

Mathematik 2

Aufgabe 1

Berechnen Sie das bestimmte Integral $\int_1^5 |x^2 - 9| dx$.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

a) $\int \frac{x}{x^2+2} dx$ b) $\int \tan(x) dx$

Hinweis: $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx : \mathbb{R} \setminus \{y \in \mathbb{R}; f(y) = 0\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \ln(|f(x)|) + c, c \in \mathbb{R}$.

Bitte beachten Sie: Zur Angabe der Lösung bei a) und b) gehört auch die Angabe des Definitions- sowie des Wertebereichs des unbestimmten Integrals.

Aufgabe 3

Berechnen Sie mit Hilfe der Substitutionsmethode die folgenden Integrale:

a) $\int_1^{\sqrt{6}} \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} dx$ b) $\int x \cdot \sin(x^2) dx$

Aufgabe 4

Bestimmen Sie durch partielle Integration die folgenden Integrale:

a) $\int_0^3 (x-2)e^{-3x} dx$ b) $\int x^2 \ln(x) dx$

Aufgabe 5

Zeigen Sie, dass

$$\int_0^1 \frac{e^{\sin(x)} \cos(x)}{2\sqrt{e^{\sin(x)}}} dx = \sqrt{e^{\sin(1)}} - 1$$

gilt.

Aufgabe 6

Bestimmen Sie die allgemeinen reellen Lösungen der folgenden Differentialgleichungen

a) $y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = 0$

b) $y''(x) - 4y'(x) + 4y(x) = 0$

c) $y''(x) - 4y'(x) + 5y(x) = 0$

d) $y'''(x) + 4y'(x) = 0$

sowie die Lösung für c) zu den Anfangswerten $y(0) = 2$ und $y'(0) = 5$.

Aufgabe 7

Stellen Sie die DGL

$$y'''(x) - 3y''(x) - 2y'(x) + 6y(x) = 0$$

in der Form

$$\mathbf{y}'(x) = A\mathbf{y}(x)$$

dar und bestimmen Sie die allgemeine reelle Lösung der Gleichung

$$y'''(x) - 3y''(x) - 2y'(x) + 6y(x) = 0.$$