Universität der Bundeswehr München
Institut für Plasmatechnik und Mathematik
Prof. Dr. Dr. S. Schäffler

Winter 2020

Bachelor BAU, LRT, EIT: Mathematik 3

Zeit der Prüfung: Dienstag, 3.7.2020, 10.15 - 11.45 Uhr.
Die Prüfung besteht aus 7 Aufgaben.
Es sind keinerlei Hilfsmittel zugelassen.
Bei allen Aufgaben muss der Lösungsweg deutlich erkennbar sein.

Aufgabe 1 Berechnen Sie den Flächeninhalt von

$$\mathbb{B} := \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2; \qquad \begin{array}{c} 1 \geq x \geq y, \quad \text{falls} \quad 0 \leq y \leq 1 \\ \text{und} \\ 0 \leq y \leq e^{x-1}, \quad \text{falls} \quad 1 < x \leq 2 \end{array} \right\}.$$

Aufgabe 2 Bestimmen Sie für die Funktion

$$f : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) \times \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}, \quad (x,y) \mapsto \cos(x) \cdot \cos(y)$$

die lokalen und globalen Maximal- und Minimalstellen sowie die Sattelpunkte.

Aufgabe 3 Sei

$$\mathbf{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad (x,y,z) \mapsto \begin{pmatrix} 2xy + z^3 \\ x^2 + az \\ axz^2 + ay \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie den reellen Parameter a derart, dass $\mathbf{v}$ ein Gradientenfeld ist und berechnen Sie für dieses Gradientenfeld ein Potential $\Phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ sowie $\Phi(1,1,1) - \Phi(2,1,2)$.

bitte wenden

Aufgabe 4 Gegeben ist die Kurve:

$$w : [0, 2n\pi] \to \mathbb{R}^3, \quad t \mapsto \begin{pmatrix} r\cos(t) \\ r\sin(t) \\ ht \end{pmatrix}, \quad r, h > 0, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Berechnen Sie den geometrischen Schwerpunkt der Kurve.

Aufgabe 5 Bestimmen Sie für die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x, y)^\top \mapsto 1 - x^4 + 3x^2y - y^3$$

das quadratische Taylorpolynom zum Entwicklungspunkt $\mathbf{a} = (1, 1)^\top$.

Aufgabe 6 Sei

$$B = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3;\ -\sqrt{1 - z^2 - y^2} \leq x \leq 1 - \sqrt{y^2 + z^2},\ z^2 + y^2 \leq 1\right\}.$$

a) Skizzieren Sie den Schnitt von B mit der (x, z)-Ebene.

b) Stellen Sie B mit Hilfe von Zylinderkoordinaten dar.

c) Berechnen Sie $\int\limits_B (x + z)dV$.

Aufgabe 7 Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Holomorphie:

a) $f_1 : \mathbb{C} \to \mathbb{C},\ z \mapsto e^z$. b) $f_2 : \mathbb{C} \to \mathbb{C},\ z \mapsto \mathrm{Re}(z)$.