- möglichst große Höhenunterschiede,
- stark unterschiedliche Lichtprofile,
- gute Anfahrmöglichkeiten,
- mittlere Ausdehnung.

Die Erkundung führte zu einem Netz, das eine Gesamtfläche von 210 km² überdeckt und nunmehr aus acht Punkten besteht, die frostsicher und mit einer Ausnahme durch Beobachtungspfeiler vermarktet wurden (siehe Abb. 1). Sie befinden sich am Nordabfall der Alpen im Bereich des Inntales. Die drei nördlichen Punkte liegen nahe der Autobahn München - Salzburg auf einem Niveau von 500 - 700 m ü.NN. Nach Süden steigt die Punkthöhe bis zum Wendelstein auf 1.800 m ü.NN an, so daß der maximale Höhenunterschied 1.330 m beträgt. Die möglichen Sichtlängen liegen im Bereich von 4,5 km bis 24,1 km; dabei besteht bis auf zwei Ausnahmen zwischen allen Punkten Sichtverbindung. Um den vielfältigen Auswertemodellen gerecht zu werden und eine spätere Verwendbarkeit nicht einzuschränken, wurde ein umfangreiches Meßprogramm aufgestellt, wonach folgende Beobachtungen bisher durchgeführt wurden:

- Horizontalrichtungen,
- Zenitdistanzen (gegenseitig, gleichzeitig),
- Strecken,
- Schwere,
- Astronomische Beobachtungen,
- Kreiselazimute,
- Satellitendopplermessungen (NNSS).

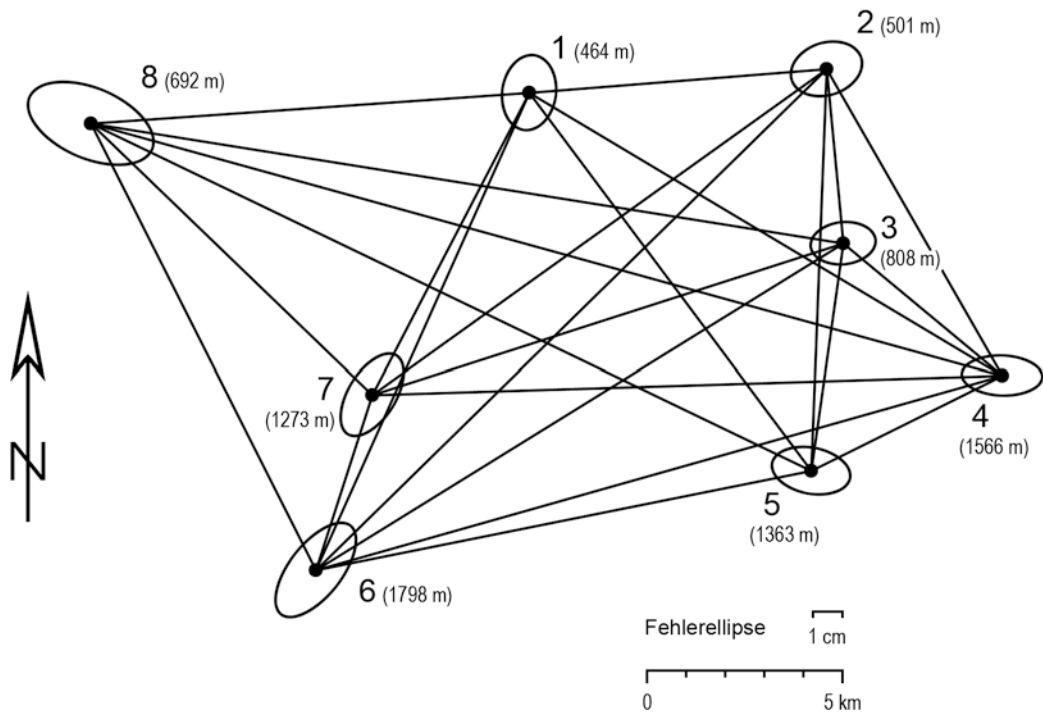


Abb. 1: Testnetz "Inntal"

Beabsichtigt sind in naher Zukunft weitere Meßkampagnen, wobei neuere Instrumente und Verfahren der Satelliten- und Inertialvermessung eingesetzt werden sollen.

2. DIE DOPPLERMESSKAMPAGNE INNDOC

Um sowohl geozentrische Koordinaten aus direkten Messungen zu bestimmen als auch Gerätetests unter erschwerten Bedingungen als Vorbereitung für die Deutsche Antarktis-Expedition 1983/84 vorzunehmen, wurde im Oktober 1983 im Testnetz INNTAL die Dopplermeßkampagne INNDOC mit den erwähnten Zielsetzungen durchgeführt. Unter Beteiligung von acht Institutionen wurden alle Netzpunkte mit Empfängern des Typs Magnavox MX 1502 simultan beobachtet. Die

Meßkampagne begann am 07.10.83 um 18.00 Uhr MEZ und endete am 18.10.83 um 06.00 Uhr MEZ, wobei die Beobachtungen zu allen fünf zu dieser Zeit operablen Satelliten erfolgten. Tabelle 1 enthält eine Übersicht von den eingesetzten Geräten und Beobachtern. Weiterhin wurde die Meßkampagne wegen der schwierigen logistischen Verhältnisse speziell auf den Stationen Wendelstein und Heuberg unterstützt durch die Top Batterie 601, Ulm, und das Heeresfliegerregiment 20, Neuhausen.

STATION	EMPFÄNGER		BEOBACHTER	
	SER.NR.	EIGNER		
1 AUTOBAHN	104	T	ARCULIN,	T
2 IMMELBERG	164	S	RÖSCH,	S
3 STEINKIRCHEN	181	M	KRACK,	M
4 HOCHRIES	140	Z	WÄHRLI,	Z
5 HEUBERG	234	Z	WELSCH,	M
6 WENDELSTEIN	97	A	KOCK,	BS
7 FARRENPOINT	83	B	SUCKER,	B
8 ECKERSBERG	170	M	KLÖCKER,	M

ABKÜRZUNGEN:

A - ALFRED-WEGENER-INSTITUT BREMEN

B - GEODÄT. INSTITUT DER UNIVERSITÄT BONN

BS - INSTITUT FÜR VERMESSUNGSKUNDE DER TECHN. UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

M - INSTITUT FÜR GEODÄSIE DER HOCHSCHULE DER BUNDESWEHR MÜNCHEN

S - GEODÄT. INSTITUT DER UNIVERSITÄT STUTTGART

T - ISTITUTO DI GEODESIA E GEOFISICA UNIVERSITA DEGLI STUDI DI TRIESTE

Z - INSTITUT FÜR GEODÄSIE UND PHOTOGRAMMETRIE DER ETH ZÜRICH

TABELLE 1: PUNKTFELD, PERSONELLE UND INSTRUMENTELLE ZUORDNUNG

Zusätzlich wurden noch für die Einrichtung der Stationen sowie für den Abbau drei Tage vorgesehen, so daß sich die gesamte Meßkampagne auf 13 Tage belief. Abschließend fand auf dem Meßdach des Instituts für Geodäsie der HSBw eine Kalibrierungsmessung von 7 Tagen statt.

Trotz teilweise widriger Wetterverhältnisse konnten die Beobachtungen bis auf eine Ausnahme ohne nennenswerte Ausfälle durchgeführt werden. Der Empfänger Nr. 104, der zuvor beschädigt worden war, hatte Fehlfunktionen im Cassettenteil, so daß für die Station Autobahn nur etwa das letzte Drittel der Kampagne ausgewertet werden konnte. Weitere Schwierigkeiten bereitete die Stromversorgung bei den Punkten, wo auf Notstromaggregate zur Batterie-ladung zurückgegriffen werden mußte. Zusätzlich wurden auf allen Stationen

die meteorologischen Daten Lufttemperatur, -feuchte und -druck gemessen; dieses verursachte teilweise ebenfalls einen erheblichen Aufwand bei der sonst doch automatischen Arbeitsweise der Satellitenempfänger. Deshalb wird auch besonders bei der Auswertung auf den Wert dieser Messungen eingegangen werden.

3. AUSWERTUNG UND ERGEBNISSE

3.1 Auswerteprogramme für Satellitendopplermessungen an der HSBwM

Stellt man an die Koordinatenbestimmung - wies es auch Ziel dieser Meßkampagne war - höchste Genauigkeitsanforderungen, dann liefern die in den Feldgeräten eingebauten Mikroprozessoren nur ungenügend genaue Koordinaten, so daß man auf den Einsatz von qualifizierten Auswerteverfahren, die nur mit stationären Rechenanlagen bewältigt werden können, zurückgreifen muß. Für diese umfangreichen Berechnungen sind verschiedene Programmsysteme entwickelt worden, wobei das von KOUBA (1975) entwickelte Softwarepaket GEODOP wohl am häufigsten verwendet wird. Außer GEODOP III kommt an der HSBw noch das von der Geräteherstellerfirma Magnavox erstellte Programm MAGNET (ROSS, 1982) zum Einsatz. Neben verschiedenen Strategien in der Handhabung unterscheiden sich diese Programme auch in den mathematischen Modellen. Dies kann für den Anwender bedeuten, daß mit gleichem Beobachtungsmaterial aber unterschiedlichen Programmen auch signifikant unterschiedliche Koordinaten erzeugt werden. Für lokale Netze ist dies - falls die Netzkonfiguration erhalten bleibt - von nachgeordneter Bedeutung, kann jedoch für die absolute dreidimensionale Punktbestimmung von erheblicher Relevanz sein. Deshalb liegt ein weiteres Ziel dieses Beitrags in dem Vergleich von Koordinaten und Genauigkeitsangaben - berechnet sowohl aus GEODOP- als auch aus MAGNET-Auswertungen. Ohne hier im Detail auf die Unterschiede der beiden Programmpakete einzugehen - hierzu wird auf den entsprechenden Beitrag von HAUCK (1984) verwiesen - sei erwähnt, daß die wesentlichen Unterschiede im mathematischen Modell bei der Bestimmung der Satellitenbahn und der atmosphärischen Korrektur liegen.

Um dem mit der Auswertung von Dopplermessungen weniger vertrauten Leser den damit verbundenen Aufwand zu veranschaulichen, ist in Abbildung 2 das Ablaufschema der einzelnen Arbeitsschritte angegeben, so wie sie an der HSBw praktiziert werden.

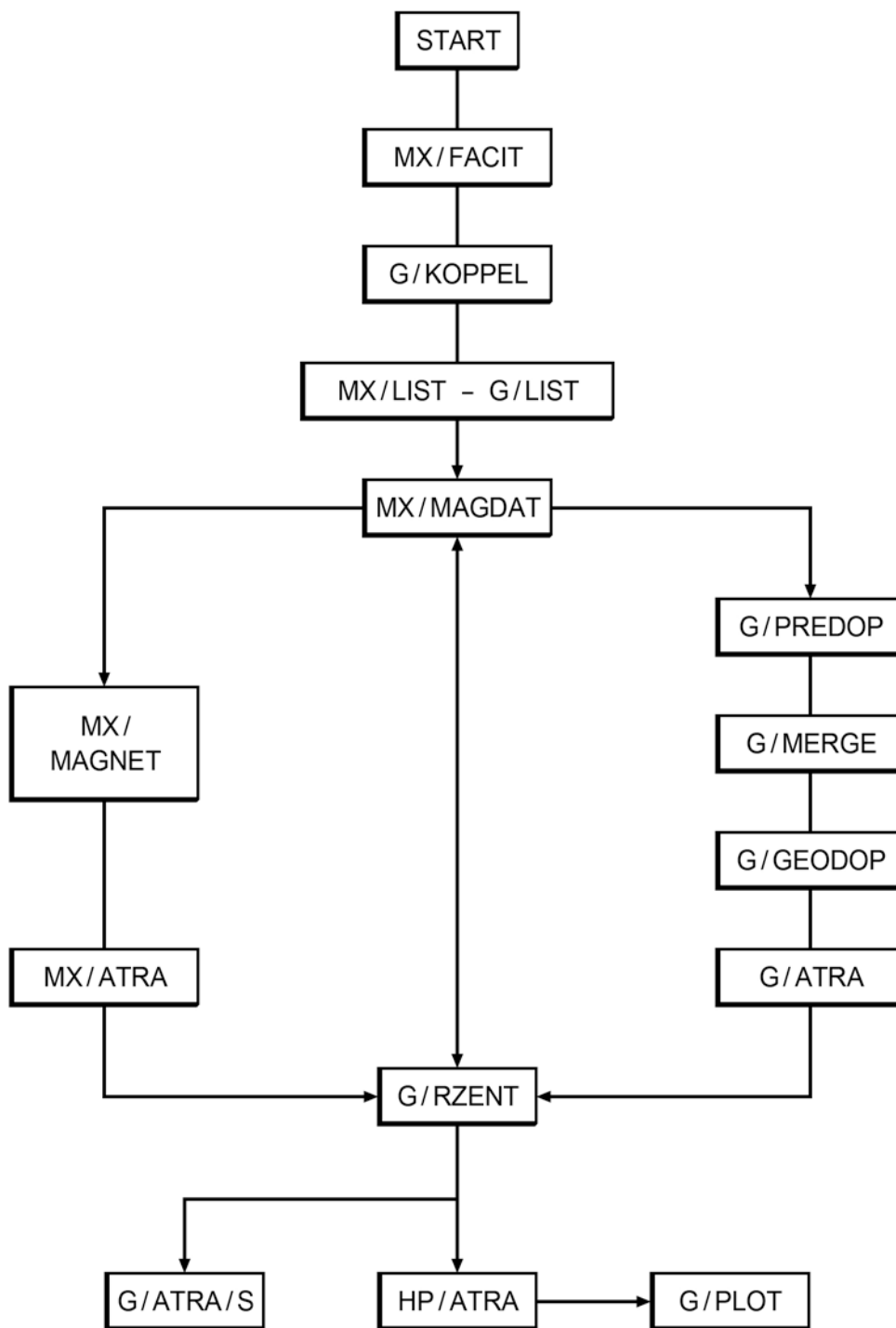


ABB. 2: ABLAUSCHEMA ZUR AUSWERTUNG VON DOPPLER-SATELLITENMESSUNGEN

In der Regel beginnt die Auswerteprozedur mit der zeitaufwendigen Übertragung der im Felde auf Cassette gespeicherten Daten auf einen für einen Großrechner geeigneten Datenträger. Dazu steht eine Routine des Rechenzentrums zur Verfügung, die mit dem Job MX/FACIT gestartet wird; dabei werden die Daten von dem Facit-Kassettenlesegerät Modell 4203, das direkt an den Großrechner Burroughs B7800 gekoppelt ist, gelesen und auf Magnetplatte überspult. Sind mehrere Cassetten auf einer Station aufgezeichnet worden, dann werden über das Programm G/KOPPEL alle Beobachtungsdaten zu einem Datensatz gebunden. Über die Jobs MX/LIST oder G/LIST kann ein mehr oder weniger ausführlicher Ausdruck aller im Felde gespeicherten Daten sowie der fehlerhaften oder unvollständigen Datensätze erzeugt werden. Falls bereits Näherungskordinaten in einem beliebigen Koordinatensystem vorliegen, können über das Programm MX/MAGDAT diese mit einer Sieben-Parameter-Transformation unter Vorgabe der Transformationsparameter überführt werden; dies wird in den meisten Fällen notwendig werden, da die eigentliche Auswertung im System NWL 10D oder WGS 72 durchgeführt wird. Danach werden schließlich die Ausgleichsalgorithmen - wahlweise das von Magnavox entwickelte Programm MX/MAGNET oder das von Kouba erstellte System GEODOP - gestartet. Beide Algorithmen ermöglichen sowohl Einzelpunktauswertung als auch die Mehrstationslösung (Multi-point-solution) bei simultanen Beobachtungen.

Verfolgt man zunächst den Ablauf mit GEODOP, dann sind zunächst zwei weitere Vorprogramme G/PREDOP und G/MERGE zu starten, um die Rohdaten der einzelnen Beobachtungsstationen aufzuarbeiten und anschließend zu sortieren. Schließlich werden dann mit G/GEODOP nach verschiedenen Ausreißertests die plausibelsten geozentrischen Koordinaten berechnet. Der gesamte Rechenablauf wird noch über vorher zu vereinbarende Daten gesteuert.

MX/MAGNET integriert die drei ersten Programme von GEODOP und führt den Bearbeiter in einer benutzerfreundlichen Form interaktiv durch das Menu der verschiedenen Optionen. Dabei sind bis auf die Näherungswerte für geographische Länge und Breite sowie ellipsoidische Höhe der Antennenposition die Anfangswerte aller anderen Parameter durch das Programm vorbesetzt. Es besteht aber auch die Möglichkeit, diese Werte durch einfache interaktive Befehle zu ändern, völlig frei im Ausgleichsmodell zu bestimmen oder nur innerhalb einer vorgegebenen Varianz Änderung zuzulassen.

Beide Programme erlauben eine Vielzahl von unterschiedlichen Auswertansätzen, um individuelle Vorgaben sowohl im stochastischen als auch funktionalen

Modell zu ermöglichen.

Zur Weiterverarbeitung der Ausgabedateien dienen dann noch die Programme

- G/ATRA bzw. MX/ATRA, um die Ergebnisse in eine einheitliche Form umzusetzen und sie gegebenenfalls bei Teilkampagnen über gemeinsame Punkte zusammenzufassen,
- G/RZENT, in dem eine räumliche Zentrierung durchgeführt wird und die zentrischen Koordinaten im geozentrischen und geographischen System sowie eventuell im Gauß-Krüger-System mit Meridiankonvergenz zusammengestellt werden,
- G/ATRA/S, das bei unterschiedlichen Auswerteversionen einen Vergleich durch Berechnung der Koordinatenunterschiede, aller Streckendifferenzen sowie Maßstabsfaktor und ihre Standardabweichungen ermöglicht,
- HP/ATRA, um eine räumliche Transformation mit bis zu 9 Parametern (drei Translationen, drei Rotationen, drei Maßstabsfaktoren in der Achse des kartesischen Systems) durchzuführen, wobei
- G/PLOT die Punktlage mit den Restklaffungen in den drei Komponenten Breite, Länge und Höhe darstellt.

3.2 Berechnung mit verschiedenen Programmversionen

Wie bereits erwähnt, erlauben beide Programmpakete eine Fülle von Variationsmöglichkeiten zur Bestimmung der plausibelsten Koordinaten und unterschiedlicher zusätzlicher Parameter. Nach nunmehr mehrjähriger Anwendung und Erfahrung haben sich bei den Nutzern verschiedene Standards gebildet, deren kritischer Vergleich hier anhand der Meßergebnisse der INNDOC durchgeführt werden soll.

3.2.1 Auswertung mit dem GEODOP-Programm

Hierbei wurden vier Gebrauchsversionen durchgerechnet, die im weiteren mit den nachfolgenden Abkürzungen bezeichnet werden und sich durch folgende wesentliche Punkte unterscheiden:

GIN - Verwendung des IFAG-Standards,

GIS - IFAG-Standard mit Ausnahme des Refraktionsmodells; hier wird das Modell von SAASTAMOINEN (1973) angesetzt,

GIA - IFAG-Standard ohne Wetterbeobachtungen; hier wird für die Berechnung der atmosphärischen Korrektur auf eine Standard-Atmosphäre zurückgegriffen,

GIF - Verwendung des IFAG-Standards, jedoch unter Freigabe des Frequenz-Offsets innerhalb einer Standardabweichung von 50 Hz.

Die Standard-Version des IFAG (Institut für Angewandte Geodäsie, Frankfurt) (PESEC, SCHLÜTER, 1982) beinhaltet im wesentlichen

- Hopfield Refraktionsmodell unter Einführung der stationsbezogenen, gemessenen meteorologischen Daten (HOPFIELD, 1969),
- die Elimination von Dopplercounts mit einer Elevation $< 7.5^\circ$,
- die Verwendung von Satellitendurchgängen mit maximaler Elevation $> 15^\circ$,
- Unsicherheiten in der Bahnbestimmung von
 - ± 25 m (along track)
 - ± 5 m (across track)
 - ± 10 m (out of plane)bei der Benutzung von Broadcast-Ephemeriden,
- keine Frequenzdrift,
- Unsicherheit der Zeitsynchronisation von 1 Hz.

In der Tabelle 2a sind die wesentlichen Ergebnisse dieser Versionen gegenübergestellt. Dabei geben die Werte DB, DL, DH die durchschnittlichen Abweichungen der geographischen Koordinaten aller acht Punkte, bezogen auf die Standard-Version GIN an:

$$DB = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 dB_i, \quad DL = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 dL_i, \quad DH = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 dH_i \quad (1)$$

DR ist der durchschnittliche Translationsvektor:

$$DR = \frac{1}{8} \sum dR_i \quad , \quad \text{mit } dR_i = \sqrt{dB_i^2 + dL_i^2 + dH_i^2} \quad (2)$$

$i = 1, \dots, 8 \quad .$

s_B, s_L, s_H bedeuten die entsprechenden mittleren Standardabweichungen.

Die Werte M_{os} , DM und M_{Ms} in Tabelle 3a charakterisieren im wesentlichen die Formtreue des Netzes und geben einmal die mittlere Streckenabweichung an, wobei ein systematischer Maßstabsanteil vorweg abgespalten wurde:

$$M_{os} = \frac{1}{28} \left[\sum \Delta s_j^2 \right]^{1/2} \quad , \quad (3)$$

mit $\Delta s_j = ds_j - s_j \cdot DM \quad , \quad j = 1, \dots, 28 \quad .$

Weiterhin wird durch

$$M_{Ms} = \frac{1}{28} \sum_{j=1}^{28} |ds_j| \quad (4)$$

die durchschnittliche absolute Streckenabweichung berechnet.

Schließlich gibt DC und RMS die Anzahl der verwendeten Dopplercounts sowie die Genauigkeit der hieraus berechneten Strecken vom Satelliten zur Beobachtungsstation an.

3.2.2 Auswertung mit dem MAGNET-Programm

Das mathematische Modell, das diesem Ausgleichsprogramm zugrunde liegt, erlaubt zwei unterschiedliche Methoden zur Berechnung der Ortsvektoren vom Satelliten zum Empfänger: Die normale Methode wird als hyperbolischer Mode bezeichnet und hat gegenüber der zweiten Möglichkeit - dem Pseudo-Range-Mode - den Nachteil, daß wegen verschiedener meßtechnischer Fehler die Korrelationen zwischen den Dopplercounts (ursprüngliche Messungen) vernachlässigt werden. In HATCH (1976) ist ausführlich der Unterschied und die mathematische Formulierung beschrieben. Hiermit ergeben sich dann folgende Rechenversionen:

MPR - Verwendung des Magnavox-Standards,

MHY - Magnavox-Standard, jedoch unter der Verwendung des hyperbolischen Modes,

VERSION	DB	DL	DH	DR	S _B	S _L	S _H
GIN	0,00	0,00	0,00	0,00	0,65	0,47	0,20
GIS	0,44	-0,10	-0,98	1,08	0,66	0,48	0,20
GIF	0,06	-0,01	-0,01	0,06	0,66	0,48	0,20
GIA	0,46	-0,03	-0,53	0,70	0,67	0,48	0,21

TABELLE 2A: KOORDINATENVERGLEICH DER GEODOP-VERSIONEN
(ALLE ANGABEN IN M)

VERSION	DB	DL	DH	DR	S _B	S _L	S _H
MPR	0,00	0,00	0,00	0,00	0,51	0,25	0,17
MHY	1,57	-0,32	-1,14	1,96	0,30	0,17	0,12
MPE	0,87	-0,10	-0,96	1,30	0,47	0,23	0,16
MHE	1,78	-0,33	-1,38	2,28	0,29	0,17	0,12

TABELLE 2B: KOORDINATENVERGLEICH DER MAGNET-VERSIONEN
(ALLE ANGABEN IN M)

VERSION	DB	DL	DH	DR
MPR	-2,23	0,78	-4,93	5,47
MHY	-0,67	0,46	-6,08	6,13
MPE	-1,36	0,67	-5,89	6,08
MHE	-0,45	0,44	-6,32	6,35

TABELLE 2C: KOORDINATENVERGLEICH MAGNET-
GEODOP-VERSIONEN
(ALLE ANGABEN IN M)

VERSION	M_{Os}	M_{Ms}	$DM \cdot 10^6$	DC	RMS
GIN	0,00	0,00	0,00	31,629	0,07
GIS	0,02	0,02	0,23	31,627	0,07
GIF	0,04	0,03	-0,85	31,629	0,07
GIA	0,02	0,02	0,18	31,624	0,08

TABELLE 3A: STRECKENVERGLEICH DER GEODOP-VERSIONEN
(ALLE ANGABEN IN M, DM DIMENSIONSLOS)

VERSION	M_{Os}	M_{Ms}	$DM \cdot 10^6$	DC	RMS
MPR	0,00	0,00	0,00	38,750	0,10
MHY	0,13	0,10	-2,98	41,364	0,06
MPE	0,06	0,06	2,96	36,069	0,09
MHE	0,08	0,07	1,38	38,357	0,06

TABELLE 3B: STRECKENVERGLEICH DER MAGNET-VERSIONEN
(ALLE ANGABEN IN M, DM DIMENSIONSLOS)

VERSION	M_{Os}	M_{Ms}	$DM \cdot 10^6$
MPR	0,15	0,14	-5,41
MHY	0,13	0,13	-8,39
MPE	0,16	0,12	-2,44
MHE	0,13	0,11	-4,03

TABELLE 3C: STRECKENVERGLEICH DER MAGNET-GEODOP-
VERSIONEN (ALLE ANGABEN IN M)

MPE - MPR-Version unter Heraufsetzung der Mindestelevation für die Dopplercounts auf $7,5^\circ$,

MHE - MHY-Version unter Heraufsetzung der Mindestelevation auf $7,5^\circ$.

Die wesentlichen Charakteristika der Lösung in der Standardversion von Magnavox sind wieder nachfolgend aufgeführt:

- iterativer Prozeß für die Bestimmung der Lösungsparameter (freie Ausgleichung),
- spezielles Refraktionsmodell unter Verwendung der Standardatmosphäre und der Bestimmung der Refraktionskoeffizienten innerhalb einer Bandbreite von 0,02 m; deshalb keine Messung von meteorologischen Daten notwendig,
- Elimination von Dopplercounts mit einer Elevation $< 5,0^\circ$,
- Unsicherheiten in der Bahnbestimmung von
 - ± 24 m (along track),
 - ± 9 m (across track),
 - ± 4 m (out of plane),
- Berücksichtigung von Frequenzabweichung und Drift als zusätzliche Parameter im mathematischen Modell,
- Zeitverzögerung im Empfänger $0,1 \text{ ms} \pm 1 \text{ ms}$,
- Ortsvektoren von Satelliten zum Empfänger mit $\text{RMS} > 17 \text{ cm}$ werden eliminiert.

Die Ergebnisse sind analog zum vorangegangenen Abschnitt 3.2.1 in den Tabellen 2b und 3b zusammengestellt. Zusätzlich sind in den Tabellen 2c und 3c die Vergleichswerte der MAGNET-Version zur GEODOP-Lösung GIN angegeben.

3.2.3 Auswertung der Kalibrierungsmessung

Kalibrierungsmessungen werden einerseits durchgeführt, um eine Sicherheit über die ordnungsgemäße Funktion des gesamten Instrumentariums zu gewinnen, andererseits auch um eventuelle Nullpunktsfehler der Geräte untereinander festzustellen, wobei sich diese auf den Antennenbezugspunkt und damit auf

die ellipsoidische Höhe beziehen.

Die Auswertung der Kalibrierungsmessung, getrennt nach den beiden Programmen in Standardversion und anschließenden Transformationen, ist in Tabelle 4 zusammengestellt.

GERÄT SER.NR.	GEODOP			MAGNET		
	DH _k	DH _{TV}	DH _{TN}	DH _k	DH _{TV}	DH _{TN}
104	+ 3	-35	-32	+ 5	+18	+14
164	-13	-75	-62	-20	-64	-44
181	+11	-19	-30	+22	-23	-45
140	+ 4	+41	+36	+ 7	+52	+45
234	+ 4	+47	+43	+ 4	+35	+31
97	-14	-51	-37	-18	-51	-33
83	0	-18	-18	- 4	-14	-10
170	+ 5	+41	+36	+ 4	+46	+42
QUADR. MITTEL	8	44	39	13	42	35

TABELLE 4: ERGEBNISSE DER KALIBRIERUNGSMESSUNG
(ALLE ANGABEN IN CM)

Die sich aus der Transformation ergebende Höhenklaffe DH_k zeigt zwar für beide Auswerteversionen einen einheitlichen Vorzeichen-trend, ist jedoch für die einzelnen Geräte - besonders ihre Differenz - nicht mehr plausibel und signifikant. Trotzdem wurde für den gleichen Berechnungsmodus die Höhenklaffe im Testnetz DH_{TV} um den Wert von DH_k korrigiert, so daß DH_{TN} die verbesserte Höhenklaffe gerätebezogen angibt. Auch hier ist beim Vergleich der quadratischen Mittel eine leichte, jedoch nicht signifikante Verbesserung abzulesen.

Hieraus ist abzuleiten, daß eine weitere Berücksichtigung der Nullpunkt-korrektur speziell für den nachfolgenden Koordinatenvergleich mit "Soll-Werten" entfallen kann.

4. ANALYSE UND VERGLEICH DER ERGEBNISSE

4.1 Vergleich der verschiedenen Programmversionen untereinander

Vergleicht man zunächst die vier GEODOP-Versionen untereinander (Tabelle 2a und 3a), dann zeigen die Ergebnisse in Koordinaten und Genauigkeitsangaben ein relativ einheitliches Bild; die Abweichungen zur Standardlösung GIN in DB und DL liegen alle innerhalb ihrer einfachen Standardabweichung s_B , s_L , lediglich DH überschreitet bei der Version GIS ein Vertrauensintervall von drei s_H . Auch die Anzahl der Beobachtungen DC bleibt nahezu konstant. Somit kann trotz unterschiedlicher Modellansätze das Auswertergebnis mit den verschiedenen GEODOP-Versionen als nahezu gleichwertig angesehen werden.

Dahingegen führt ein Koordinatenvergleich der MAGNET-Versionen (siehe Tabelle 2b) bereits auf signifikante Koordinatenunterschiede, besonders in DB und DH. Die Ergebnisse M_{OS} und M_{MS} (siehe Tabelle 3a und 3b), die im wesentlichen ein Maß für die Formtreue des Netzes sind, sind dagegen wieder in guter Übereinstimmung. Lediglich der Maßstab zeigt Differenzen bis zu 6 ppm und die Anzahl der selektierten Dopplercounts schwankt ebenfalls um mehr als 10 %. Eine Aussage über den besten Lösungsansatz ist ohne weitere Vergleichsmöglichkeiten nicht zu machen. Deshalb wurden zunächst nochmals alle Ergebnisse der GEODOP-Lösung GIN gegenübergestellt (siehe Tabelle 2c und 3c). Dabei fällt sofort die unterschiedliche Netzlagerung dieser beiden Programme auf; signifikante Abweichungen in geographischer Breite und ellipsoidischer Höhe sowie im Maßstab (bis zu 8 ppm). Die beste Übereinstimmung mit den GEODOP-Ergebnissen liefern unter Beachtung aller charakteristischen Werte - auch denen aus Tabelle 3 - die Versionen MPE und MHE. Eine nahezu absolute Aussage ermöglicht jedoch erst der

4.2 Vergleich mit terrestrischen Messungen.

Hierzu wurden zunächst die "Soll-Koordinaten" im Gauß-Krüger-System über eine Sieben-Parameter-Transformation in das NWL-10D System (WGS 72) überführt, wobei die durch DÖDOC ermittelten Transformationsparameter (SCHLÜTER, 1982) zugrunde gelegt wurden (siehe Tabelle 6). Somit können dann die Koordinaten aller GEODOP- und MAGNET-Versionen durch eine räumliche Auffeldierung objektiv verglichen werden. Die Ergebnisse dieser Ähnlichkeitstransformation sind in den Tabellen 5a und 5b zusammengestellt. Betrachtet man

VERSION	ΔB	ΔL	ΔH	ΔR	S_B	S_L	S_H
GIN	-3,48	-0,33	+3,18	4,73	0,10	0,08	0,45
GIS	-3,05	-0,31	+2,19	3,77	0,09	0,07	0,45
GIF	-3,42	-0,34	+3,17	4,68	0,10	0,08	0,48
GIA	-3,03	-0,31	+2,64	4,03	0,09	0,07	0,45
MPR	-5,72	+1,25	-1,55	6,05	0,11	0,13	0,42
MHY	-4,18	+1,02	-2,76	5,11	0,08	0,08	0,50
MPE	-4,86	+1,24	-2,53	5,62	0,08	0,14	0,34
MHE	-3,97	+1,02	-3,00	5,08	0,07	0,10	0,43

TABELLE 5A: ZUSAMMENSTELLUNG DER TRANSLATIONSPARAMETER DER ÄHNLICHKEITSTRANSFORMATIONEN (ALLE ANGABEN IN M)

VERSION	s_0	$DM \cdot 10^6$	S_{DM}
GIN	0,32	24,0	8,2
GIS	0,32	24,2	8,2
GIF	0,34	23,1	8,7
GIA	0,32	24,2	8,2
MPR	0,31	18,7	8,0
MHY	0,35	15,6	9,0
MPE	0,26	21,7	6,7
MHE	0,31	20,0	7,9

TABELLE 5B: ZUSAMMENSTELLUNG DER MITTLEREN RESTKLÄFFUNGEN UND MASSSTABFAKTOREN DER ÄHNLICHKEITSTRANSFORMATIONEN (ALLE ANGABEN IN M)

zunächst die Translationsparameter ΔB , ΔL , ΔH sowie den Translationsvektor ΔR , so deuten diese Werte auf eine signifikante Verschiebung des gesamten Netzes gegenüber der Lage des "Soll-Netzes" (WGS 72, DÖDOC-Transformationsparameter) hin. Dies ist eindeutig auf die Unsicherheit der durch Broadcast-Ephemeriden bestimmten Satellitenbahn zurückzuführen. Die Standardabweichung dieser Positionsdifferenz, die auf einer unterschiedlichen Datumsdefinition beruht, wurde von JENKINS, LEROY (1979) mit

$$\sigma_0 = \frac{37 \text{ m}}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

mit n = Anzahl der Satellitendurchgänge

angegeben. Geht man von $n = 160$ Durchgängen aus, dann ergibt sich für $\sigma_0 = 2,9 \text{ m}$; nimmt man weiterhin an, daß eine ähnliche Standardabweichung für die Ergebnisse der DÖDOC gilt, dann entsprechen die hier ermittelten Translationswerte durchaus den aus (5) abgeleiteten Genauigkeitserwartungen.

Die mittleren Restklaffungen s_B , s_L und s_H in den Komponenten B, L und H sind jedoch ein Genauigkeitsmaß für die innere Lagegenauigkeit des Netzes und erreichen für die Programmversionen GIS und GIA bzw. MHE ihre günstigsten Werte. Zieht man zur weiteren Beurteilung noch die die Ähnlichkeit des Netzes charakterisierenden Werte der mittleren Restklaffung s_0 sowie den Maßstabsfaktor D_m mit seiner Standardabweichung s_{Dm} hinzu, dann kann man zu der Aussage kommen, daß alle GEODOP-Versionen zu einem nahezu einheitlichen Ergebnis führen, wobei den Versionen GIS und GIA eine gewisse Priorität einzuräumen ist. Auffällig ist die große Maßstabsabweichung mit ca. 24 ppm. Bei den MAGNET-Versionen sind die vergleichbaren Werte in weniger guter Übereinstimmung, so daß hier die Version MPE eindeutig vorzuziehen ist. Die Maßstabsabweichung liegt jedoch mit ungefähr 20 ppm etwas günstiger.

Die signifikante Differenz in den Translationswerten von GEODOP und MAGNET ist auf die unterschiedliche mathematische Modellierung zur Bestimmung der Satellitenbahn und des Refraktionsmodells zurückzuführen.

Station	B	L	H
1	47° 48' 44,47" 44,32"	12° 05' 19,10" 19,15"	520,00 17,37
2	47° 49' 01,76" 01,62"	12° 11' 25,52" 25,57"	555,27 52,91
3	47° 46' 39,72" 39,58"	12° 11' 41,94" 42,01"	860,92 58,24
4	47° 44' 50,15" 50,01"	12° 14' 54,50" 54,36"	1618,44 14,92
5	47° 43' 39,17" 39,01"	12° 11' 05,04" 05,12"	1414,70 11,59
6	47° 42' 16,19" 16,01"	12° 00' 51,46" 51,53"	1851,12 49,44
7	47° 44' 35,95" 35,78"	12° 02' 07,31" 07,36"	1324,63 22,59
8	47° 48' 17,32" 17,14"	11° 56' 17,91" 17,95"	748,71 46,53

Tabelle 6: Geographische Koordinaten B, L und ellipsoidische Höhe H im NWL-10D System (WGS 72) berechnet mit DÖDOC-Transformationsparametern und mit der MAGNET-Version MPE (in kursiver Schrift) bezogen auf den Antennennullpunkt

5. SCHLUSS

Die Vergleichsberechnung mit Daten der INNDOC führen für beide Programmpakete, GEODOP und MAGNET, im Rahmen der zu erwartenden Genauigkeit zu guten und gleichwertigen Ergebnissen. Die absolute Genauigkeit der Positionsbestimmung liegt wegen der Verwendung von Broadcast-Ephemeriden bei ca. 3 m. Die innere Genauigkeit wird mit ca. 0,1 m in Länge und Breite sowie ca. 0,4 m in der Höhe geschätzt. Die Abweichung im Maßstab ist mit 20-24 ppm relativ hoch, wohingegen die Ähnlichkeit des Netzes sehr gut reproduziert wird. Weiterhin zeigt die Variation der troposphärischen Refraktionsmodelle, daß bei kleiner Netzausdehnung bzw. relativ homogenen meteorologischen Verhältnissen keine signifikanten Unterschiede in der Positionsbestimmung zu erwarten sind. Dies bedeutet für die Praxis, daß auf die aufwendigen Wetterbeobachtungen in den meisten Fällen verzichtet werden kann. Zu ähnlichen Aussagen führen auch Vergleichsrechnungen von GLASMACHER, HEISTER, SCHÖDLBAUER (1984), die in Netzen größerer Ausdehnung und stark unterschiedlichen Klimaverhältnissen durchgeführt wurden. Lediglich bei geringer Elevation des Satelliten zeigen sich ungünstigere Ergebnisse, so daß in den MAGNET-Versionen die Schwelle für brauchbare Dopplercounts auf mindestens $7,5^\circ$ angehoben werden soll.

Ein Vergleich in der Handhabung von GEODOP und MAGNET fällt eindeutig zugunsten des letzteren aus. Ein Rückblick auf Abschnitt 3.1 zeigt, daß das GEODOP-Programm aus verschiedenen Teilprogrammen besteht; deshalb muß der Benutzer entsprechende Weiterverwendung und Zuordnung von Ergebnisdateien selber organisieren. Zusätzlich erfolgt die Steuerung der Programme über teilweise recht unübersichtliche Steuerdateien. Dahingegen arbeitet MAGNET mit einer einzigen, selbstorganisierten Speicherdatei und die Steuerung des gesamten Ablaufs erfolgt interaktiv über Codewörter bzw. Abfragen in Klartext. Daher kommt der ungeübte Nutzer wesentlich leichter zu brauchbaren Ergebnissen, was jedoch mit einem wesentlich höheren Rechenzeitbedarf gegenüber GEODOP bezahlt werden muß.

LITERATUR

- GLASMACHER, H., HEISTER, H., SCHÖDLBAUER, A.: *GEODOP - MAGNET, Numerischer Vergleich der beiden Programmsysteme anhand der Daten der Dopplermeßkampagne 1982 in der Republik Elfenbeinküste*. DGK, Reihe B, im Druck
- HATCH, R.: *New Positioning Software from Magnavox*. Proceedings of the Int. Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning, Las Cruces, S. 499-518, 1976
- HAUCK, H.: *Das Navy Navigation Satellite System, Auswertemodelle und Programmsysteme*. In Schödlbauer, A., Welsch, W. (Hrsg.): *Satelliten-Doppler-Messungen, Beiträge zum Geodätischen Seminar am 24./25.09.1984*, S. 47-60. Schriftenreihe des Wissenschaftlichen Studiengangs Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München, Heft 15, Neubiberg, 1984
- HEISTER, H., WELSCH, W.: *Aufbau des Testnetzes "Inntal"*. Proceedings der Internationalen Geodätischen Woche Oberegurgl 1981, Innsbruck 1981, S. 145-161
- HOPFIELD, H.A.: *Two-quartic tropospheric refractivity profile for correcting satellite data*. Journal of Geophysical Research (74), S. 4487-4499, 1969
- JENKINS, R.E., LEROY, C.F.: *"Broadcast" versus "Precise" Ephemeris - Apples and Oranges*. Proceedings of the Int. Geodetic Symposium of Satellite Doppler-Positioning, Austin, 1979
- KOUBA, J., BOAL, I.D.: *Program GEODOP Documentation*. Geodetic Survey of Canada, Ottawa, 1975
- PESEC, P., SCHLÜTER, W.: *Deutsch-Österreichische Dopplerkampagne, Auswertung und Ergebnisse*. DGK, Reihe B, Nr. 260, S. 67-90, 1982
- ROSS, W.T.: *MAGNET Magnavox Network Adjustment Post Processing Software*. 1982
- SAASTAMOINEN, I.I.: *Contribution to the theory of atmospheric refraction*. Bulletin Géodésique (107), S. 13-34, 1973
- SCHLÜTER, W.: *Vergleiche der DÖDOC-Ergebnisse (Deutscher Teil) mit terrestrischen Koordinaten*. DGK, Reihe B, Nr. 260, S. 91-111, 1982

KÜNFTIGE ENTWICKLUNGEN

DAS NAVSTAR GLOBAL POSITIONING
SYSTEM (GPS)

von

Philipp HARTL

Karl-Heinz THIEL

Institut für Navigation
Universität Stuttgart
Keplerstr. 11
7000 Stuttgart 1

ZUSAMMENFASSUNG

Das derzeit im Aufbau befindliche NAVSTAR Global Positioning System bietet bei vollem Ausbau ein Instrument, mit dem weltweit, kontinuierlich und mit gleicher Genauigkeit Positions- und Geschwindigkeitsbestimmungen in einem einheitlichen Bezugssystem (WGS 71) möglich sind. Bei Punktbestimmungen wird weltweit ein 3-dimensionaler Fehler (1σ - Wert, RMS) für den genauen P-Code von kleiner 30 m und beim groben C/A-Code von kleiner 300 m angenommen. Bisherige Meßergebnisse zeigen aber wesentlich günstigere Resultate. Verbesserung der Meßgenauigkeit für geodätische Anwendungen sind mit dem "differenziellen GPS" und der interferometrischen Messung möglich. Hierbei werden bereits Genauigkeiten im cm-Bereich erreicht.

ABSTRACT

The NAVSTAR Global Positioning System, which is now in the installation stage, is an instrument which measures worldwide, and with continuous and equal accuracy, the position and velocity in a uniform reference system (WGS 72). A worldwide 3-dimensional error (1σ - value, RMS) of less than 30 m for P-code and less than 300 m for C/A-Codes is adopted by point positioning. Measurements up to this point indicate however, essentially better results. Improvement of accuracy for geodetic use could be found with "Differential GPS" and "Interferometric measurements". These methods already indicate accuracies of some cm.

1. EINLEITUNG

Die Tagung hat in zahlreichen Vorträgen dargelegt, wie bedeutsam TRANSIT für die Geodäsie heute ist. Wir möchten im folgenden das gegenwärtig im Aufbau befindliche Navigationssystem GPS-NAVSTAR vorstellen, das gegenüber TRANSIT zweifellos hinsichtlich vieler Eigenschaften eine konsequente Fortentwicklung darstellt und auch eine erhebliche Steigerung der Leistungsfähigkeit bietet. Das liegt einerseits darin begründet, daß GPS 18 Satelliten im Orbit haben wird, sobald es gegen Ende der 80-iger Jahre voll ausgebaut ist, und daß andererseits die GPS-Satelliten selbst in ihrer Instrumentierung unvergleichlich viel aufwendiger und moderner sind als die entsprechenden Transits. Demgegenüber hat das Transitsystem bisher günstigstenfalls sechs Satelliten funktionsfähig im Orbit gehabt. Der Unterschied wird aber nicht nur in diesen Satellitenzahlen deutlich. Tab. 1 gibt eine vergleichende Übersicht der Systemdaten, die in fast allen Werten erhebliche Differenzen zeigen.

Im folgenden werden wir anhand dieser Tabelle zunächst diskutieren, weshalb solche gravierenden Veränderungen und Neuerungen angestrebt und verwirklicht wurden. Anschließend wird eine kurze Systembeschreibung folgen, die das Basiskonzept betrifft. Nach einem Ausblick auf geräte-technische und meßtechnische Entwicklungen bei GPS-Empfängern wird diskutiert, welche Möglichkeiten sich für den Geodäten bieten.

2. DIE HISTORISCHE ENTWICKLUNG

Um die Entwicklung zu verstehen, muß man sich vergegenwärtigen, daß sowohl TRANSIT als auch GPS-NAVSTAR als Navigationssysteme von militärischen Stellen in den USA betrieben und genutzt werden. Für TRANSIT gilt dies zunehmend

	TRANSIT	GPS
=====		
Bahnhöhe	1075 km	20160 km
Geschwindigkeit	7311 m/sec	3873 m/sec
Umlaufzeit	107 min	12 h
Inklination	90 Grad (Polbahn)	55 Grad
Sendefrequenz	150/400 MHz	1227/1575 MHz
Reichweite	Global	global
max. Anzahl der Satelliten	5 - 6	18
Verfügbarkeit	10-18 min Wartezeit 35-100 min	Kontinuierlich
Anzahl sichtbarer Satelliten	max. 1	4 - 6
Betriebsart	Doppler	Doppler + Pseudo-Entfernungsmessung
max. Dopplerverschiebung	8.3 kHz	4.8 kHz
PN-Code (Ranging)	---	1 und 10 MHz
Positionsbestimmung	1 Sat.-durchgang 10 - 18 min	kontinuierlich sofort
Genauigkeit	300 m	10 m 3D

Tab. 1 KENNDATEN DER SATELLITENSYSTEME

weniger, für GPS jedoch in starkem Maße. Dennoch wurde in beiden Fällen auch die zivile Nutzung eingeplant. Für TRANSIT wurde dies nach etwa 3,5 Jahren im Juli 1967 realisiert.

Bei GPS ist dies von Anfang an vorgesehen, allerdings nur für den C/A (coarse acquisition) Code. Der hochgenaue P-Code ist jedoch kaum für die zivile Seite zugänglich, zumindest nicht in Echtzeit. Und selbst der C/A Code wird wahrscheinlich gegenüber der bisherigen Genauigkeit eine

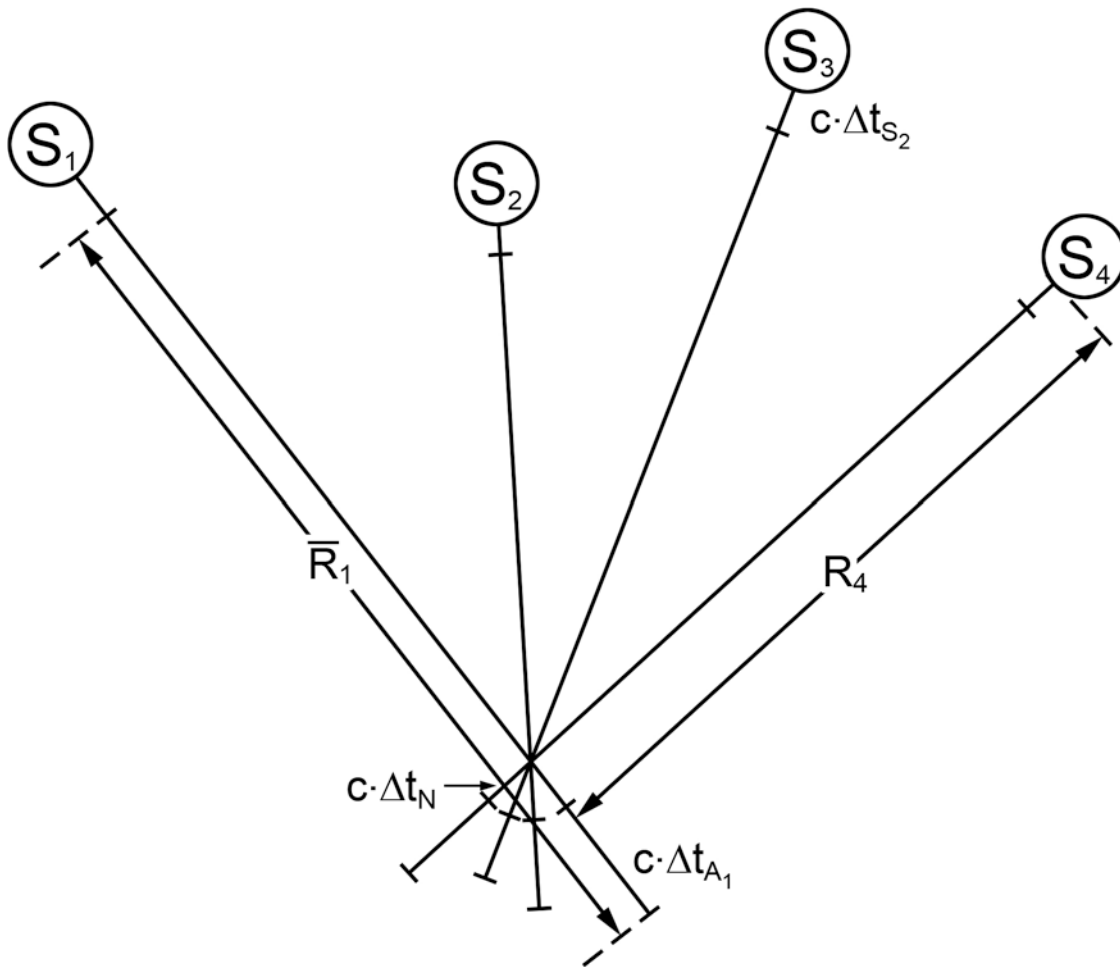
Verschlechterung um den Faktor 3 bis 4 in den nächsten Jahren durch absichtliche Degradation erfahren, dafür aber kostenlos anwendbar sein /1/.

Was bedeutet nun die Aussage: Entwurf für den Zweck der Navigation und insbesondere für globale und universell anwendbare Navigation? Das heißt, wie in Tab. 2 aufgezeigt, daß langsame und schnelle Fahrzeuge sowie stationsfeste Teilnehmer ihre Information schnell und umfassend genug erhalten müssen, insbesondere die dreidimensionalen Positions-Koordinaten, die Zeit und die drei Komponenten des eigenen Geschwindigkeitsvektors. Und dies muß jederzeit und an jedem Orte der Erde möglich sein.

Daraus ergeben sich bereits einige Konsequenzen: Dopplerinformation allein genügt nicht, da damit erst aus einem möglichst vollständigen Satz von Meßwerten eines Satellitenüberflugs die Daten für die Eigenpositionsbestimmung ermittelt werden können. Zudem gehen Ungenauigkeiten der Nutzer-Uhr sowie Unsicherheiten der Eigengeschwindigkeit des Nutzers als Fehler in das Doppler-Resultat ein. Autos oder gar Flugzeuge können für die Positionsbestimmung ohnehin den Dopplereffekt nicht nutzen und zwar aus Gründen der Meßzeitdauer und der eigenen raschen Bewegung. Die Dopplerangaben sind aber eine ausgezeichnete Information zur Bestimmung der Fahrzeuggeschwindigkeit, falls vorab bzw. gleichzeitig die Position schnell und zuverlässig über die Trilateration, d.h. Ranging, bestimmt wird (Abb. 1). Dies setzt allerdings voraus, daß mindestens 3 Satelliten simultan und jederzeit zur Navigationsaufgabe an jedem Ort der Erde verfügbar sind. Genauer gesagt: es müssen vier Satelliten sein, da nicht angenommen werden kann, daß der Nutzer eine derart präzise Uhr verfügbar hat, daß eine Zeitkorrektur nicht mehr nötig ist. Wie Abb. 1 angibt, läßt sich mit dem Gleichungssatz für diese Konfiguration die Aufgabe lösen. Man kann die Eigenposition des Nutzers bei vorgegebenen Satellitenpositionen und

NUTZERDYNAMIK	NUTZER	GENAUIGKEIT
stationär	geod. Punktvermessung geophysikalische Anwendung (Plattentektonik) Zeitverteilung kommerzielle Punktbest. Bohrplattformen	hoch hoch hoch hoch/ mittel
niedrig	Schifffahrt Marine Fischerei Frachtschiffe, Tanker Passagierschiffe private Yachten Forschungsschiffe Bojen Binnenschifffahrt Landfahrzeuge Autos Transportfahrzeuge Panzer	mi-ho mittel mittel mittel mittel hoch hoch hoch mittel mittel hoch
mittel	Kleinflugzeuge Hubschrauber Transportflugzeuge Passagiermaschinen (Großraumflugzeuge)	mi-ho mi-ho mi-ho mittel
hoch	mil. Flugzeuge (Jäger, Aufklärer, Bomber) Raketen Satelliten	hoch hoch hoch

Tab. 2 Mögliche Nutzer, ihre Eigenschaften und ihre Anforderungen



PSEUDOENTFERNUNG

$$\bar{R}_i = R_i + c \Delta t_{A_i} + c (\Delta t_N - \Delta t_{S_i})$$

- R_i = wahre Entfernung
- t_{S_i} = Offset der Satellitenuhr gegenüber GPS-Zeit
- t_N = Offset der Empfängeruhr gegenüber GPS-Zeit
- t_{A_i} = Ausbreitungsverzögerung und andere Fehler

Die Pseudoentfernungsmessung zu 4 Satelliten liefert vier unabhängige Gleichungen:

$$\begin{aligned} (X_1 - X_N)^2 + (Y_1 - Y_N)^2 + (Z_1 - Z_N)^2 &= (R_1 - B)^2 \\ (X_2 - X_N)^2 + (Y_2 - Y_N)^2 + (Z_2 - Z_N)^2 &= (R_2 - B)^2 \\ (X_3 - X_N)^2 + (Y_3 - Y_N)^2 + (Z_3 - Z_N)^2 &= (R_3 - B)^2 \\ (X_4 - X_N)^2 + (Y_4 - Y_N)^2 + (Z_4 - Z_N)^2 &= (R_4 - B)^2 \end{aligned}$$

Die Lösung liefert die Empfängerkoordinaten X_N , Y_N , Z_N und den Bias B .

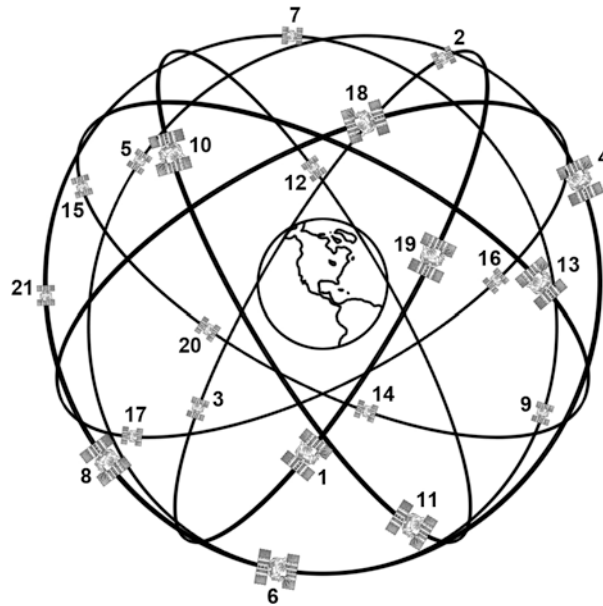
Abb. 1 Bestimmung der Position des Nutzers mit Hilfe von 4 Satelliten. Die "Pseudoentfernungen" müssen auf die "wahren Entfernungen" korrigiert werden.

gemessenen Entfernungswerten bestimmen und auch den Korrekturwert herleiten, um den die Nutzeruhr gegenüber den Satellitenuhren abweicht. Von den Satellitenuhren wird hierbei angenommen, daß ihre hochstabilen Atomuhren von der Erde aus sehr genau kontrolliert und synchronisiert werden und so ausgezeichnet miteinander übereinstimmen. Die Informationen über die Satellitenbahnen werden von den NAVSTARs zusammen mit den Rangingsignalen ausgestrahlt und stehen damit dem Nutzer während der Messung bereits zur Verfügung.

Aus der Forderung nach Kontakt zu mindestens 4 Satelliten ergeben sich eine Reihe Konsequenzen: Die Bahn muß hinreichend hoch sein, damit die Gesamtzahl der benötigten Satelliten ein vernünftiges Maß nicht überschreitet. Die Satellitenbahnen müssen nach gewissen Ordnungsgesichtspunkten ausgewählt werden: Geneigte Bahnen sind zu bevorzugen, die einerseits die Möglichkeit bieten auch polnahe Gebiete zu beleuchten und andererseits vermeiden, daß an den Polen eine unnötige Häufung der Satelliten auftritt.

Eine Gleichverteilung muß erreicht werden, um bei minimalem Aufwand zu vermeiden, daß irgendwo irgendwann Lücken auftreten und daß die Ermittlung der möglichen Satellitenkontakte gut überschaubar bleibt. Die Symmetrie der Bahnen soll aber auch bezwecken, daß auf alle Satelliten im Mittel gleiche Störkräfte wirken, so daß die Konfiguration ohne viel Treibstoffaufwand für Bahnkorrekturen erhalten bleibt. Dies erfordert kreisförmige Bahnen in relativ großen Höhen, in denen die Satelliten jeweils in gleichen Abständen rotieren. Das Resultat solcher Forderungen ist im GPS realisiert mit Hilfe der Konfiguration von Abb. 2, nämlich 6 Bahnebenen, jeweils 60 Grad gegeneinander versetzt und mit je 3 Satelliten äquidistant besetzt. Die Bahninklination ist stets 55 Grad, die Höhe der Zwölfstundenbahnen rund $h = 20.160$ km.

NAVSTAR Operational Constellation
 18 Satelliten und 3 aktive Spares



Operational 6 Ebenen, 18 Sat. Constellation
 Bahnebenen mit 55 Grad Inklination

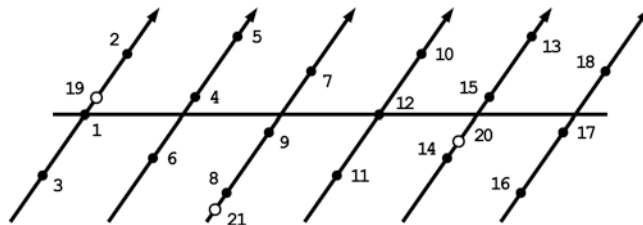


Abb. 2 Satellitenkonfiguration von GPS-NAVSTAR

Mit der größeren Bahnhöhe ist aber eine geringere Umlaufgeschwindigkeit der Satelliten gegenüber TRANSIT gemäß der Gleichung 1 vorgegeben.

$$v = R \sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$$

Möchte man über die Dopplermessung dieselbe oder sogar noch eine höhere absolute Genauigkeit der Geschwindigkeitsbestimmung des Fahrzeugs gewährleisten, dann muß unter diesen Umständen zunächst einmal die Trägerfrequenz des Signals erhöht werden. Dies trifft sich auch mit zwei anderen Forderungen: Die Ranging-Pseudo-Zufalls-codes benötigen, wie später ausgeführt wird, eine beachtliche Bandbreite von ca. 2 MHz für den C/A-Code und 20 MHz für den P-Code. Solche Bandbreiten stehen bei 150/400 MHz Trägerfrequenz nicht in genügendem Maße zur Verfügung. Außerdem ist die Genauigkeit des Transitsystems aufgrund der Ausbreitungseffekte noch durch die Ionosphäre beeinträchtigt, da Ausbreitungsfehler höherer Ordnung auch nicht durch die Zweifrequenz-Dopplermessung, wohl aber durch Zweiweg-Rangingmessungen eliminiert werden können. Die Laufzeitverzögerung τ durch die Ionosphäre ist gegeben durch

$$\tau = \frac{I}{c} \left[\frac{40,31}{f^2} + \frac{140,28}{f^3} + \dots \right]$$

mit I = Gesamtelektroneninhalt einer Säule von 1 qm Querschnitt längs des Signalweges Satellit - Nutzer. Der Korrekturwert wird immer kleiner, je höher die Frequenz ist. Mit 2 Entfernungsmessungen f_1 , f_2 läßt sich I bestimmen und der Ionosphäreneinfluß korrigieren:

$$\Delta\tau = \tau_{f_1} - \tau_{f_2} = \frac{I}{c} \left\{ 40,31 \left(\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right) + \dots \right\}$$

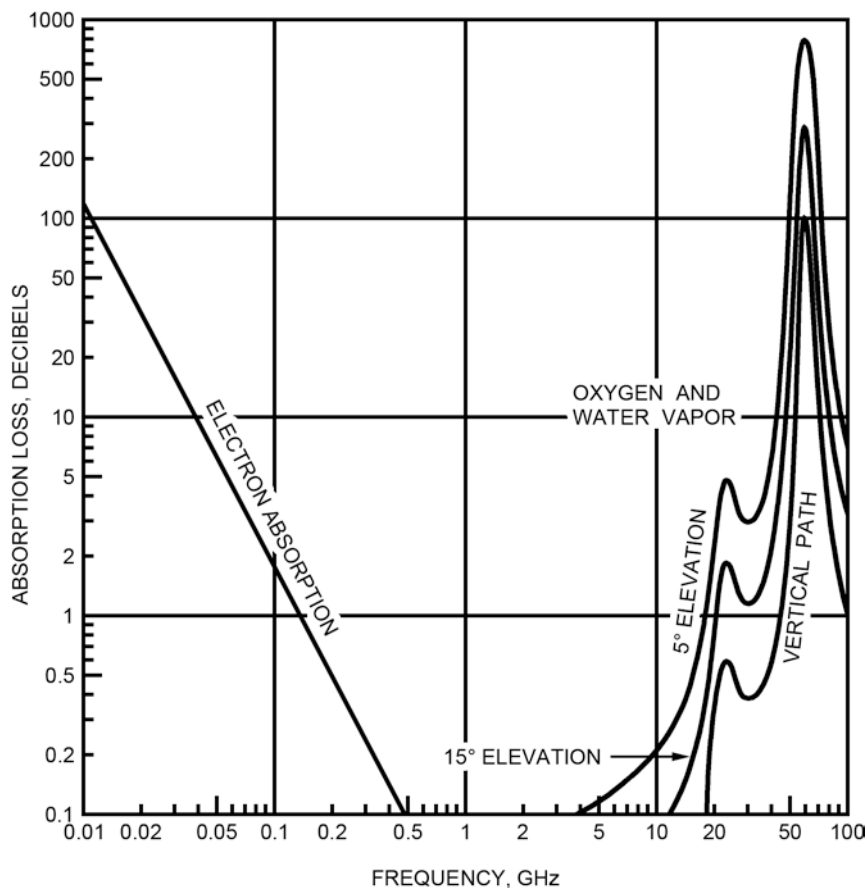


Abb. 3 Ausbreitungsdämpfung

Die Frequenzwahl ist auch noch durch die Ausbreitungseigenschaften der elektromagnetischen Wellen bestimmt. Bei tiefen Frequenzen (etwa bis 100 MHz) ist der Ionosphären einfluß relativ hoch, bei Frequenzen über 10 GHz machen sich die Dämpfungseigenschaften der Troposphäre wesentlich bemerkbar. 1.2 / 1.5 GHz stellen einen guten Kompromiß dar: Die Antennen bleiben "handlich", die Dämpfung ist vernachlässigbar, die Technologie der Sender und Empfänger etc. noch relativ einfach.

Die höheren Frequenzen konnten bei GPS deshalb gewählt werden, weil seit den 60-iger Jahren, in denen das Transit-Verfahren entwickelt wurde, die Elektronik ganz erhebliche Fortschritte gemacht hat, die nicht nur die Datentechnik sondern auch die Hochfrequenztechnik betreffen. Man ist heute in der Lage, sehr kostengünstig rauscharme und stabile Empfänger für den Gigahertz-Bereich zu ferti-

gen. Auch wenn wegen der Entwicklungskosten die heutigen Empfänger noch relativ teuer auf dem Markt angeboten werden, so ist die Kostenreduktion nur eine Frage der Zeit: Es werden bei Massenproduktion in den nächsten Jahren zumindest für den C/A-Code-Empfänger die Preise rapide fallen. In den USA geht man bereits heute davon aus, daß solche C/A-Code-Empfänger in Millionen Stückzahl ab Ende dieser Dekade genutzt werden, etwa in Autos, und daß dann ein solcher Empfänger zum Stückpreis von ca. 500 Dollar für den Massenabnehmer verfügbar sein wird. Man rechnet, daß bis 1995 ein solcher Empfänger nur noch die Größe einer Zigarettenschachtel hat und im wesentlichen aus 5 bis 6 großintegrierten Chips besteht. Die Frequenzwahl bei 1.2 und 1.5 GHz erlaubt es, einen solchen Empfänger ohne Richtantenne zu betreiben, was bei noch höheren Frequenzen nicht mehr der Fall wäre.

3. GESAMTSYSTEM

Das Gesamtsystem besteht im wesentlichen aus den drei Segmenten:

- Raumsegment,
- Kontrollsegment,
- Nutzersegment.

Die wesentlichen Merkmale des Raumsegments wurden im vorherigen Abschnitt dargestellt.

Das Kontrollsegment, bestehend aus vier Überwachungsstationen, die in Colorado Springs, Kwajalein, Diego Garcia, Ascension Island liegen, überwacht die Funktionsfähigkeit und die Bahn der Satelliten. Die einzelnen Stationen übermitteln ihre Einwegmessungen an die Hauptkontrollstation, die im "Consolidated Space Operation Center" in Colorado Springs stehen wird. Hier werden daraus die Ephemeriden

und die Zeitkorrektur ermittelt und als Navigationsdaten einmal pro Tag in den jeweiligen Satelliten geladen. Wie elementar z.B. die Zeitkorrektur ist, kann daran gesehen werden, daß eine Ganggenauigkeit bei einer Atomuhr im Satelliten von 10^{-8} sec einen Fehler von 26 m pro Tag verursacht.

Die Ephemeriden, Zeitkorrektur etc. werden von jedem Satelliten als Navigationsnachricht dem Nutzer zur genauen Berechnung seiner Position zur Verfügung gestellt. Die ganze Navigationsnachricht ist in einem Datenrahmen von 1500 bit dargestellt und wird mit 50 bit/sec übertragen. Für jeden Satelliten werden somit pro Rahmen 30 Sekunden benötigt. In Tab. 3 ist die Grobstruktur der GPS-Navigationsnachricht angegeben.

TLM	HOW	Block 1	-	Uhr - Korrektur ionosp. Parameter
TLM	HOW	Block 2	-	Ephemeriden
TLM	HOW	Block 3	-	Ephemeriden Forts.
TLM	HOW	Block 4	-	Nachricht (alphanum.)
TLM	HOW	Block 5	-	Almanach (für einen vollständigen Almanach bedarf es 25 Sequenzen)

Tab. 3 FORMAT DER NAVIGATIONSNACHRICHT

Jeder Rahmen wird aus 5 Blöcken gebildet, die jeweils mit einem Telemetrie-Wort (TLM), gefolgt von dem Hand-Over-Word beginnen. Mit dem Telemetrie-Wort wird die Rahmensynchronisation und mit HOW der Übergang auf den P-Code ermöglicht.

Im Almanach werden in 25 aufeinanderfolgenden Rahmen die Daten für die anderen Satelliten übermittelt, die für die Auswahl der günstigsten Satellitenkonfiguration durch den Empfänger dienen.

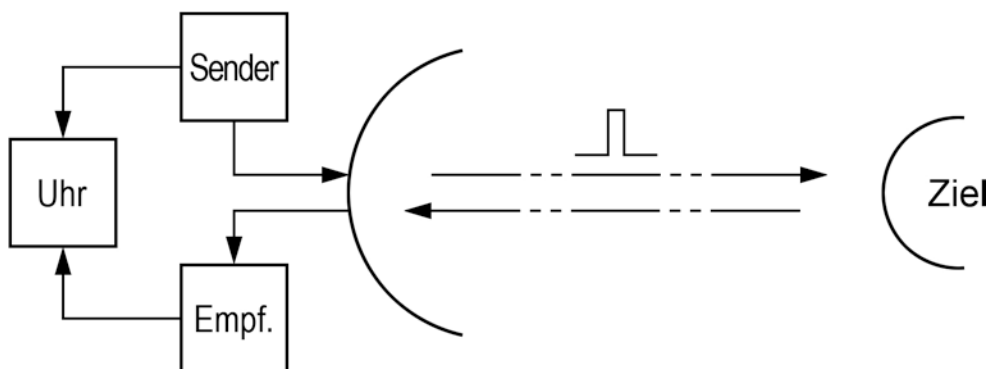
Das Nutzersegment wird hauptsächlich durch die entsprechenden Forderungen der unterschiedlichen Nutzer definiert (siehe Tab. 2).

4. PRN-RANGING

Wenn wir nun das Ranging-System einmal näher betrachten, dann fällt als Besonderheit die PRN-Codierungs-Methode auf. PRN, oder häufig auch PN-Ranging, bedeutet die Codierung der Ranginginformation in Form einer "Pseudo-Random-Noise" Zahlenfolge. Dies bedeutet, daß man eine binäre Zahlenfolge verwendet, die fast den Charakter einer Zufallsfolge hat. Eine binäre Zufallsfolge ist bekanntlich dadurch ausgezeichnet, daß es rein dem Zufall überlassen ist, ob in der Sequenz eine binäre 0 oder 1 folgt. Aus der Vergangenheit kann also in keiner Weise auf die Zukunft geschlossen werden. Für jedes Elementarglied der Folge folgt eine 0 oder 1 mit gleicher Wahrscheinlichkeit 0.5. Ähnliches gilt auch für die PRN-Folge, allerdings nur mit einer gewissen Einschränkung: Während die echte Zufallsfolge für beliebige Länge diese Gleichwahrscheinlichkeit beibehält, hat die PRN-Folge einen periodischen Charakter. Angenommen die Periode sei viele Tage lang, was etwa beim GPS/P-Code zutrifft, dann bewirkt sie aber für die praktische Empfangstechnik fast keine andere Rolle als die echte Zufallsfolge. Denn bei einer Länge von 0.1 μ sec pro Binärelement heißt dies, daß die ganze Periode die Menge von $10^6 * 60 * 60 * 24 * N = 86.4 * 10^9 * N$ Binärelementen (in der Navigation CHIPS genannt) umfaßt, wobei N die Anzahl der Tage ist, also z.B. 7 bei einwöchiger Periodenlänge. Man spricht übrigens von CHIPS und nicht von bits, weil das einzelne Element in einer solchen Folge nicht die eigentliche Information ist, sondern nur ein Anteil davon. Dies wird später deutlich werden, wenn wir die Ranging-Methode selbst beschreiben. Beim GPS-System ist die PRN-Folge des C/A-Codes nur 1023 chips lang, während die P-Code Periode die Länge von $2.3546959 * 10^{14}$ chips hat, aber (zumindest in

der jetzigen voroperationellen Phase) nach einer Woche abgebrochen und neu gestartet wird, also $6.187104 \cdot 10^{12}$ chips lang ist. Ein wesentlicher Unterschied zu nichtperiodischen Rauschsignalen besteht jedoch dennoch: Man kann solche PRN-Folgen relativ leicht erzeugen und ändern. Wenn der "Sender" aus z.B. militärischen Gründen die PRN-Folge neu codiert, braucht er seinem Partner, der die Signale empfangen soll, nur mitzuteilen, welche Rückkopplungen an dessen Schieberegister zu ändern sind. Dies ist alles; vgl. Anhang 1.

Warum also nun die Anwendung von PRN-Folgen? Das hat primär folgende Gründe: Jedes Mikrowellen-Ranging-Verfahren setzt voraus, daß man die Distanz entweder über die Laufzeit der elektromagnetischen Wellen oder über die Phasenmessung ermittelt. Bei der Laufzeitmessung ist die gedanklich einfachste Methode die, die als Radar bekannt ist (Abb. 4).



$$R = \Delta T / 2c$$

Abb. 4 Entfernungsmessung mit RADAR
(Zweiwegverfahren, kurzzeitstabile Uhr)

Ein Impuls wird vom Radar abgestrahlt, der nach der Reflexion am Ziel mit einem geringen Teil seiner Energie wiederum vom Radar empfangen wird. Die zwischen dem Abstrahlen und dem Empfang verstrichene Zeit, die mittels einer

"Stoppuhr" oder eines Zeitintervallzählers gemessen werden kann, wird als Signal-Laufzeit bezeichnet. Diese ist gegeben durch $T = 2R/c$. Hierbei ist R die einfache Distanz und c die Lichtgeschwindigkeit. Was hier als "Zweigwegmessung" ermittelt worden ist, kann man auch als "Einwegmessung" gewinnen, wenn man nämlich sowohl beim Sender als auch beim Ziel eine sehr genaue Uhr hat (Abb. 5) und vereinbart, daß der Sender einen Impuls zu einer bestimmten Zeit, z.B. zu jeder vollen Stunde (Minute), abstrahlt und die Empfangsuhr dann mißt, wenn dieser Impuls am Ziel eingetroffen ist. Die Entfernung kann aus der gemessenen Zeitdifferenz (Sendezeit - Empfangszeit) mit der Beziehung $R = T/c$ ermittelt werden. Es ist ganz offensichtlich, daß sich hier jede Abweichung zwischen den beiden Uhren unmittelbar als Entfernungsfehler auswirkt, während beim Zweiwegverfahren nur Kurzzeitfehler eine Rolle spielen, d.h. Gangfehler der Meßuhr bezogen auf die kurze Meßzeit.

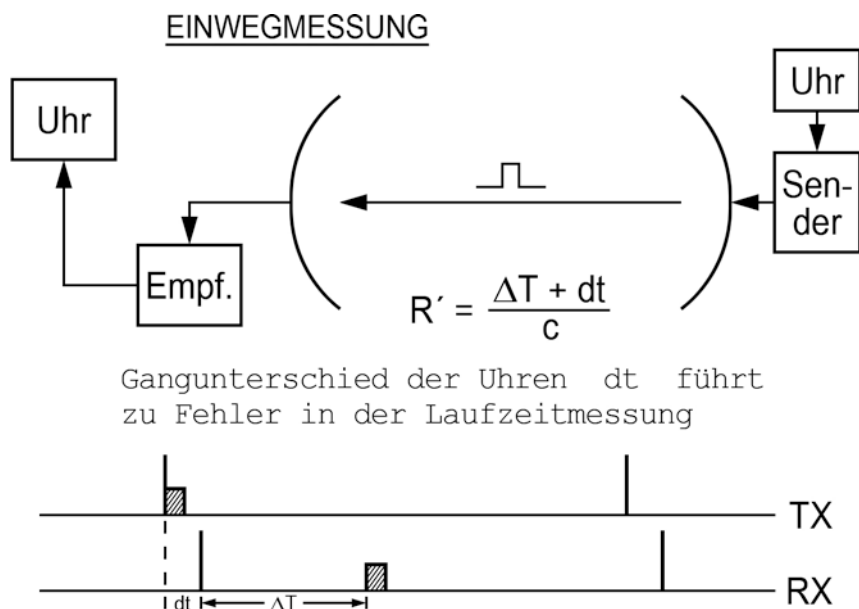


Abb. 5 Entfernungsmessung nach dem Einwegverfahren

Im Moment soll dies aber nicht näher betrachtet werden. Vielmehr interessiert uns das Impulsverfahren selbst, und dieses studieren wir kurz für den Zweiwegfall. Erst wenn der erste Impuls empfangen worden ist, darf ein zweiter Impuls abgesandt werden, um entweder die Messung zu wiederholen oder für den Fall der zeitlichen Änderung der Distanz Radar-Ziel, einen aktualisierten Meßwert zu erhalten. Würde man bereits einen weiteren Impuls aussenden noch ehe vom vorherigen Impuls mit Sicherheit das reflektierte Signal bereits empfangen worden ist, dann könnte es zu einer Impulsverwechslung auf der Empfangsseite kommen, d.h. es bestünde keine Eindeutigkeit bei der Messung. Mit der maximalen Distanz ist somit auch die maximale Wiederholrate festgelegt. Für zunehmend größere Distanzen wird diese Wiederholrate somit zunehmend kleiner. Für schnell bewegliche Ziele hat dies zur Folge, daß man nur noch in größeren räumlichen Abständen Positionsmessungen durchführen kann. Für langsame bzw. (nahezu) feste Ziele werden pro Zeiteinheit nur wenige Messungen möglich. Daher stehen die für eine Ausgleichung erforderlichen redundanten Messungen nur in geringer Zahl zur Verfügung, oder man benötigt lange Meßzeiten. Ziel einer Ranging Methode ist es also, möglichst viele Messungen pro Zeiteinheit zu erlauben. Die PRN-Ranging Technik erlaubt dies. Hier wählt man eine Pseudozufallsfolge mit einer Periodenlänge, die gleich oder länger als die äquivalente Zweiwegdistanz ist. Wenn also z.B. die Chiplänge einer Distanz von 30 m entspricht, d.h. eine Zeitdauer von $t = 30 \text{ m}/c = 100 \text{ nsec}$ hat, und wenn die doppelte Maximalentfernung 3000 km ist, dann muß die Periodenlänge mindestens $3 \cdot 1000.000/30 = 100.000$ chips betragen. Unter dieser Bedingung ist es möglich, eine eindeutige Messung der Distanz durchzuführen, wobei aber nun wesentlich mehr Impulse (chips) pro Zeiteinheit beteiligt sind als beim Einzelpulsverfahren, nämlich in diesem Beispiel 50.000 "1" chips und ebenso viele "0" chips. Da aber bei jedem "1" chip eine Zeitmessung ausgeführt werden kann,

wird eine Genauigkeitsverbesserung, die bei Zufallsfehlern mit der Wurzel geht, um - grob gerechnet - den Faktor 200 erreicht.

Einen Teil dieses Vorteils wird man natürlich dafür nutzen, die erforderliche Sendeleistung zu reduzieren, d.h. man läßt stärker verrauschte Empfangssignale zu, benötigt einen geringeren Aufwand für die Hochfrequenztechnik und erzielt trotzdem noch eine Steigerung der Genauigkeit. Ein besonderer Vorteil ist noch dadurch gegeben, daß man die PRN-Binärfolgen relativ einfach herstellen kann (siehe Anhang 1). Diese speziellen Eigenschaften erlauben es, mit einer Sendeleistung von nur 43 dBm für den C/A-Code bei 1.575 GHz und 35.1 dBm für den P-Code bei 1.227 GHz zu arbeiten. Diese niedrigen Werte erfordern natürlich auf der Empfangsseite einigen Aufwand, um den jeweiligen Genauigkeitsanforderungen der verschiedenen Nutzer zu entsprechen. In diesem Zusammenhang wollen wir darauf hinweisen, daß auf amerikanischer Seite verschiedene Nutzerklassen definiert wurden, die sich in ihren Eigenschaften bezüglich Dynamik, Genauigkeit und Belastungsanforderung unterscheiden. Wir wollen hier nur kurz auf die prinzipielle Struktur eines GPS-Empfängers eingehen, dessen Hauptgruppen in einem Blockschaltbild (Abb. 6) dargestellt sind.

Das GPS-Signal wird über die Antenne und einen nachgeschalteten Antennenverstärker der analogen Auswerteschaltung zugeführt (ZF-Teil), in der die Synchronisation auf den jeweiligen PRN-Code des angewählten Satelliten vorgenommen wird und in einer COSTAS-Loop die Navigationsdaten mit der Trägerfrequenz gewonnen werden. Die Navigationsdaten gehen in den GPS-Datenrechner und aus der ermittelten Trägerfrequenz kann noch die Dopplerverschiebung bestimmt werden. Im Rechner werden die vorhandenen Daten - Navigationsdaten mit zusätzlichen Informationen, z.B. Luftfeuch-

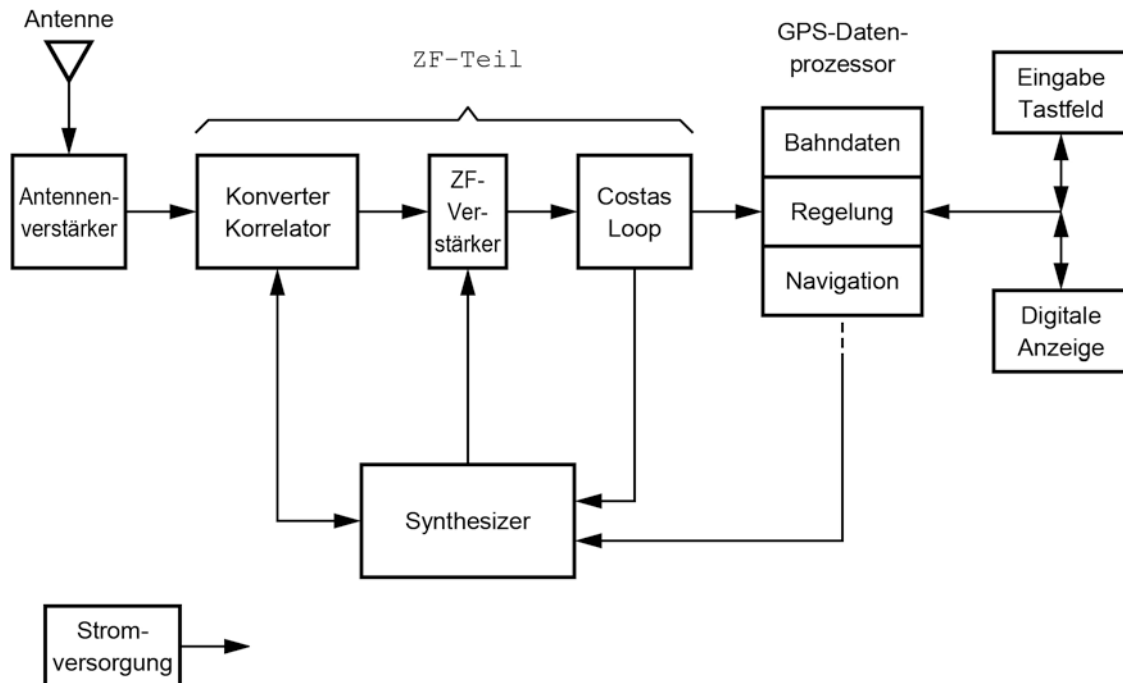


Abb. 6 Prinzipieller Aufbau eines GPS-Empfängers

te, Fahrzeuggeschwindigkeit - für die Navigationsausgabe ausgewertet. Gleichzeitig liefert der Rechner noch die erforderliche Steuerinformation für die anderen Baugruppen des GPS-Empfängers.

Ein hochgenauer Oszillator, von dem alle gefragten Frequenzen abgeleitet werden, vervollständigt neben einer Anzeige und einer Ein-/Ausgabemöglichkeit die Grundbausteine eines GPS-Empfängers.

5. AUGENBLICKLICHER STAND UND GEODÄTISCHE ANWENDUNGEN

Derzeitig wurden zwei Dienste, ein Standard Positioning Service (SPS) und ein Precise Positioning Service (PPS) vom Office of the Secretary of Defense bekanntgemacht. Der SPS, der den C/A-Code zur Basis hat, soll mit absoluten Genauigkeiten von 500 m angeboten werden, während beim PPS, dem der P-Code zugrunde liegt, mit Genauigkeiten von 18 m (2 drms) zu rechnen ist. Derzeitige Meßergebnisse mit dem C/A-Code haben aber erheblich bessere Ergebnisse von ca. 30 m (1σ -Wert) erbracht. Diese Werte sind aber für geodätische Anwendungen noch viel zu ungenau. Wir wollen deshalb kurz zwei Verfahren vorstellen, die für geodätische Zwecke eingesetzt werden können.

Bereits bei Transit wurde zur Genauigkeitssteigerung die Translokationsmethode erfolgreich angewandt. Bei GPS wird daraus "Differenzielles GPS". Ein GPS-Empfänger ermittelt an einem bekannten Referenzort die Fehler der Entfernungsmessung und übermittelt sie an einen weiteren Empfänger, der diese Korrekturwerte bei seiner Positionsberechnung berücksichtigt (Abb. 7). Die dabei erreichte Steigerung der Genauigkeit resultiert aus der Eliminierung der Fehleranteile, die durch ungenaue Ephemeriden, Gangfehler der Uhr und Ausbreitungsverzögerungen der Ionosphäre hervorgerufen werden. In Tabelle 4 sind zum Vergleich die Genauigkeiten beider Meßmethoden als 1σ -Werte angegeben. Die deutlichen Verbesserungen beim "Differenziellen GPS" haben einen weiteren Vorteil: die Empfängerkorrekturwerte sind über große räumliche Gebiete gültig.

Die zweite Alternative besteht in interferometrischen Messungen (Abb. 8). Hier wird das GPS-Signal eines Satelliten ähnlich wie eine interstellare Radioquelle behandelt. Der besondere Vorzug liegt hier in der viel größeren Signalstärke, die eine erheblich einfachere Empfängeraus-

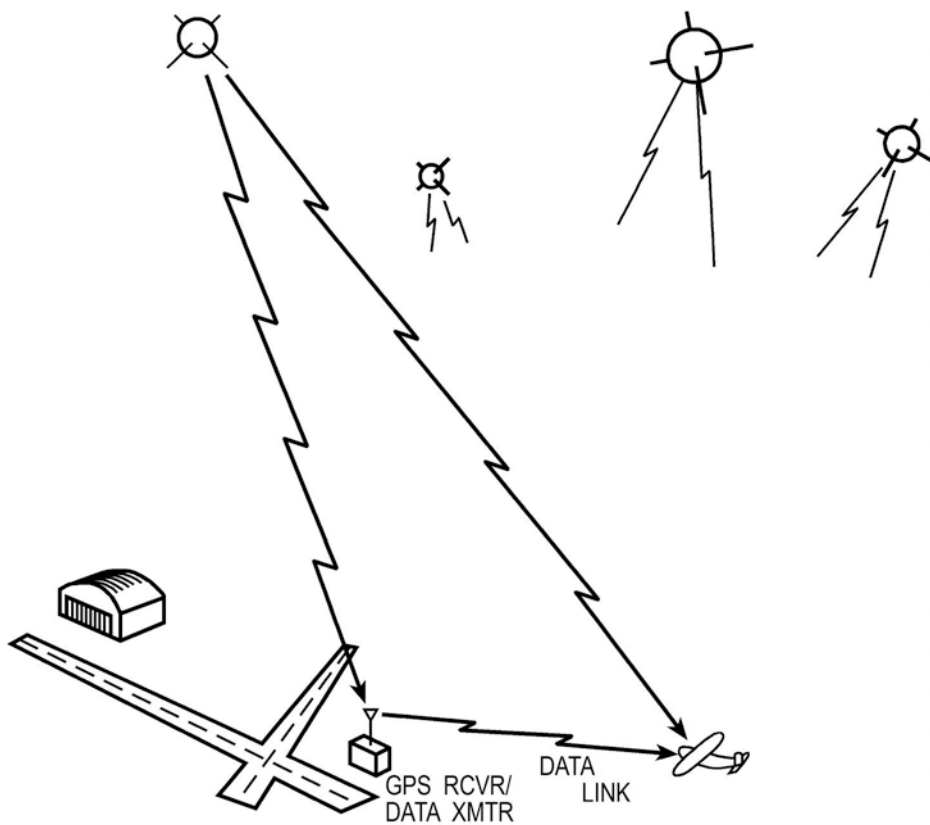


Abb. 7 Differentielles GPS

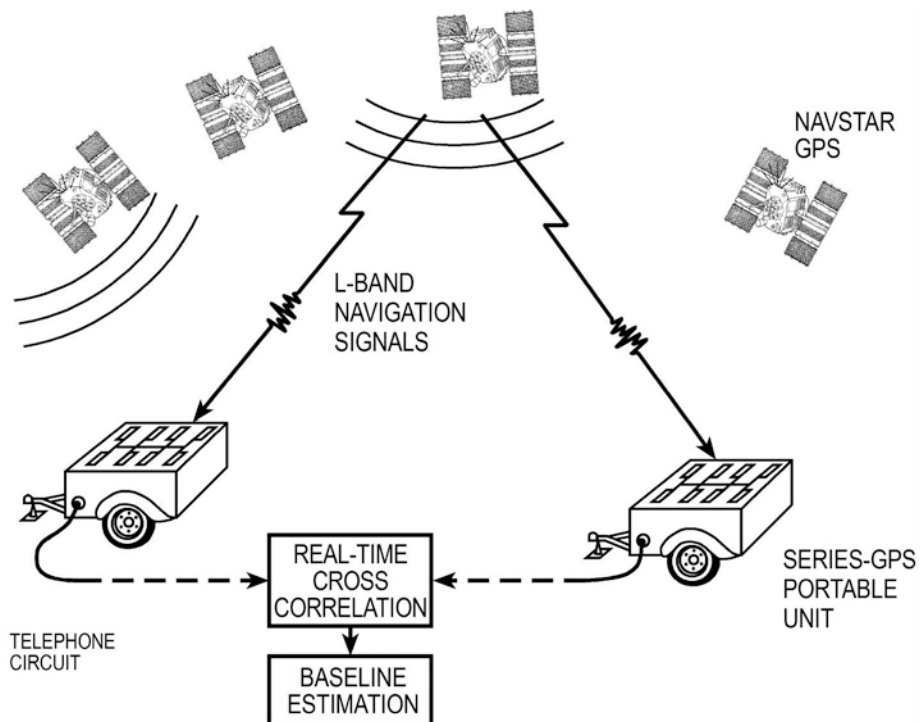


Abb. 8 Interferometrische Messung mit GPS (SERIES)

FEHLERQUELLE	ABSOL. GPS	DIFF. GPS
Ephemeriden	3.5 m	0
Satellitenuhr		
Bias	1.5 m	0
Random	0.7 m	0.7 m
Ionosphäre	4.0 m	0
Troposphäre	0.5 m	0.5 m
Multipath	1.0 m	1.0 m
Empfänger	6.0 m	6.0 m
Referenzort	0	< 2 m

Tab. 4 FEHLER BEI KONVENTIONELLEM C/A-CODE
UND DIFFERENTIELLEM GPS

führung gestattet. Bei der interferometrischen Streckenmessung werden die Satellitensignale von den beiden Streckenendpunkten miteinander korreliert und die Phasendifferenz bestimmt. Die dabei erreichbaren Genauigkeiten werden bei Fell /10/ mit < 20 cm, bei Anderle /11/ mit < 5 cm und bei MacDoran /12/ mit < 6 cm angegeben. Nur bei Fell handelt es sich um reine Simulationsergebnisse, während bei Anderle und MacDoran auch Messungen zugrunde gelegt sind. Diese Angaben lassen einen Einsatz für geodätische Meßzwecke als realistisch erscheinen, vor allem da die für eine Streckenbestimmung benötigte Meßzeit zwischen einigen Minuten (MacDoran) und 6 Stunden (Anderle) beträgt. Eine gezielte Entwicklung in dieser Richtung wird sicher eine Verbesserung der Meßverfahren, Meßgenauigkeit und Meßzeit erbringen, so daß bei vollem Ausbau des NAVSTAR/GPS mit Meßzeiten kleiner 1 Stunde pro Strecke gerechnet werden kann.

6. SCHLUSSBETRACHTUNG

Die verschiedenen Vorträge haben gezeigt, daß in der Geodäsie ein einheitliches und großräumiges Meßsystem gefragt ist. Mit Transit konnte im Translokationsmodus ein erster Schritt in diese Richtung getan werden. Dabei mußten aber sehr lange Meßzeiten in Kauf genommen werden, um Genauigkeiten im dm-Bereich zu erreichen. Das NAVSTAR Global Positioning System bietet im differentiellen Modus mindestens gleiche Genauigkeiten und bei interferometrischer Messung Genauigkeiten im cm-Bereich. Der überzeugende Vorteil von GPS liegt aber in dem drastisch reduzierten Zeitaufwand für eine Messung und in der Tatsache, daß mit GPS Echtzeit-Navigation betrieben werden kann.

ANHANG 1

Erzeugung und Einsatz von PSEUDO-NOISE (PN)-Folgen

PN-Folgen werden vermehrt in Telekommunikations- und Ranging-Systemen eingesetzt. Für Entfernungsmessungen sollte ein Ranging-Code folgende Kriterien erfüllen:

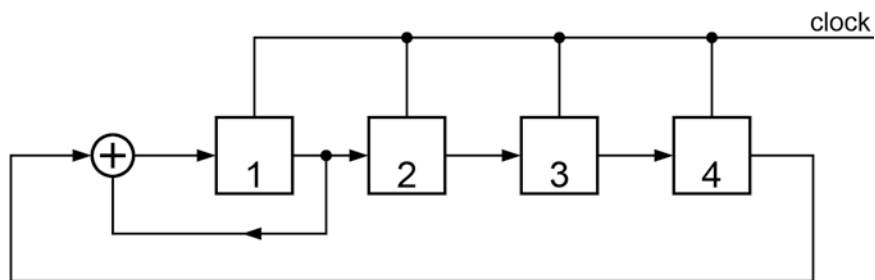
- Vermeidung von Mehrdeutigkeiten bei der Entfernungsmessung,
- die Chipfrequenz muß für die geforderte Genauigkeit der Entfernungsmessung entsprechend hoch sein,
- die Autokorrelationsfunktion des Codes sollte nur 2 Zustände annehmen, ein starkes Korrelationsmaximum bei Übereinstimmung und ein niedriges und gleichgroßes Niveau bei beliebiger Verschiebung haben,
- gleichmäßige Verteilung von "0" und "1" in einer Periode des Codes. Dies ermöglicht eine ausgeglichene Leistungsverteilung auf die Seitenbänder.

Die PN-Folgen erfüllen diese Anforderungen und lassen sich zudem sehr einfach mittels rückgekoppelter Schieberegister erzeugen.

Erzeugung von PN-Folgen

Bei einem n-stufigen Schieberegister werden in einem Rückkopplungsnetzwerk i Stufen auf den Eingang zurückgekoppelt. Die Verknüpfung der einzelnen Stufen wird über eine Modulo 2 Addition durchgeführt.

$$\begin{array}{rcll} 0 & + & 0 & = & 0 \\ 0 & + & 1 & = & 1 \\ 1 & + & 0 & = & 1 \\ 1 & + & 1 & = & 0 \end{array}$$



Ablauf der Zustandsfolge

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	...	
1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	...
2	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	...
3	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	...
4	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	...

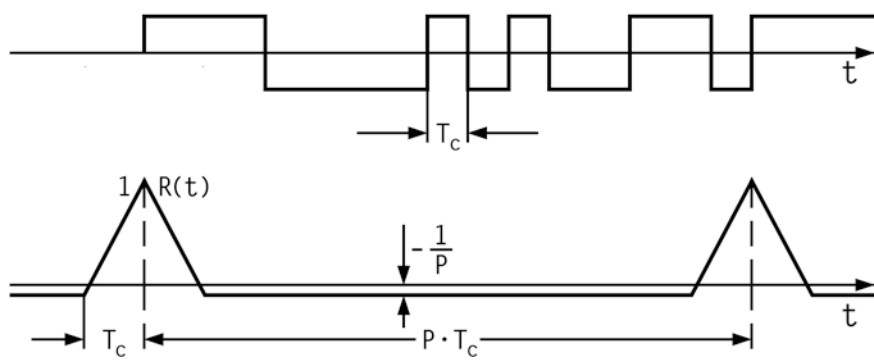
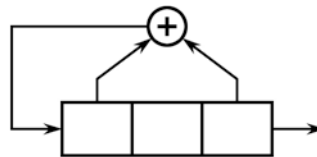


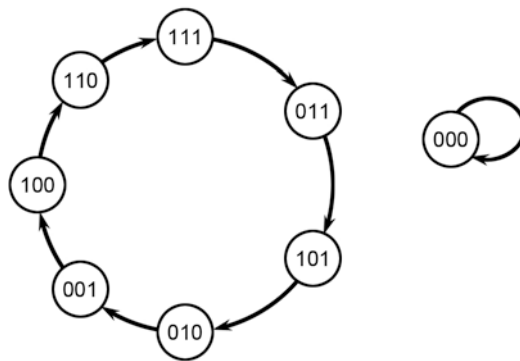
Abb. 1 Erzeugung von einer PN-Folge mit zugehöriger Autokorrelationsfunktion

Ein einfaches Beispiel für ein 4-stufiges Schieberegister ist in Abb. 1 dargestellt.

Besonderer Aufmerksamkeit bedarf die Auswahl der verschiedenen Stufen für die Verknüpfung. Mit einer günstigen Auswahl können sogenannte maximale Folgen erzielt werden. Eine maximale Folge hat eine Periodenlänge von $2^n - 1$ chips. Die Verringerung um 1 resultiert aus der Tatsache, daß der Zustand mit lauter "0" in allen Stufen des Schieberegisters nicht zulässig ist, da das Rückkoppelnetzwerk stets nur "0" erzeugen würde und somit nur eine "0"-Folge entstünde. Der Übergang der einzelnen Zustände des Schieberegisters ist in dem Graphen in Abb. 2 verdeutlicht.



(a)



(b)

Abb. 2 Zustandsdiagramm eines Schieberegisters mit maximaler PN-Folge

Eine besondere Variante stellen die beim GPS verwendeten Gold-Codes dar, bei denen die PN-Codes zweier Schieberegister nochmals über eine weitere Modulo 2 Addition verknüpft werden.

Einsatz der PN-Folgen

Für den Einsatz bei der Entfernungsmessung soll noch die Korrelationseigenschaft der PN-Folgen betrachtet werden. Werden alle 2^n möglichen Zustände eines Schieberegisters erzeugt, so sind beim letzten Bit von allen Sequenzen gleich viele "0" und "1". Da aber die Sequenz mit lauter "0" nicht zugelassen ist, ist in einer maximalen PN-Folge stets eine "1" mehr vorhanden. Mit der Definition der Autokorrelationsfunktion als

$$R_{cd}(k) = \frac{A(k) - D(k)}{A(k) + D(k)} cd$$

A(k) Anzahl der übereinstimmenden chips
D(k) Anzahl der nicht übereinst. chips
cd Amplitude der chips

erhalten wir die Übereinstimmung

$$R_{cd}(0) = 1$$

und für alle anderen Zustände

$$R_{cd}(k) = -\frac{1}{p}$$

p Anzahl der chips pro Periode

Dies zeigt, daß die A(k) für eine PN-Folge wie gefordert nur zwei Werte annimmt (siehe Abb. 1).

In Abb. 3 ist die Korrelation eines empfangenen PN-Codes mit einem im Empfänger erzeugten PN-Code dargestellt, wobei der Vergleich mit zwei um nur ein chip gegeneinander versetzten PN-Folgen durchgeführt wird. Die Subtraktion der beiden $A(k)$ -Funktionen liefert eine Regelgröße, mit der die Synchronisation von der erzeugten mit der empfangenen PN-Folge realisiert werden kann. Hierbei muß aber beachtet werden, daß bereits eine Übereinstimmung auf $\pm 1/2$ chip vorhanden sein muß. Dies wird durch gezielte Verschiebung der erzeugten Codes erreicht.

Nach erfolgter Synchronisation im Empfänger wird für die phasenrichtige Zuordnung der Folge zu einer Zeit ein bestimmter Zustand im Schieberegister verwendet. Dabei wird meist der Zustand mit lauter "1" gewählt, der durch ein geeignetes Netzwerk ein Signal ("ALL ONE" Impuls) für die Laufzeitmessung liefert.

Ein weiterer Vorteil ist in der PSK-Modulation eines Trägers mit einer PN-Folge zu sehen, da im modulierten Signal kein Träger mehr vorhanden ist und die ganze Sendeleistung für die Übertragung der Information verwendet werden kann. Abb. 4 zeigt einen Modulationsvorgang mit PN-Folgen und in Abb. 5 ist das Spektrum einer PN-Folge wiedergegeben. Die Vorteile und möglichen Nachteile der PSK-Modulation mit PN-Folgen sind in Tab. 1 angeführt.

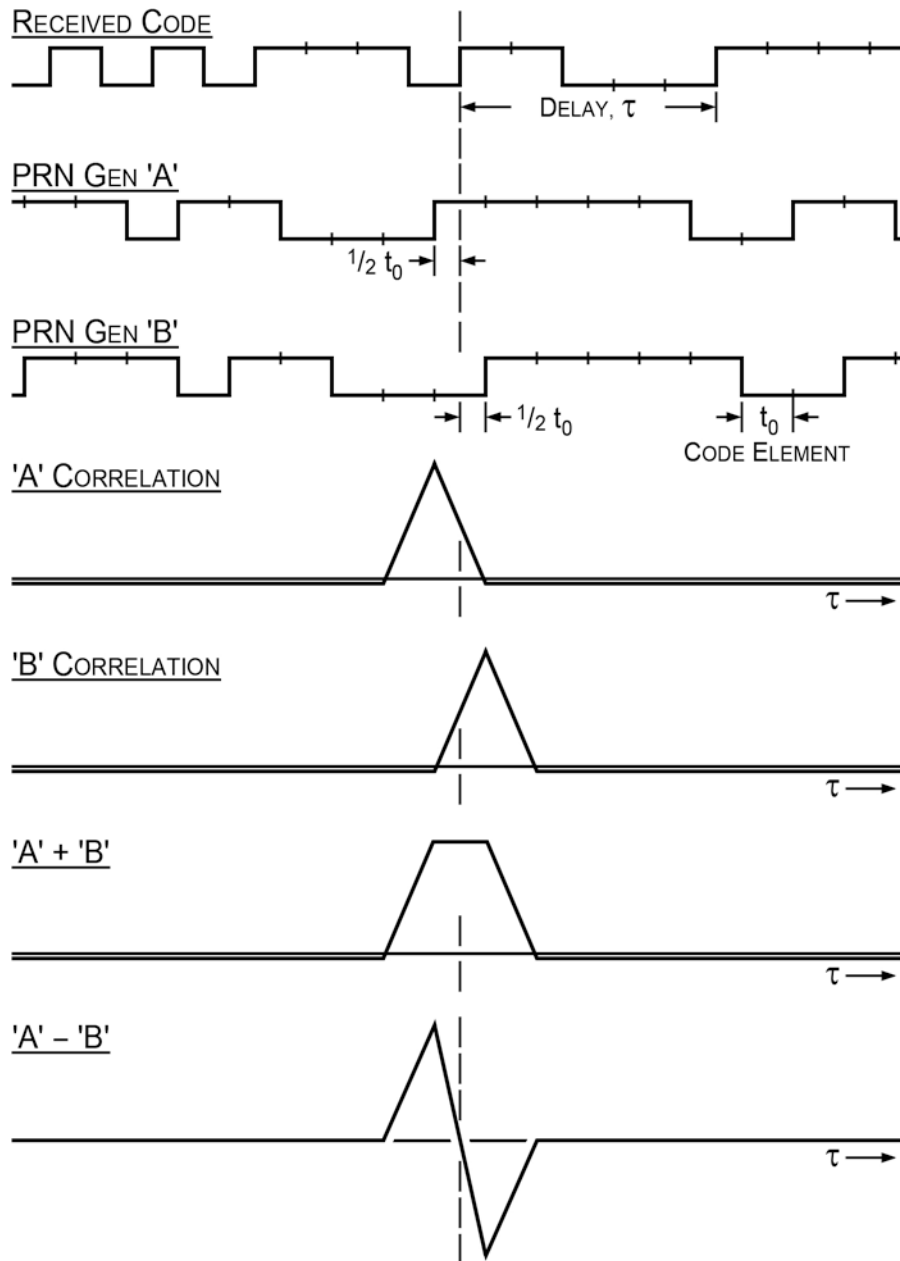


Abb. 3 Korrelation des empfangenen PN-Codes mit zwei im Empfänger um ein Chip versetzte PN-Codes

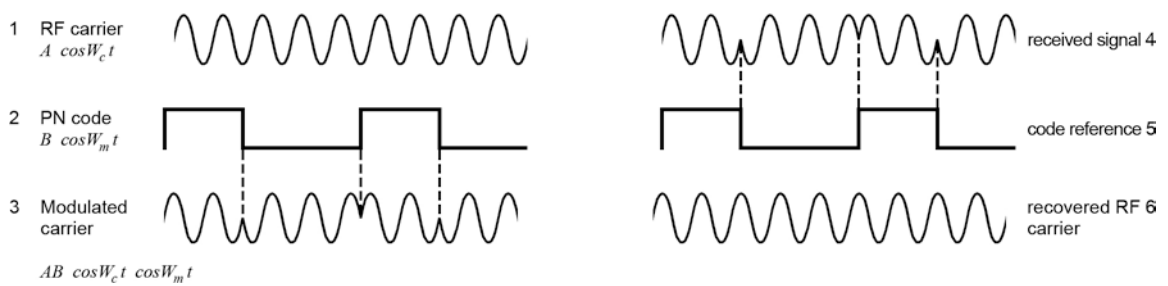
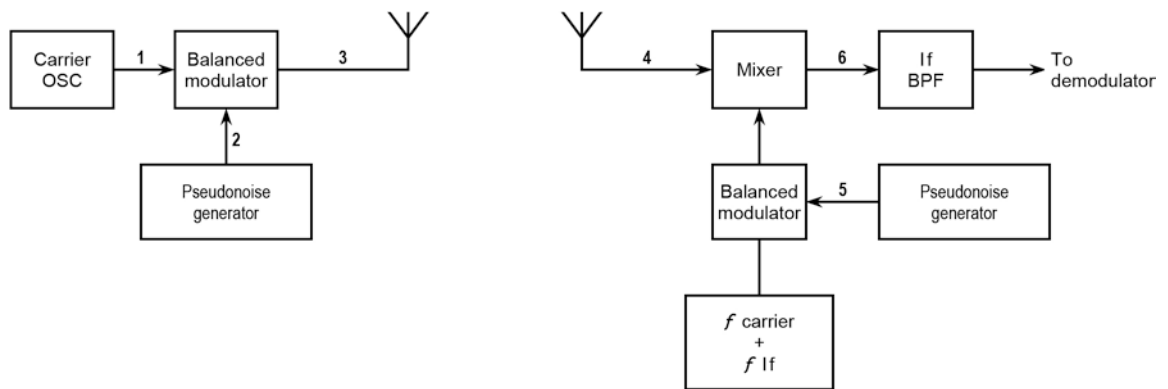


Abb. 4 Modulation eines Trägers mit einem PN-Code

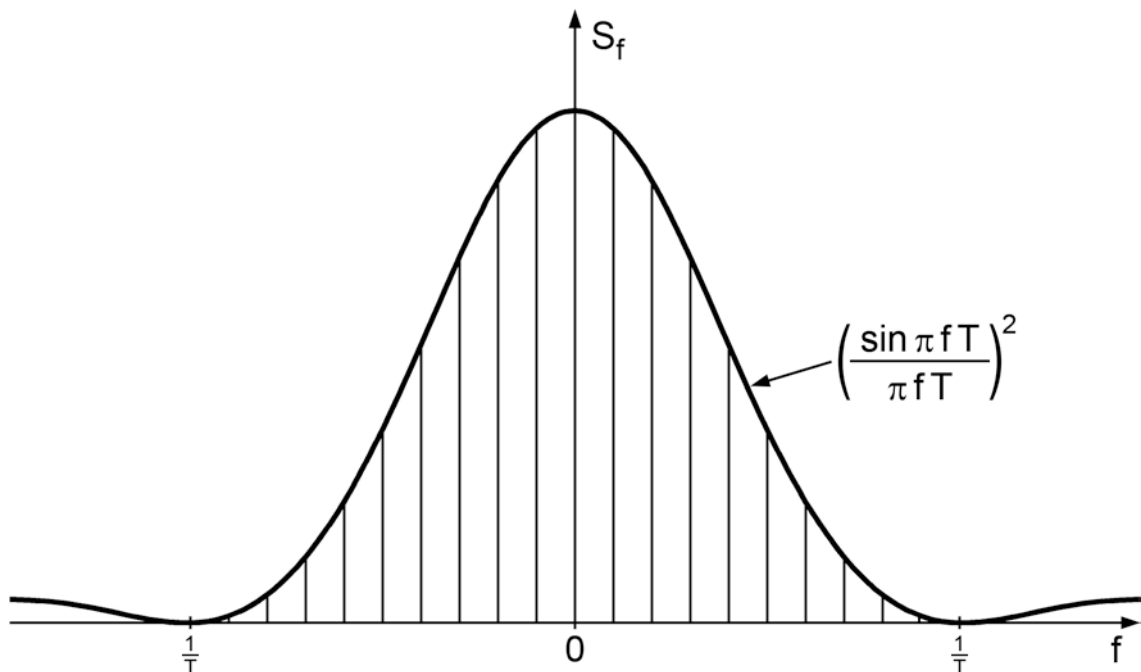


Abb. 5 Leistungsdichtespektrum einer PN-Folge
(T = zeitl. Chiplänge)

Vorteile

- genaue Entfernungsmessung
- Eindeutigkeit einfach zu erreichen
- niedrige Sendeleistung
- hoher Prozessgewinn ist möglich
- Mehrwege-Effekte werden gut unterdrückt
- hohe Störfestigkeit
- kontinuierlich vorhandenes Sendesignal
- Verschlüsselung gegen unerwünschte Nutzer

Nachteile

- aufwendige Empfängerhardware
- lange Akquisitionszeiten
- Sperrung durch Veränderung der PN-Folge

Tab. 1 PN-FOLGEN MIT PSK-MODULATION

LITERATUR

- /1/ Sonderausgabe des Institute of Navigation
"GLOBAL POSITIONING SYSTEM"
The Institute of Navigation, Washington, D.C., 1980
- /2/ R.C. Dixon: Spread Spektrum Systems, Wiley, 1976
- /3/ A. Stiller: GPS-NAVSTAR - Das Navigationssystem der
Zukunft. Ortung und Navigation, 2/1981
- /4/ Ph. Hartl: Fernwirktechnik der Raumfahrt.
Springer Verlag, 1977
- /5/ J.J. Spilker: Digital Communication by Satellite.
Prentice Hall, Inc.
- /6/ DGON-Symposium: Land Vehicle Navigation.
Münster, 1984
- /7/ J.D. Cardall, R.S. Cnossen: Civil Applications of
Differential GPS.
Magnavox Adv. Products and Syst. Comp.
- /8/ J.D. Bossler, P.L. Bender: Using the Global Positio-
ning System for Geodetic Positioning.
Bull. Geod. 54 (1980), pp. 553-563
- /9/ A.J. Dierendonck et al.: Time Transfer Using NAVSTAR-
GPS. 13th Annual PTTI Meeting 1981
- /10/ P.J. Fell: Geodetic Positioning Using a Global Posit.
System of Satellites. NASA-CR-163609 (1980)
- /11/ R.C. Anderle: Application of NAVSTAR GPS Geodetic Rec.
to Geodesy and Geophysics. NSWC/TR-80-282
- /12/ P.F. MacDoran: Satellite Emission Radio Interferometric
Earth Surveying. SERIES-GPS Geodetic System,
Bull. Geod. 53
- /13/ C.R. Payne jr.: NAVSTAR Global Positioning System. 1982
Defense Mapping Agency, Los Angeles

MACROMETERMESSUNGEN IM
DEUTSCHEN HAUPTDREIECKSNETZ

von

R. STRAUSS
Hessisches Landesvermessungsamt
Schaperstr. 16
6200 Wiesbaden
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Die bisher in der Bundesrepublik Deutschland durchgeführten Macrometermessungen bestätigen die hohe Genauigkeit des neuen Meßverfahrens. Wirtschaftlichkeitsbetrachtungen weisen große Vorteile gegenüber terrestrischen Methoden nach. Damit kann die Relativmessung mit GPS-Empfängern in der Zukunft ein Standardverfahren in der Landesvermessung sein.

ABSTRACT

The macrometer measurements which have been carried out up to now in the Federal Republic of Germany prove the high accuracy of the new measurement procedure. Economical considerations show great advantages when comparing with terrestrial methods. Thus the relative measurement with GPS receivers may turn out as standard procedure in land surveying in future.

1. EINFÜHRUNG

Das Erscheinen des ersten kommerziellen GPS-Empfängers, des Macrometers V-1000, im August 1982 und die Veröffentlichung erster Testmessungen durch seinen Konstrukteur Counselman weckten das Interesse der Landesvermessungsämter an der schon etwa acht Jahre in Entwicklung befindlichen Technik. Dies äußerte sich zunächst darin, daß der Arbeitskreis Triangulation der AdV eine Arbeitsgruppe "Neue Vermessungsverfahren im TP-Feld" mit dem Ziel einrichtete, die neue Satellitenbeobachtungsmethode zu studieren und gegebenenfalls ihre Einführung in die Praxis vorzubereiten bzw. zu unterstützen. Kaum jemand hatte Ende 1982 jedoch vorausgesehen, daß es so schnelle zu Messungen im TP-Feld kommen sollte.

Die von COUNSELMAN (1982) veröffentlichten Testergebnisse von Basismessungen bis zu 61 km Länge weckten Optimismus, der aber von vielen nicht geteilt wurde. Der erste Einsatz der Macrometer im Testnetz Wetzell durch das IfAG (SOLTAU 1983) bestätigte aber diese Genauigkeit. Zweifler konnten jetzt nur noch ins Felde führen, daß bisher zu wenige Messungen durchgeführt wurden, um eine endgültige Aussage treffen zu können. Erst mit der zusammenfassenden Veröffentlichung aller bis dahin ausgeführten Messungen (BOCK, ABBOT, COUNSELMAN, GOUREVITCH, KING, PARADIS 1983) ist wohl allgemein anerkannt, daß mit dem interferometrischen Meßprinzip eine Genauigkeit erreicht wird, die über der für Dreiecksseiten des DHDN geforderten Relativgenauigkeit von 1 : 200 000 bzw. $5 \cdot 10^{-6}$ liegt (AdV 1967).

2. MESSUNGEN IM DEUTSCHEN HAUPTDREIECKSNETZ

Im Herbst 1983 wurden dann von den Landesvermessungsbehörden Nordrhein-Westfalens, Hessens und Niedersachsens vier Macrometer V-1000 an insgesamt 29 Tagen eingesetzt.

2.1 Nordrhein-Westfalen

Ziel des Einsatzes in Nordrhein-Westfalen war die Netzerneuerung 2. Ordnung in der Eifel (SCHMIDT 1983). Neben der Bestätigung der hohen Genauigkeit durch Vergleich mit dem Netz 77 und dem DHDN erwartete man Aussagen über die Wirtschaftlichkeit des neuen Verfahrens. Im Anschluß an 10 Punkte 1. und 2. Ordnung wurden 10 Neupunkte bestimmt. Vorläufige Berechnungen der beobachteten Raumvektoren von bis zu 20 km Länge ergeben Standardabweichungen

DEUTSCHES HAUPTDREIECKSNETZ (DHDN)

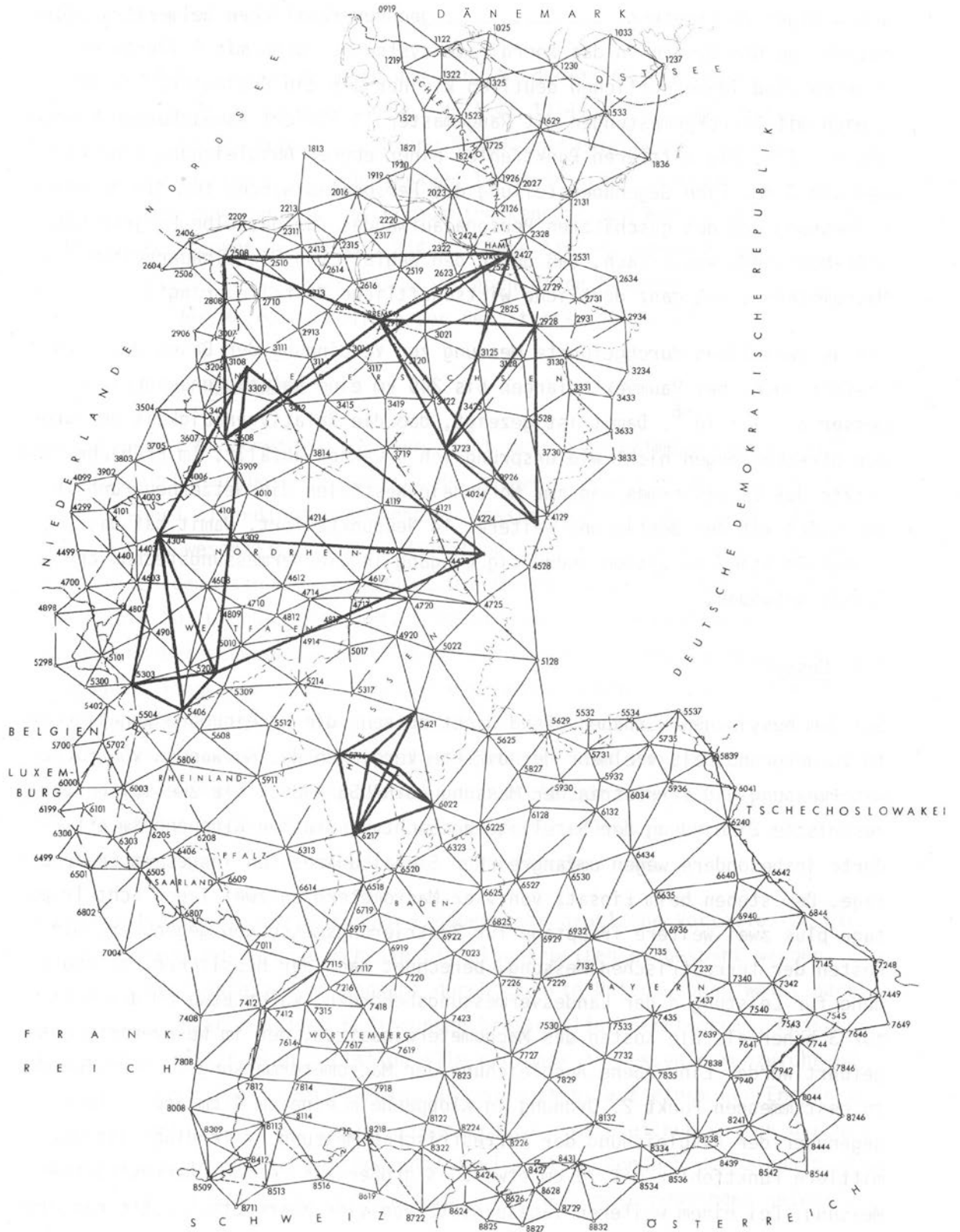


Abb. 1 Macrometermessungen im DHDN

Die den Hauptdreieckspunkten begesetzten Zahlen geben die zugehörigen Blattnummern der TK 25 an.

10 0 20 40 60 80 100km
Stand des DHDN: 1977

von wenigen Zentimetern. Die Restklaffungen der räumlichen Helmerttransformation vom GPS-System in das Koordinatensystem des DHDN mit 9 identischen Punkten sind im wesentlichen deutlich kleiner als ein Dezimeter. Der Vergleich mit Streckenmessungen mit Rangemaster II liefert Abweichungen kleiner als $4 \cdot 10^{-6}$. Die mittleren Punktfehler einer ebenen Ausgleichung sind kleiner als 5 cm. Eine Gegenüberstellung des Personalaufwandes für die Macrometermessung und des geschätzten Personalaufwandes für dasselbe Projekt mit SIAL-Messungen weist nach, daß durch den Wegfall von Signalbauarbeiten die Macrometermessung ganz deutliche wirtschaftliche Vorteile bringt.

Die an zwei Tagen durchgeführte Messung zur Verbindung der Basen des DHDN liefert auch bei Raumvektorklängen bis 240 km eine Relativgenauigkeit von besser als $1 \cdot 10^{-6}$. Damit ist gezeigt, daß die Relativgenauigkeit bei großen Streckenlängen nicht wie ursprünglich erwartet abfällt. Im Frühjahr 1984 setzte das Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen die Netzerneuerung in der Eifel mit der Bestimmung weiterer 14 Neupunkte fort. Damit hat das Global-Positioning-System endgültig Eingang in die vermessungstechnische Praxis gefunden.

2.2 Hessen

Bei dem hessischen Vorhaben stand nicht so sehr die erreichbare Genauigkeit im Vordergrund, als vielmehr der direkte Vergleich des Aufwandes von Macrometermessung und terrestrischer Messung (STRAUSS 1984). Die zweimalige terrestrische Einbindung der Satellitenbeobachtungsstation Kloppenheim erforderte insbesondere wegen umfangreicher Signalbauarbeiten insgesamt 54 Trupptage. Dem stehen beim Einsatz von vier Macrometern an zwei Tagen acht Trupptage plus zwei weitere Trupptage für Zentrierungsmessungen gegenüber. Die Kosten der terrestrischen Messung, berechnet nach der hessischen Kostenordnung für Leistungen der Landesvermessungsbehörden, waren etwa um den Faktor 3 höher als die Kosten des Macrometereinsatzes, der im Werkvertrag ausgeführt wurde. Eine ebene Ausgleichung der Macrometermessung liefert für den zu bestimmenden Punkt 2. Ordnung in Kloppenheim eine um 4 cm andere Lage gegenüber der Ausgleichung der terrestrischen Messung. Allerdings ist der mittlere Punktfehler mit 10 cm etwa 50 % größer als der der terrestrischen Messung. Bei einem weiteren Tageseinsatz von vier Macrometern hätte man etwa gleichgroße mittlere Punktfehler erhalten bei immer noch deutlichen wirtschaftlichen Vorteilen für den Macrometereinsatz.

2.3 Niedersachsen

Die Verbindung von sieben über das Land Niedersachsen verteilten Dopplerstationen mit Macrometermessungen (HEINEKE 1984) erlaubt den Vergleich der Ergebnisse mit der Doppler-Kampagne NIEDOC und eine Überprüfung des in den letzten Jahren erneuerten, hochgenauen terrestrischen Lagenetzes. Die Differenzen zwischen den Macrometerraumstrecken und den aus Koordinaten ermittelten Raumstrecken von 55 bis 244 km Länge liegen überwiegend zwischen $5 \cdot 10^{-7}$ und $2 \cdot 10^{-6}$. Damit bestätigt auch diese Messung, daß die Relativgenauigkeit der Macrometer nicht von der Streckenlänge abhängt.

3. SCHLUSSFOLGERUNGEN

Messungen mit Macrometern brauchen nicht mehr als Testmessungen bezeichnet werden. Die Genauigkeit entspricht derjenigen bisheriger terrestrischer Methoden, wobei allerdings ohne höheren Messungsaufwand bei einfacherer Erkundung auch wesentlich längere Raumstrecken als bisher in der Landesvermessung üblich gemessen werden können. Die Geräte haben sich bei Einsätzen in der 2. bis "0. Ordnung" bewährt. Dies wird auch bei Arbeiten in der 3. und 4. Ordnung bei schwierigen Geländebedingungen erwartet. Wegen der zur Zeit noch recht langen Beobachtungsdauer von mehr als einer Stunde ist nach Meinung des Verfassers der Einsatz von Macrometern zur Messung von Strecken zwischen Punkten mit direkter Sichtverbindung nicht zweckmäßig. Dies ist auch für Messungen im nachgeordneten Punktfeld bei schwierigem Gelände erst dann anders zu beurteilen, wenn die für gleiche Genauigkeit erforderliche Beobachtungsdauer auf deutlich unter eine Stunde sinkt.

Wirtschaftlichkeitsbetrachtungen ergeben sehr deutliche Vorteile für die Macrometermessung, wenn durch sie Signalbauarbeiten eingespart werden. Eine im Hessischen Landesvermessungsamt durchgeführte Untersuchung weist nach, daß bereits unter heutigen Bedingungen hinsichtlich Gerätepreis, Messungsdauer und Satellitenkonstellation alle pro Jahr in Hessen durchzuführenden Messungen von Strecken im TP-Feld, die mindestens auf einem der Endpunkte Signalbau erfordern, mit zwei Macrometern zu etwa gleichen Kosten durchführbar wären. Dabei würde kein Personal freigesetzt, sondern der Signalbautrupp würde die Meßtruppe statt mit Signalbau mit Macrometermessungen unterstützen.

Unbefriedigend für die Verwaltung ist die Situation bei der Durchführung der

Berechnungen. Die ursprünglichen Phasenbeobachtungen können bis heute nur von den Anbietern der Geräte ausgewertet werden. Geliefert werden nur Raumvektoren und die aus der Vorauswertung resultierenden algebraischen Korrelationen zwischen den Koordinatenunterschieden ΔX , ΔY , ΔZ bzw. $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$ und ΔH . Es gilt durchzusetzen, Zugang zu den Phasenbeobachtungen zu bekommen. Dies erscheint nicht unmöglich. Danach ist es erforderlich, gemeinsam mit den deutschen wissenschaftlichen Institutionen möglichst strenge Rechenverfahren zu entwickeln, die als Ergebnis Koordinaten neu bestimmter Punkte im Bezugssystem des DHDN in Abhängigkeit von vorhandenen Anschlußpunkten liefern, und sie in die Praxis einzuführen. Konforme Raumtransformationen frei ausgeglichener Netze liefern zwar wichtige Informationen wie z.B. die Transformationsparameter zwischen dem GPS-System und dem DHDN, Punkteinschaltungen und Netzverdichtung werden jedoch nach wie vor mit Zwangsanschluß an die Nachbarpunkte bzw. Randpunkte oder übergeordnete Punkte durchgeführt.

4. AUSBLICK

Es ist zu erwarten, daß bis zum vollständigen Aufbau des GPS mit 18 Satelliten etwa im Jahr 1988 die Genauigkeit der Ergebnisse von Relativmessungen mit GPS-Empfängern um den Faktor 10 steigen wird. Verbesserte funktionale und stochastische Modelle, bessere geometrischen Bedingungen durch 18 Satelliten, genauere Bahndaten, die Benutzung der zweiten von den Satelliten ausgesendeten Frequenz durch kommerzielle Geräte und bessere Kenntnis über die Refraktion entlang des gesamten Meßweges werden dazu führen.

Zu diesem Zeitpunkt wird es auf dem Markt mehr Konkurrenz geben und die Preise pro Gerät werden vermutlich denen heutiger hochwertiger EDM-Geräte entsprechen. Damit kann das neue Verfahren zum Standardverfahren neben den bisherigen werden. Dies wird nicht zu Personaleinsparungen führen, sondern die in einigen Bundesländern betriebene Netzerneuerung beschleunigen und die Erneuerung schlechter Netzteile, die mancherorts aus finanziellen Gründen zur Zeit nicht beabsichtigt ist, überhaupt erst ermöglichen. In den frühen neunziger Jahren dürfte es ferner möglich sein, innerhalb kürzester Frist das gesamte DHDN mit einer Punktgenauigkeit von 1 cm neu zu messen, wie SCHMIDT (1982) es für eine 5. Periode von Hauptnetztriangulationen gefordert hat. An Fürsprechern für eine solche Aktion fehlt es nicht (z.B. PELZER (1981), WOLF (1981)). Notwendige aufwendige Folgearbeiten werden jedoch vermutlich die Einführung anderer Netzgrundlagen für ein neues DHDN

verhindern oder mindestens so lange verzögern, bis eine Integration in ein europäisches oder globales System höchster Genauigkeit möglich ist (REIGBER 1984).

LITERATUR

- AdV: *Richtlinien für einen Erlaß zum trigonometrischen Festpunktfeld*.
40. Tagung der AdV vom 7. bis 9. November 1967 in Bad Neuenahr
- BOCK, Y., ABBOT, R. I., COUNSELMAN, C. C., GOUREVITCH, S. A., KING, R. W.,
PARADIS, A. R.: *Geodetic Accuracy of the Macrometer Interferometric
Surveyor*. 18. Generalversammlung der Internationalen Union für Geo-
däsie und Geophysik, Hamburg 1983
- COUNSELMAN, C. C.: *The macrometer interferometric surveyor*. Proceedings
of the International Symposium of Land Information at the Local Level,
University of Maine at Orono, Aug. 9-12, 1982
- HEINEKE, U.: *Satellitenverfahren in der Landesvermessung - wieder eine
Revolution in der Meßtechnik?* Nachrichten aus der Niedersächsischen
Vermessungs- und Katasterverwaltung, 1984, Heft 1, S. 2
- PELZER, H.: *Wandlungen in der geodätischen Aufnahme- und Auswertetechnik*.
Festschrift 100 Jahre Geodätische Lehre und Forschung in Hannover,
Hannover 1981
- REIGBER, Chr.: *Geodätische Aktivitäten im Bundesministerium für Forschung
und Technologie und das Erdbeobachtungsprogramm der European Space
Agency*. Seminar der Hochschule der Bundeswehr München über Satelliten-
Dopplermessungen am 24./25. September 1984, München
- SCHMIDT, R.: *Die Diagnoseausgleichung 1980 des Deutschen Hauptdreiecks-
netzes*, Band 1. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft 262,
S. 21 ff., 1982
- SCHMIDT, R.: *Das neue interferometrische GPS-Vermessungsgerät Makrometer
und sein Einsatz in der TP-Netzerneuerung 2. Ordnung Nordeifel 1983*.
Nachrichten aus dem öffentlichen Vermessungsdienst des Landes Nord-
rhein-Westfalen, 16. Jg., Heft 3, Dezember 1983
- SOLTAU, G.: *GPS-Macrometer-Versuchsmessungen in Wettzell*. Zeitschrift für
Vermessungswesen, 108. Jg., Stuttgart 1983, S. 242-245
- STRAUSS, R.: *Direkter Vergleich terrestrischer Meßmethoden mit Satelliten-
beobachtungsverfahren im TP-Feld 1. und 2. Ordnung*. DVW-Hessen Mittei-
lungen, 1984, Heft 1, Seite 26
- WOLF, H.: *Die deutsche Landesvermessung in ihrer historischen Entwicklung
und ihre künftigen Möglichkeiten*. Festschrift 100 Jahre Geodätische
Lehr und Forschung in Hannover, Hannover 1981

GEODÄTISCHE AKTIVITÄTEN IM BUNDESMINISTERIUM FÜR
FORSCHUNG UND TECHNOLOGIE UND DAS ERDBEOBACHTUNGS-
PROGRAMM DER EUROPEAN SPACE AGENCY

von

Christoph REIGBER
Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut
Abteilung I: Theoretische Geodäsie
Marshallplatz 8, 8000 München 22
Bundesrepublik Deutschland

ZUSAMMENFASSUNG

Der Bericht gibt einen kurzen Überblick über das vom BMFT geförderte PRARE-Positionierungssystem, die mit dem System verfolgten Missionsziele beim Mitflug auf dem ERS-1 Satelliten und eine kurze Darstellung der von der ESA im Rahmen ihres Langzeitprogramms geplanten POPSAT-Mission.

ABSTRACT

The paper gives a short information of the BMFT funded PRARE positioning system, its mission objectives when flown on the ERS-1 spacecraft and a short description of the POPSAT mission planned by ESA in the context of its long term program.

1. EINLEITUNG

In den letzten zehn Jahren haben Beobachtungen zu künstlichen Erdsatelliten und die Interferometrie über lange Basen beachtliche Möglichkeiten zur präzisen Koordinatenbestimmung von Oberflächenpunkten der Erde, zur Überwachung der Verlagerung der Erdrotationsachse und der Rotationsphase sowie zur Modellierung des globalen Erdrotationsfeldes geliefert. Die hierbei benutzten Messungen werden bis heute mit Ausnahme der Altimetrie- und SST-Beobachtungen von bodengebundenen Meßsystemen aus gewonnen. Höchste Beobachtungsgenauigkeiten werden dabei erzielt mit Lasersystemen der 3. Generation und Interferometersystemen (VLBI), die im S/X-Band arbeiten.

Einige der Probleme, die eine extensive Nutzung solcher Beobachtungssysteme für die schnelle geodätische Parameterbestimmung mit höchstmöglicher Genauigkeit und zeitlicher Auflösung ausschließen, sind:

- die hohen Anschaffungs- und Operationskosten (Laser, VLBI-Systeme),
- die geringe Effizienz von Lasersystemen in Gebieten mit schlechten Wetterbedingungen,
- die geringe oder fehlende Mobilität von Laser- und VLBI-Systemen,
- die lange Zeitspanne und die hohen Kosten, die für die Datensammlung von einem weltweit verteilten Netz von SLR- und VLBI-Stationen und für die Verarbeitung von VLBI-Messungen benötigt werden.

Eine Reduzierung bzw. Vermeidung dieser Probleme kann erreicht werden mit der Entwicklung von satellitengetragenen Beobachtungssystemen im Mikrowellenbereich. Wenn diese Systeme so ausgestattet sind, daß das Problem der atmosphärischen Refraktionseffekte zufriedenstellend gelöst werden kann, die Bodenstationen klein, preiswert und leicht transportierbar sind und ein solches System auf geeigneten Satelliten geflogen werden kann, besteht die Möglichkeit, geodätische, geodynamische und kinematische Fragestellungen wesentlich schneller und kosteneffektiver zu behandeln als mit den momentan verfügbaren Beobachtungssystemen. In diese Richtung zielen nachfolgend erläuterte Entwicklungen, die vom Bundesministerium für Forschung und Technologie (BMFT) und im Rahmen des Erderkundungsprogramms der European Space Agency (ESA) gefördert werden.

2. DAS BMFT-GEFÖRDERTE PRARE-PROJEKT

Unter dem Begriff "erdorientierte Weltraumforschung" koordiniert und fördert des BMFT Arbeiten zu Problemen der folgenden vier Teilbereiche: (1) Landbeobachtung, (2) Physik der festen Erde/Satellitengeodäsie, (3) Physik der Ozeane und des Polareises, (4) Atmosphären- und Klimaforschung. Forschungs- und Entwicklungsarbeiten zur Satellitengeodäsie werden im Teilbereich (2) abgedeckt, dessen Schwerpunkt die Erforschung der Kinematik und Dynamik des Erdkörpers sowie dessen physikalischen Aufbaus bildet. Von tragender Bedeutung für diese Forschungsvorhaben mit Anwendungen in den Bereichen Erdbebenvorhersage, Navigation, Ingenieurgeodäsie, Kartographie, Glaziologie, Satellitenephemeridenbestimmung etc. werden Beobachtungssysteme mit hoher Genauigkeit, Allwettertauglichkeit, automatischer Datengewinnungs- und Verarbeitungskapazität sowie hoher Mobilität und Effizienz angesehen (BMFT, 1984).

Neben dem mobilen Lasermeßsystem MTLRS-1, dessen Förderung Ende 1984 abgeschlossen sein wird, wird in dem Teilbereich (2) seit 1982 das sogenannte PRARE-Experiment gefördert. PRARE steht dabei für "Precise Range and Range rate Equipment" und bezeichnet ein hochgenaues Mikrowellenmeßsystem für die Entfernungs- und Dopplermessung, wobei die Messungen an Bord des Satelliten gewonnen werden. Mit dem PRARE-System an Bord und einer Anzahl von Transpondern am Boden kann ein Satellit quasi eigenständig seine Bahn bestimmen, wobei diese Information in weiteren Schritten im Prinzip dazu benutzt werden kann, die Koordination von Bodenstationen, Erdrotationsparameter, Schwerefeldparameter, Korrekturgrößen für Altimeterbeobachtungen etc. zu bestimmen.

Das in HARTL (1984) dargestellte und zur Zeit vom Institut für Navigation der Universität Stuttgart in Zusammenarbeit mit dem DGFI und der Industrie in Entwicklung befindliche PRARE-System besteht, wie Abbildung 1 zeigt, aus einer bordseitigen Instrumentierung, einer Hauptstation für Dateneingang und -sendung sowie einer Anzahl von Bodenstationen. Die wesentlichen Charakteristika des Systems sind:

- Allwetter-, Zwei-Frequenz (X/S-Band)-Mikrowellensystem,
- Zwei-Weg-Messung mit hoher Genauigkeit

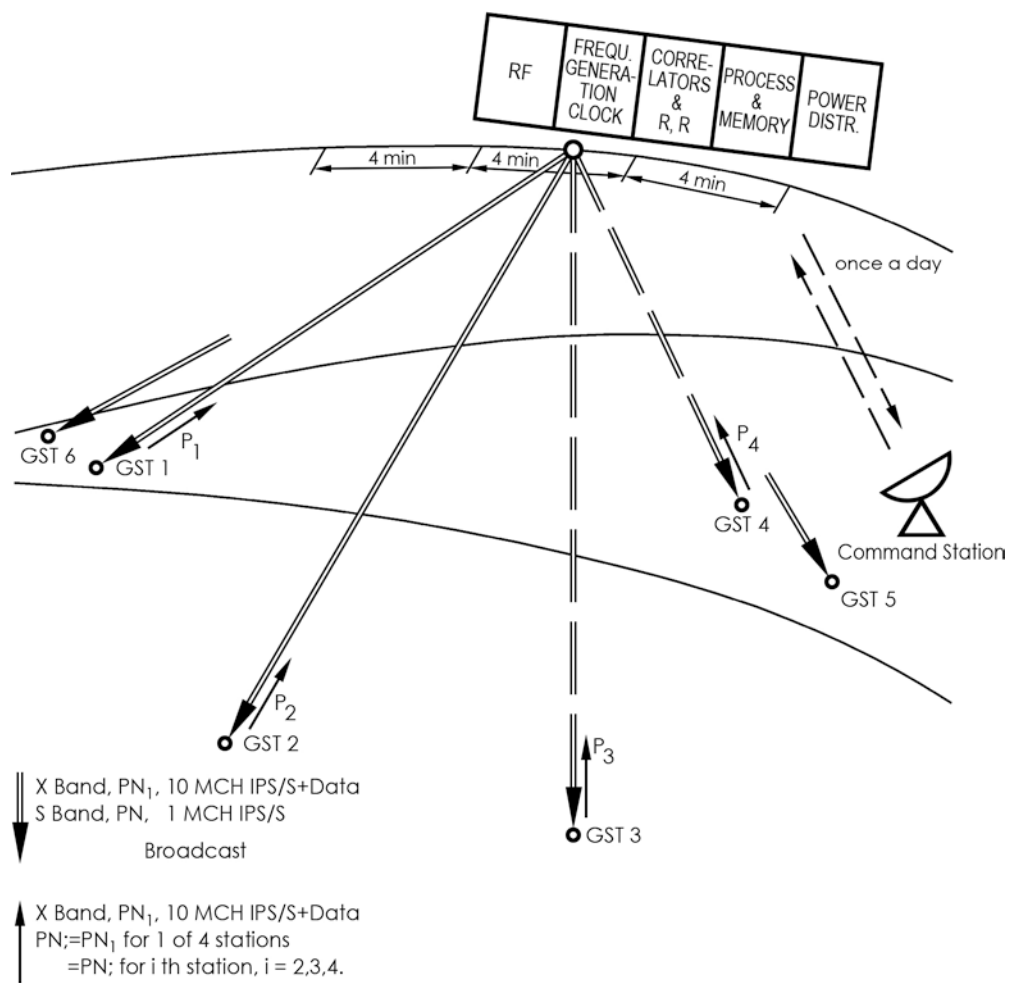


Abb. 1 PRARE Grundkonzept

- Entfernung ± 10 cm
- Entfernungsänderung ± 0.1 mm/sec
- Ein-Weg-Dopplermessungen mit ± 0.5 mm/sec
- Datengenerierung an Bord des Satelliten
- Datenverteilung zu Bodenstationen und bordseitige Datensammlung von Stationen (Broadcast Ephemeriden, meteorologische Daten etc.)
- Ionosphärenzustandsmessung
- Verschiedene Operationsmodi
 - Beobachtung von Einzelstationen
 - Simultane Beobachtung mehrerer Stationen (bis max. 4)

Ein zusätzlicher wichtiger Aspekt ist, daß die Bodenstationen klein und leicht transportierbar sind und wenig Strom verbrauchen und das Raumsegment sehr kompakt gebaut ist, kaum Interface-Probleme mit dem das System tragenden Satelliten aufweist und sich ebenfalls durch geringen Stromverbrauch auszeichnet.

2.1 Das PRARE-Beobachtungskonzept

Kurz erläutert sei anhand der Abbildung 2 das PRARE-Beobachtungskonzept.

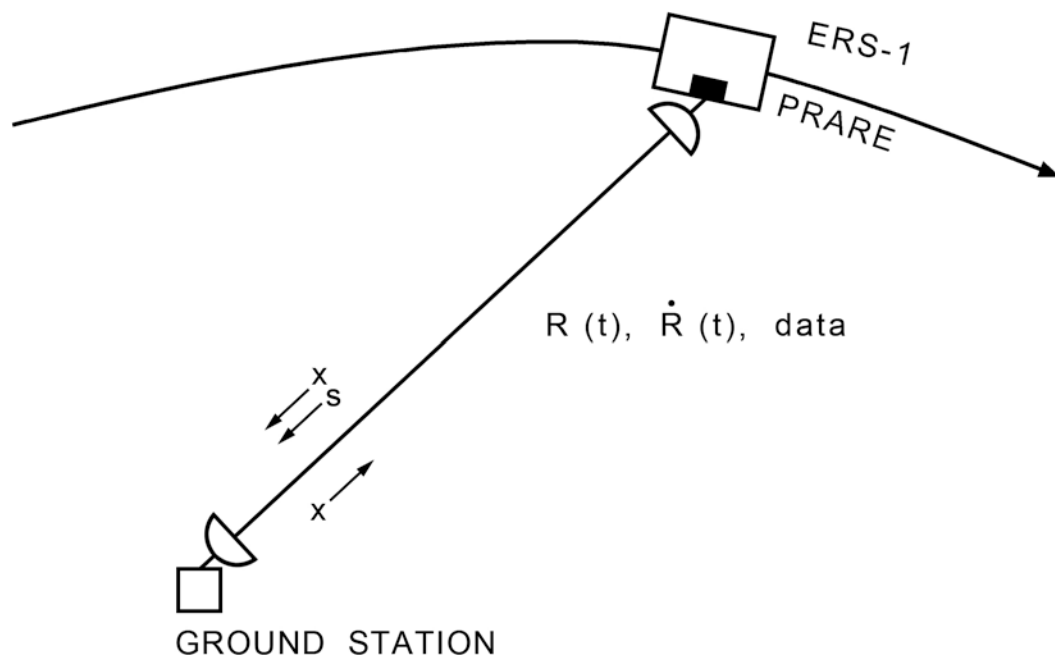


Abb. 2 PRARE-Beobachtungskonzept

Zwei Signale, eines im S(2.2 GHz)-Band, das andere im X(8.5 GHz)-Band, werden vom Satelliten zur Bodenstation gesendet. Beide Signale sind für die Laufzeitmessung mit einem PN (pseudorandom noise)-Code moduliert. Wesentlicher Vorteil dieses Verfahrens ist seine Resistenz gegenüber interferierenden RF-Signalen und die Möglichkeit der Anwendung des "Code-multiplexing", das für die gleichzeitige Anmessung mehrerer Stationen benötigt wird. Die modulierte Abwärtssignal enthält zusätzlich Dateninformation zur Operation und Steuerung der Bodenstationen, das Aufwärtssignal Informationen von den Bodenstationen zum Satellitenempfänger.

Die am Boden empfangenen PN_X - und PN_S -Signale werden demoduliert und zur Messung der Laufzeitdifferenz, die beim Lauf der beiden Signale durch die Ionosphäre erzeugt wird, benutzt. Diese ionosphärische Korrektur der Entfernungsmessungen wird zusammen mit den meteorologischen Daten an der Bodenstation, die für die Berechnung der troposphärischen Korrektur benötigt werden, über den Aufwärts-Datenkanal zum Satelliten übertragen und gespeichert. Der PN_X -Code im Abwärtsweg wird an der Bodenstation empfangen und regeneriert. Der Bodentransponder transformiert diesen Code in einen von vier orthogonalen Codes, die gleichzeitig am Satelliten empfangen werden können. Das bedeutet, daß Signale von vier verschiedenen Bodenstationen, jedes mit einem verschiedenen Code ausgestattet, gleichzeitig empfangen und zur Entfernungsmessung genutzt werden können. Die PN_{X_i} -Codes werden an Bord des Satelliten in einen Korrelator eingespeist und aus der Korrelationsmessung wird die Laufzeitverzögerung und damit die doppelte Entfernung zwischen Satellit und Bodenstation abgeleitet. Die digitale Code-Korrelationsmethode erlaubt hohe Entfernungsmeßgenauigkeiten. Mit einer Chip-Rate von 10 MHz ist eine Auflösung von 100 psec für die Laufzeitverzögerung möglich. Das entspricht 1.5 cm für die Einfachentfernung. Systematische Fehler wegen Verzögerungen in den Geräten können durch interne Kalibration in derselben Größenordnung gehalten werden. Es verbleiben als die primären Fehlerquellen die troposphärische Refraktion und Mehrfachreflexionen der Signale. Letzterer Effekt kann durch ein geeignetes Design des Gesamtsystems vernachlässigbar klein gehalten werden. Der Fehler in der Modellierung des Feuchtanteils der troposphärischen Korrektur wird somit die letztlich erreichbare Entfernungsmeßgenauigkeit steuern. Es ist zu erwarten, daß bei Anwendung geeigneter Modelle und

Vermeidung von Messungen im Elevationsbereich < 30 Grad diese Fehler im Bereich weniger Zentimeter gehalten werden können.

Die im Satelliten gespeicherten Meß- und Hilfsdaten werden ein- oder zweimal am Tag beim Überflug über eine Zentralstation ausgegeben und an das Kontrollzentrum zur Verarbeitung weitergeleitet. Hier wird u.a. die Bahn des Satelliten berechnet und über kürzere Abschnitte prädiziert. Diese Information und der Operationsplan werden in den Satelliten zur späteren Verteilung an die Bodenstationen eingespeist.

2.2 Beitrag von PRARE zur ERS-1 Mission

PRARE wird als experimentelle Nutzlast auf dem Europäischen Remote Sensing Satelliten ERS-1 fliegen. Das ERS-1 Programm ist Teil des ESA-Erdbeobachtungsprogramms und Ergebnis mehrjähriger Vorbereitungsaktivitäten. Die ERS-1 Missionsziele sind,

- Anwendungsmöglichkeiten von Fernerkundungsdaten für die Küstenzonen-, Meeres- und Eisbeobachtung zu entwickeln und zu nutzen,
- das wissenschaftliche Verständnis der Küstenzonen- und globalen ozeanischen Prozesse zu verbessern.

Für die Erfüllung dieser Missionsziele wird der ERS-1 primär ausgerüstet sein mit (s. Abb. 3)

- einer Aktiven Mikrowellen Instrumentierung (AMI), die im C-Band arbeitet und die Funktionen eines Synthetischen Apertur Radars (SAR) und eines Wind- und Wellenscatterometers vereinigt,
- einem Radar Altimeter (RA),
- einem Laser Retroreflektor.

Als experimentelle Zusatznutzlasten hinzu kommen das von England bereitgestellte Along-Track-Scanning Radiometer (ATSR) und das deutsche PRARE System.

Nach dem bisherigen Programmablauf ist der Start von ERS-1 für 1989 geplant, mit einer Gesamtlebensdauer der Mission von 2-3 Jahren.

Die mit dem PRARE-Beobachtungssystem im Rahmen der ERS-1 Mission angestrebten Ziele sind:

- Demonstration der hohen Beobachtungsgenauigkeit und Datengenerierung,

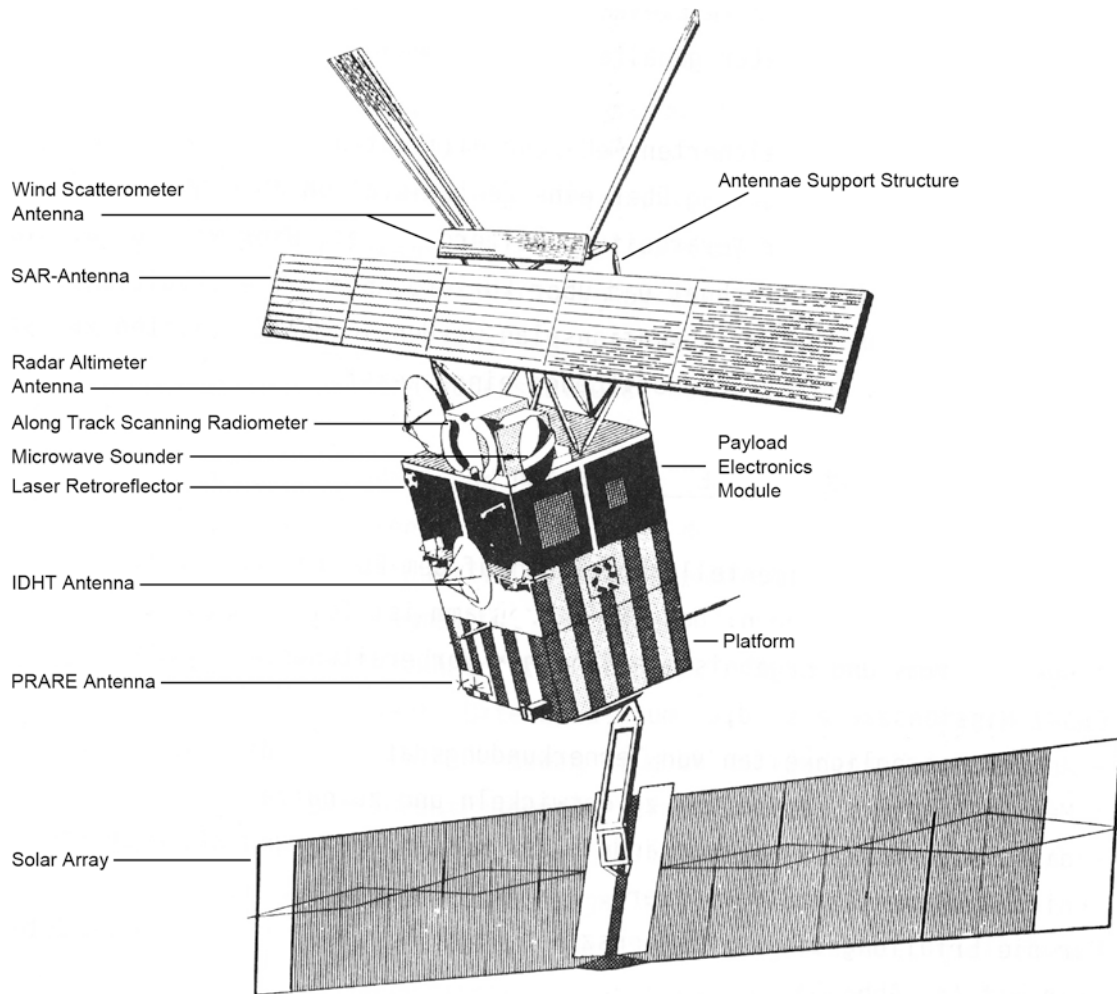


Abb. 3 ERS-1 Instrumentierung

- Beitrag zur ERS-1 Bahnbestimmung,
- Beitrag zu geodätischen und geodynamischen Untersuchungen,
- Anwendungen im Bereich der Ionosphärenzustandsmessung,
- Untersuchung technologischer und physikalischer Effekte.

Erste Untersuchungen zum Bahnbestimmungsaspekt und zur Nutzung von PRARE-Beobachtungen für geodätisch-geodynamische Aufgabenstellungen wurden in der Phase B-Studie am Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut, Abteilung I, durchgeführt (DGFI, 1984).

Faßt man diese auf statistischem (Kovarianzanalyse) und deterministischen (Missionssimulation) Wege gewonnenen Ergebnisse zusammen, so ergibt sich mit realistischen a-priori Fehlerannahmen für die Parameter des dynamischen Modells (gravitative und nichtgravitative Störfeldkomponenten), des geometrischen Modells (Stations- und Polkoordinaten) und das Meßsignal selbst das folgende Bild:

ERS-1 Bahnbestimmung

Mit range und range-rate Beobachtungen von einem globalen Netz von etwa 10 PRARE-Stationen läßt sich eine 1-Tages definitive Bahn für den ERS-1 mit einem mittleren Fehler von etwa 1.0/1.5/1.5 m in der radialen/normalen/tangentialen Positionskomponente bestimmen. Dieser Fehler läßt sich nicht wesentlich durch Hinzunahme weiterer PRARE oder Laserstationen reduzieren, da die angenommenen Fehler bei der Modellierung von Gravitationsfeld und Atmosphärenwiderstand Hauptbeiträger zum Gesamtfehlerbudget darstellen. Diese Fehleranteile gehen mit der Länge des Bahnbogens zurück. Dichtbeobachtete kurze Bahnstücke von 15 Minuten können etwa mit mittleren Fehlern von 0.15/0.20/0.20 m in der radialen/normalen/tangentialen Positionskomponente bestimmt werden. Um den radialen Positionsfehler nicht über 10 cm ansteigen zu lassen - ein für die Nutzung der 10 cm genauen Altimeterbeobachtungen wichtiger Aspekt - dürfen die Bahnbögen nicht länger als 5 Minuten sein.

Basislinienbestimmung

Selbst mit relativ ungenauen Ephemeriden für die ERS-1 Bahn (bedingt durch Konfiguration und Flughöhe des Satelliten) lassen sich hohe Genauigkeiten für die relative Positionierung bzw. Basislinienbestimmung erreichen. Dies setzt voraus, daß man die Simultan-Tracking-Eigenschaften von PRARE (max. 4 Stationen) ausnutzt.

Mit PRARE-Beobachtungen über einen Zeitraum von fünf Tagen ergeben sich in einem Netz in Mitteleuropa (Punktabstände 200 - 900 km) Basislinien-
genauigkeiten von $\pm 5 - 15$ cm. Das entspricht relativen Genauigkeiten von $2-4 \cdot 10^{-7}$. Der Gesamtfehler setzt sich dabei im wesentlichen aus den Fehlern der Modellierung des Gravitationsfeldes, des Troposphäreneffektes und der Koordinaten der Beobachtungsstationen zusammen.

Testrechnungen in einem Netz geringer Ausdehnung (20×20 km²) zeigen, daß hier mit Beobachtungen über einen Zeitraum von 5 Tagen die Basislinien mit $\pm 1 - 3$ cm Genauigkeit bestimmt werden können.

3. DAS PROJEKT POPSAT DER ESA

Das PRARE-Positionierungssystem ist technisch so ausgelegt, daß es in sehr unterschiedlichen Satellitenmissionen geflogen werden kann. Will man den größtmöglichen geodätischen Nutzen von der hohen Entfernungs- und Dopplermessgenauigkeit des PRARE-Systems ziehen, so ist das System auf einem Satelliten zu fliegen, dessen Bahn und dessen Gestalt und Masse so ausgelegt sind, daß Fehler bei der Modellierung der gravitativen und nichtgravitativen Störbeschleunigungen bei der Bahn- und geodätischen Parameterbestimmung weitestgehend minimiert werden. Zwei Satelliten, die diese Bedingungen erfüllen, sind im ESA-Programmvorschlag auf dem Gebiet der Erderkundung (ESA, 1984) zum Abschluß in den Jahren 1992/1993 bzw. 1996/1997 vorgesehen. Es sind dies die Satelliten POPSAT1 (Precise Orbit Positioning SATellite) and POPSAT2.

3.1 Das POPSAT-System

Das POPSAT Raumsegment besteht, wie Abbildung 4 zeigt, aus einem oktaedrisch gebauten Satelliten mit etwa einem Meter Radius und ca. 700 kg Masse. Die Nutzlast besteht aus dem Raumsegment des PRARE-Systems, Laser-Reflektoren an der Unterseite des Satelliten und einer Laser-Zeitsynchronisations-Ausrüstung.

Das POPSAT-Bodensegment setzt sich zusammen aus

- einem Missionskontrollzentrum,
- einem Datenakquisitions-, Verarbeitungs- und Verteilungszentrum,

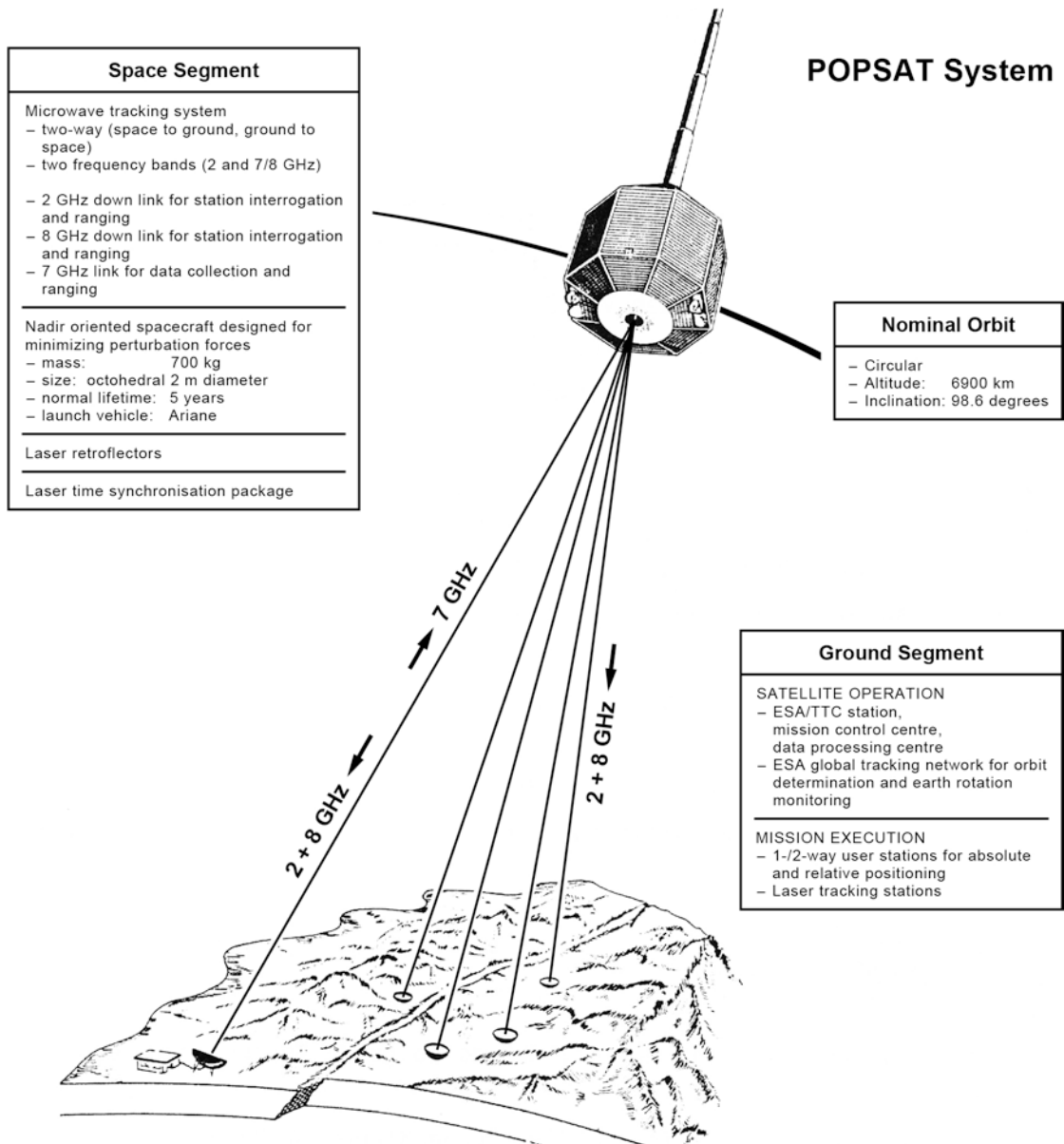


Abb. 4 POPSAT-System

- MEX (Mission Execution)-Stationen, die das Basisnetz für die kontinuierliche Beobachtung und Bahnbestimmung des Satelliten bilden. 16 weltweit erteilte MEX-Stationen liefern eine 95%ige Überdeckung der Satellitenbahn mit Beobachtungen. Diese MEX-Stationen sind weitestgehend identisch mit den in Abschnitt 2 erwähnten PRARE-Bodenstationen.
- USER-Stationen, die es erlauben, mit Ein-Weg-Doppler-Messungen im S-Band oder S/X-Band und den vom Satelliten ausgesendeten Ephemeriden off-line-Punktpositionierung für beliebige Nutzer zu betreiben.
- GEO-Stationen, die technisch den MEX-Stationen ähnlich sind und in Stationsgruppen einsetzbar sind. Jeweils vier dieser Stationen können gleichzeitig angemessen werden.

Es ist vorgesehen, POPSAT in eine 6990 km hohe Bahn mit einer Inklination von 98.6 Grad einzuschließen. Bei dieser Flughöhe und der vorgesehenen Geometrie und Masse des Satelliten (Oberfläche-zu-Masse Verhältnis $3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{kg}$) sind, wie die bisherigen Studienergebnisse zeigen (ESA, 1982; ESA, 1983), die durch Modellierungsfehler des Gravitationsfeldes und der Oberflächenstörkräfte verursachten Effekte auf die Bahn klein, so daß die Bahn mit sehr hoher Genauigkeit aus den Beobachtungen bestimmt und auch prädictiert werden kann.

3.2 POPSAT-Missionsziele

Das POPSAT-System ist so ausgelegt, daß es folgende Voraussetzungen erfüllt:

- genaue und wetterunabhängige, häufige Beobachtung der Bahn,
- schnelle und autonome Datenübertragung und Datenverarbeitung,
- geringer Einfluß von Fehlern in der Modellierung der Kraftfeldkomponenten auf die Bahn.

Mit diesen Grundvoraussetzungen läßt sich mit hoher Genauigkeit und in schneller zeitlicher Abfolge die Bahn des Satelliten und über dynamische Verfahren die Position von Punkten auf der Erdoberfläche und die Orientierung der Erde selbst bestimmen. POPSAT ist somit primär eine Mission zur Bestimmung von Punktpositionen und Erdrotationsparametern, mit der wissenschaftliche Fragen beim Studium der Physik der festen Erde einer Lösung näher gebracht werden sollen.

Die von der ESA den an der Untersuchung des POPSAT-Systems beteiligten Auftragnehmern aus Industrie und Wissenschaft vorgelegten Anforderungen an die POPSAT-Mission lauten:

- Bestimmung geozentrischer Koordinaten mit einer Genauigkeit $< \pm 10$ cm,
- Bestimmung von Koordinatendifferenzen mit einer Genauigkeit $< \pm 5$ cm,
- kontinuierliche Überwachung der Erdrotationsphase mit einer Genauigkeit $\leq \pm 0.2$ ms und der Polkoordinaten mit einer Genauigkeit $\leq \pm 0.002''$ für 1-Tages-Mittelwerte,
- Zeitsynchronisation zwischen LASSO-Bodenstationen mit Subnanosekunden-Genauigkeit.

Die in den bisherigen Studien über Kovarianzanalysen und numerische Missionssimulationen gewonnenen Ergebnisse zeigen, daß mit dem vorgeschlagenen POPSAT-System die von der ESA aufgestellten Anforderungen an die Genauigkeit der abzuleitenden Parameter eingehalten bzw. übertroffen werden. Im einzelnen ergibt sich als Zusammenfassung der bisherigen Studienergebnisse (ESA, 1982; ESA, 1983; REIGBER et al., 1984):

POPSAT-Bahnbestimmung

Mit range und range-rate Beobachtungen von dem globalen Netz von 16 MEX-Stationen läßt sich eine 1-Tages definitive Bahn für POPSAR mit einem mittleren Positionsfehler kleiner als 30 cm bestimmen. Prädiziert man diese Bahn über einen weiteren Tag ohne Beobachtungen, so ist der mittlere Positionsfehler immer noch kleiner als 100 cm. Die an die Nutzer über den Satelliten verteilten prädizierten Ephemeriden sind somit sehr genau.

Absolute Positionierung

Mit Beobachtungen einzelner MEX-Stationen, akkumuliert über einen Zeitraum von 3 Tagen, ergeben sich 5 cm-Genauigkeiten für die geozentrischen Koordinaten. Über denselben Zeitraum gewonnene Ein-Weg-Messungen einzelner USER-Stationen führen auf Koordinatengenauigkeiten von $\pm 7-8$ cm für den Fall, daß die definitiven Bahnephemeriden zur Koordinatenbestimmung herangezogen werden und ± 15 cm bei Verwendung der prädizierten Ephemeriden.

Relative Positionierung

Mit Beobachtungen von MEX-, GEO- und USER-Stationen über einen Zeitraum von 3 Tagen werden folgende Genauigkeiten für die relative Positionsbestimmung bei Stationsabständen kleiner als 1000 km erzielt:

MEX-, GEO-Stationen:	horizontal	± 1.5 cm
	vertikal	± 2.5 cm
	Basislinien	$\pm 1-3$ cm

USER-Stationen: horizontal ± 5 cm
vertikal ± 7 cm
Basislinien ± 6 cm
(präd. Eph.)

Erdrotation

Im Zuge der Bestimmung der 1-Tages definitiven Bahnen aus den Beobachtungen der 16 MEX-Stationen werden gleichzeitig mit dem Zustandsvektor des Satelliten Tagesmittelwerte für Polkoordinaten und die Änderung der Rotationsphase berechnet. Die sich für die Polkoordinaten- und Rotationsphasenbestimmung ergebende Genauigkeit liegt bei ± 4 cm bzw. bei ± 0.15 ms.

4. SCHLUSSBEMERKUNG

Mit der eingeleiteten Entwicklung des PRARE-Positionierungssystems und dessen experimenteller Erprobung während der für 1989 vorgesehenen ERS-1 Mission ist der Weg zu einem präzisen zivilen Positionierungssystem in Europa vorgezeichnet. Bereits im Zusammenhang mit der ERS-1 Mission wird das PRARE-System neben dem Beitrag zur ERS-1 Bahnbestimmung einen wichtigen Beitrag zur Überwachung kleinerer geodynamischer Netze und Kontrolle regionaler geodätischer Netze liefern. Der volle Nutzen des PRARE-Systems für wissenschaftliche und praktische Aufgabenstellungen der Geodäsie/Geophysik wird zum Tragen kommen, wenn es in dem für diese Aufgabenstellungen speziell konzipierten POPSAT-Satelliten geflogen wird.

Ein breiter Nutzen für die angewandte Geodäsie und auch Navigation ließe sich erwarten, wenn mindestens zwei POPSAT-Satelliten gleichzeitig in Umlauf kämen. Die Entscheidung darüber, welchen Weg man bei der Einrichtung des POPSAT-Systems beschreiten will, werden die Delegationen der einzelnen ESA-Mitgliedsländer sinnvollerweise in den nächsten 1-2 Jahren zu fällen haben.

LITERATUR

- BMFT: *Beratungsergebnisse des BMFT ad hoc Ausschusses "Geowissenschaften"*. Bonn, 1984
- DGFI: *Ergebnisse zu den PRARE-Systemuntersuchungen während der Interimsphase B.* DGFI Interner Bericht, 1984
- ESA: *System and Ground Segment Definition and Feasibility Study of an Earth Kinematics Satellite System for Precise Orbit Positioning.* Final Report prepared by DGFI, DUT, ORB, GRGS, TUB. ESA Contract No 4591/80/F/DD/SC, München, 1982
- ESA: *POPSAT - A Candidate Satellite System for Solid Earth Applications and Sciences.* Final Report prepared by Dornier System, DGFI, Uni Stuttgart, Aeritalia. ESA-Contract No 5309/83/F/CG/SC, Friedrichshafen, 1983
- ESA: *Europäischer Weltraumorganisations-Rat, Entwurf eines langfristigen europäischen Weltraumprogramms.* ESA/C (84)46, Paris, 1984
- HARTL, P.: *The Precise Range and Range Rate Equipment (PRARE) and its possible Support to the Radar Altimeter Measurements for ERS-1.* In Guyenne, T.D., and Hunt, J.J. (Hrsg.): *Workshop on ERS-1 Radar Altimeter Data Products.* ESA SP-221, 1984
- REIGBER, Ch., HIEBER, S., ACHTERMANN, E.: *POPSAT - An Active Solid Earth Monitoring System.* In Proceedings of the IAG Symposia at the IUGG XVIII General Assembly, Vol. 2, Department of Geod. Science and Surveying, Columbus, Ohio, 1984

TEILNEHMERLISTE

Amberg, Ludwig	Institut für Angewandte Geodäsie, Abt. Geodätische Forschung Richard-Strauß-Allee 11, 6000 Frankfurt/M. 70
Andree, Peter	HPC Hamburg Port Consulting GmbH Container Terminal Burchardkai Bürogebäude 2, 2103 Hamburg 95
Bauch, Alfred	Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, Technische Universität München Arcisstr. 21, 8000 München 2
Birzele, Georg	Bayerische Landesvermessungsamt Alexandrastr. 4, 8000 München 22
Blabusch, Rudolf	Militärgeographisches Amt Friesdorfer Str. 194, 5300 Bonn 2
Bock, Heinz	Richard-Bauer-Str. 4, 8095 Harpzing
Borutta, Harald	HSBwM, Institut für Geodäsie
Braun, Karl-D.	Artillerieschule, Spezialstab ATV-Fg 7 Top/TrVerm Am Rilchenberg 30, 6580 Idar-Oberstein
Bretterbauer, Kurt	Institut für Theoretische Geodäsie und Geophysik, Abt. Theoretische Geodäsie Gußhausstr. 27-29, A-1040 Wien
Breunig, Rudolf	HSBwM, Institut für Liegenschaftswesen, Planung und Bodenordnung
Buck, Erwin	Bundesamt für Wehrtechnik und Beschaffung Konrad-Adenauer-Ufer 2-6, 5400 Koblenz
Bürki, Beat	Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Eidgenössische Technische Hochschule Hönggerberg, CH-8093 Zürich
Buren van, Johan	Hoofdirectie Kadaster Nederland Waltersingel 1, Postbus 9046, 7300 GH Apeldoorn
Caspary, Wilhelm	HSBwM, Institut für Geodäsie
Chaperon, Francis	Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Eidgenössische Technische Hochschule Hönggerberg, CH-8093 Zürich
Chesi, Günter	Institut für Angewandte Geodäsie, Technische Universität Graz Rechbauerstr. 12, A-8010 Graz

Duddek, Herbert	Fa. Rheinbraun AG, Markscheiderei-Tgbe. Frimmersdorf/Garzweiler Am Dornbusch 36, 4048 Grevenbroich 3
Ellmer, Wilfried	HSBwM, Institut für Geodäsie
Erker, Erhard	Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen Schiffamtsgasse 1-3, A-1025 Wien
Ewig, Klaus	Landesvermessungsamt Baden-Württemberg Büchsenstr. 54, 7000 Stuttgart
Fallenberg, Theo	Geodätisches Institut, Technische Universität München Arcisstr. 21, 8000 München 2
Fladner, Roland	Hangstr. 19, 8945 Legau
Friedrich, Jürgen	Institut für Theoretische Geodäsie, Universität Bonn Nußallee 17, 5300 Bonn
Funcke, Gerd	Institut für Markscheidewesen der Technischen Universität Clausthal Erzstr. 18, 3392 Clausthal-Zellerfeld
Gehlich, Uwe	Höhere Geodäsie, Sekr. H 12, Technische Universität Berlin Straße des 17. Juni 135, 1000 Berlin 12
Geiger, Alain	Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Eidgenössische Technische Hochschule Hönggerberg, CH-8093 Zürich
Glasmacher, Hans	HSBwM, Institut für Geodäsie
Grimhardt, Hartmut	Geodätisches Institut, Technische Universität München Arcisstr. 21, 8000 München 2
Große, Hansdieter	Fachbereich Geodätische Meßtechnik, Technische Hochschule Darmstadt Petersenstr. 13, 6100 Darmstadt
Gruber, C.	Theodor-Körner-Str. 13a, 8012 Ottobrunn
Haag, René	Ing.Büro Straub AG Wiesentalstr. 83, CH-7000 Chur
Hafeneder, Rudolf	Wehrbereichskommando VI, Abt. Mil. Geographie Saarstr. 14, 8000 München 40
Hartl, Philipp	Institut für Navigation, Universität Stuttgart Keplerstr. 11, Postfach 560, 7000 Stuttgart 1

Hauck, H.	Institut für Angewandte Geodäsie Richard-Strauß-Allee 11, 6000 Frankfurt/M. 70
Hein, Günther	HSBwM, Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie
Heister, Hansbert	HSBwM, Institut für Geodäsie
Held, Volkmar	Fa. ESG-Elektronik-System-GmbH Vogelweideplatz 9, 8000 München 80
Hirle, Manfred	Fachhochschule für Technik Stuttgart Bleicherstr. 29, 7000 Stuttgart 1
Hofmann, Otto	Fa. Messerschmidt-Bölkow-Blohm, Abt. AE 333 Postfach 801149, 8000 München 80
Holewa, Reinhold	Wachenheimer Str. 37, 6520 Worms
Jacobs, Gregor	Kirschbaumstr. 2, 8080 Fürstenfeldbruck
Joeckel, Rainer	Fachhochschule für Technik Stuttgart, Fachbereich Vermessungswesen Dillweg 13, 7000 Stuttgart 75
Jordy, Hagen	Bundesamt für Wehrtechnik und Beschaffung Konrad-Adenauer-Ufer 2-6, 5400 Koblenz
Karrer, Werner	Höhere Geodäsie, Sekr. H 12, Technische Universität Berlin Straße des 17. Juni 135, 1000 Berlin 12
Kelm, Reiner	Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut Marshallplatz 8, 8000 München 22
Kersting, Norbert	HSBwM, Institut für Geodäsie
Klöcker, Wolfgang	HSBwM, Institut für Geodäsie
Kock, Hinrich	Institut für Vermessungskunde, Technische Universität Braunschweig Pockelsstr. 4, 3300 Braunschweig
Kröll, Friedrich	HSBwM, Institut für Photogrammetrie und Kartographie
Kube, Robert	Geodätisches Institut, Technische Universität München Arcisstr. 21, 8000 München 2
Landau, Herbert	HSBwM, Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie
Lechner, Wolfgang	HSBwM, Institut für Geodäsie

Lies, Axel	Planungsbüro Obermeyer Hansastr. 40, 8000 München 21
Lindner, Klaus	Geodätisches Institut, Universität Karlsruhe Englerstr. 7, 7500 Karlsruhe 1
Lindstrot, Walter	Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen, Abt. Grundlagenvermessung Muffendorfer Str. 19-21, 5300 Bonn 2
Marchesini, Claudio	Istituto di Geodesia e Geofisica, Università degli Studi di Trieste Via dell'Università 7, I-34100 Trieste
Massmann, Franz-Heinrich	Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut Marstallplatz 8, 8000 München 22
Maurer, Wolfgang	Lehrstuhl für Geodäsie, Technische Universität München Arcisstr. 21, 8000 München 2
Mehlbreuer, Alfred	Photogrammetrie und Kartographie, Technische Universität Berlin Straße des 17. Juni 135, EB 9, 1000 Berlin 12
Merkel, Gerd	Hans-Bierling-Str. 13, 8080 Emmering
Mierlo van, Jan	Geodätisches Institut, Universität Karlsruhe Englerstr. 7, 7500 Karlsruhe 1
Mönicke, Hans-Joachim	Fa. Haumann und Zülsdorf Truderinger Str. 13, 8000 München 80
Mortensen, Bernhard	Fa. ELNA GmbH Siemensstr. 35, 2084 Rellingen
Neumann, Hans-Fr.	Vermessungs- und Ing.Büro Wetternstr. 8, 2160 Stade
Nussbaum, Manfred	HSBwM, Fachbereich BW
Oswald, Wolfgang	HSBwM, Institut für Geodäsie
Pörtner, Karlheinz	An der Ottosäule 5, 8012 Ottobrunn
Rehm, Rudolf	Militärgeographisches Amt Friesdorfer Str. 194, 5300 Bonn 2
Reigber, Christoph	Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut Marstallplatz 8, 8000 München 22
Reinhardt, Wolfgang	Lehrstuhl für Photogrammetrie, Technische Universität München Arcisstr. 21, 8000 München 2

Rinner, Karl	Hart 85, A-8101 Gratkorn
Rohner, Pius	Ing.Büro Straub AG Wiesentalstr. 83, CH-7000 Chur
Rüffer, Jürgen	Fa. Prakla Seismos GmbH Buchholzer Str. 100, 3000 Hannover 51
Salzmann, Martin	HSBwM, Institut für Geodäsie
Schenke, Hans-Werner	Alfred-Wegener-Institut für Polarforschung Columbus Center, 2850 Bremerhaven
Scherrer, René	Fa. Wild Heerbrugg CH-9435 Heerbrugg
Schlüter, W.	Satelliten-Beobachtungsstation Wettzell Sackenrieder Str. 2, 8493 Kötzing
Schmidbauer, Hans-Otto	Geodätisches Institut, Technische Universität München Arcisstr. 21, 8000 München 2
Schmidt, Rudolf	Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen Max-Planck-Str. 7, 5300 Bonn 2
Schnädelbach, Klaus	Lehrstuhl für Geodäsie, Technische Universität München Arcisstr. 21, 8000 München 2
Schödlbauer, Albert	HSBwM, Institut für Geodäsie
Scholz, Horst	Höhere Geodäsie, Sekr. H 12, Technische Universität Berlin Straße des 17. Juni 135, 1000 Berlin 12
Schreiber, Rüdiger	Geodätisches Institut, Technische Universität München Arcisstr. 21, 8000 München 2
Seeber, Günther	Institut für Erdmessung, Astronomische Station, Universität Hannover Nienburger Str. 5, 3000 Hannover 1
Seeger, Hermann	Geodätisches Institut, Universität Bonn Nußallee 17, 5300 Bonn
Sroka, Anton	Institut für Marktscheidewesen, Technische Universität Clausthal Erzstr. 18, 3392 Clausthal-Zellerfeld
Stadler, Karl	Bayerisches Landesvermessungsamt Alexandrastr. 4, 8000 München 22

Stiller, Albert	Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrttechnik (DFVLR) 5000 Köln 90 (Porz-Wahn)
Stober, Manfred	Fachhochschule für Technik Stuttgart Willi-Bleicher-Str. 29, 7000 Stuttgart 1
Strauß, Robert	Hessisches Landesvermessungsamt Schaperstr. 16, 6200 Wiesbaden 1
Strehle, Jürgen	Fachhochschule München Karlstr. 1, 8000 München 2
Stuber, Klaus	Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut Marstallplatz 8, 8000 München 22
Thiel, Karlheinz	Institut für Navigation, Universität Stuttgart Keplerstr. 11, 7000 Stuttgart 1
Tilk, Ulrike	Geodätisches Institut, Universität Hannover Nienburger Str. 1, 3000 Hannover 1
Treleano, Ludwig	Bayerisches Landesvermessungsamt Alexandrastr. 4, 8000 München 22
Weise, Werner	Geodätisches Institut, Universität Hannover Nienburger Str. 1, 3000 Hannover 1
Welsch, Walter	HSBwM, Institut für Geodäsie
Werner, Hans	Institut für Photogrammetrie, Universität Stuttgart Keplerstr. 11, 7000 Stuttgart 1
Wiget, Adrian	Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Eidgenössische Technische Hochschule Hönggerberg, CH-8093 Zürich
Wolf, Helmut	Am Sonnenhang 10, 5300 Bonn-Ippendorf
Wolz, Eberhart K.M.	Fa. Wolz GmbH Beethovenstr. 38-40, 5300 Bonn 1

PROGRAMM

Montag, 24. September 1984

Das Navy Navigation Satellite System (NNSS)

- 13.30 - 14.15 Uhr G. Seeber, Hannover:
Das Navy Navigation Satellite System und seine
geodätische Nutzung
- 14.15 - 14.50 Uhr W. Schlüter, Wettzell:
Systemüberwachung und Ephemeridenberechnung
- 14.50 - 15.30 Uhr H. Hauck, Frankfurt/Main:
Das Navy Navigation Satellite System - Auswerte-
modelle und Programmsystem
- 15.30 - 16.00 Kaffeepause

Ausgewählte Transformations- und Ausgleichungsprobleme

- 16.00 - 16.40 Uhr A. Schödlbauer, München:
Bezugssysteme der Landesvermessung unter Berück-
sichtigung terrestrischer und satelliten-geodä-
tischer Meß- und Auswerteverfahren
- 16.40 - 17.20 Uhr W. Welsch, München:
Kombinierte Ausgleichung von Doppler-Satelliten-
netzen und terrestrischen Netzen
- 17.20 - 18.00 Uhr G. Hein, München:
Satellitenmessungen und integrierte Geodäsie

Dienstag, 25. September 1984

Satelliten-Dopplerkampagnen und Testnetze

- 08.30 - 09.00 Uhr K. Rinner, Graz
Über die Deutsch-Österreichische Doppler
Kampagne
- 09.00 - 09.30 Uhr H. Wolf, Bonn:
Satelliten-Dopplermessungen in der Berechnung
des Europäischen Dreiecksnetzes (RETrig)
- 09.30 - 09.50 Uhr G. Seeber, Hannover; H. Seeger, Bonn:
Satelliten-Dopplermessungen im Deutschen
Hauptdreiecksnetz
- 09.50 - 10.10 Uhr H. Seeger, Bonn:
Zur Geoidbestimmung im Alpenraum mit Hilfe von
Dopplermessungen im NNSS (ALGEDOP)
- 10.10 - 10.30 Uhr H.W. Schenke, Bremerhaven:
Doppler-Satellitenmessungen im dreidimensionalen
Testnetz Westharz
- 10.30 - 10.50 Uhr H. Heister, H. Glasmacher, München:
Satelliten-Dopplermessungen im Testnetz Inntal
- 10.50 - 11.20 Uhr Kaffeepause

Künftige Entwicklungen

- 11.20 - 12.00 Uhr Ph. Hartl, K.-H. Thiel, Stuttgart:
Das NAVSTAR Global Positioning System (GPS)
- 12.00 - 12.30 Uhr R. Strauß, Wiesbaden:
Macrometermessungen im Deutschen Hauptdreiecksnetz
- 12.30 - 13.00 Uhr Chr. Reigber, München:
Geodätische Aktivitäten im Bundesministerium für
Forschung und Technologie und das Erdbeobachtungs-
programm der European Space Agency

SCHRIFTENREIHE

des Wissenschaftlichen Studienganges Vermessungswesen an der HSBwM

Bisher erschienene Hefte :

- Nr. 1/78 A. Schödlbauer:
Curriculum für den wissenschaftlichen Studiengang Vermessungswesen der Hochschule der Bundeswehr München;
53 Seiten, DM 10.--
- Nr. 2/78 A. Chrzanowski and E. Dorrer (Eds.):
Proceedings "Standards and Specifications for Integrated Surveying and Mapping Systems", Workshop held in Munich,
1-2 June 1977;
181 Seiten, DM 20.--
- Nr. 3/78 W. Caspary und A. Geiger:
Untersuchungen zur Leistungsfähigkeit elektronischer Neigungsmesser;
62 Seiten, DM 10.--
- Nr. 4/79 E. Baumann, W. Caspary, H. Dupraz, W. Niemeier, H. Pelzer, E. Kuntz, G. Schmitt, W. Welsch:
Seminar über Deformationsanalysen;
106 Seiten, DM 15.--
- Nr. 5/81 K. Torlegård:
Accuracy Improvement in Close Range Photogrammetry;
68 Seiten, DM 10.--
- Nr. 6/82 W. Caspary und W. Welsch (Herausgeber):
Beiträge zur großräumigen Neutrassierung;
268 Seiten, DM 20.--
- Nr. 7/82 K. Borre and W.M. Welsch (Editors):
Proceedings "Survey Control Networks",
Meeting of FIG-Study Group 5B, Aalborg, 7 - 9 July 1982;
428 Seiten, DM 35.--
- Nr. 8/82 A. Geiger:
Entwicklung und Erprobung eines Präzisionsneigungstisches zur Kalibrierung geodätischer Instrumente;
124 Seiten, DM 10.--
- Nr. 9/83 W. Welsch (Herausgeber):
Deformationsanalysen '83;
336 Seiten, DM 25.--
- Nr. 10/84 W. Caspary, A. Schödlbauer und W. Welsch (Herausgeber):
Beiträge aus dem Institut für Geodäsie;
241 Seiten, DM 20.--

SCHRIFTENREIHE

des Wissenschaftlichen Studienganges Vermessungswesen an der HSBwM

- Nr. 11/84 W. Caspary und H. Heister (Herausgeber):
Elektrooptische Präzisionsstreckenmessung;
268 Seiten, DM 20.--
- Nr. 12/84 P. Schwintzer:
Analyse geodätisch gemessener Punktlageänderungen
mit gemischten Modellen;
155 Seiten, DM 15.--
- Nr. 13/84 G. Oberholzer:
Landespflege in der Flurbereinigung;
80 Seiten, DM 10.--
- Nr. 14/84 G. Neukum mit Beiträgen von G. Neugebauer:
Fernerkundung der Planeten und kartographische Ergebnisse;
100 Seiten, DM 25.--
- Nr. 15/84 A. Schödlbauer und W. Welsch (Herausgeber):
Satelliten-Doppler-Messungen,
Beiträge zum Geodätischen Seminar 24./25. September 1984;
394 Seiten, DM 30.--

