

Mathematik 2

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Lage und Art aller Extremalstellen der Funktion

$$f: (-\pi, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sin\left(\frac{1}{2}x\right).$$

Aufgabe 2

Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen jeweils in Polarkoordinaten, also in der Form $z = |z|e^{i\varphi}$ mit den Polarkoordinaten $|z|$ und φ dar, und zeichnen Sie den zugehörigen Ortsvektor in der Zahlenebene.

a) $z = -3$ **b)** $z = -2i$ **c)** $z = 1 + i$ **d)** $z = \sqrt{3} + i$

Hinweis: Für die Sinus- und Cosinusfunktion gilt

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos(\alpha)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin(\alpha)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Aufgabe 3 Bestimmen Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ (in Exponentialdarstellung) der folgenden Gleichungen:

a) $z^3 = 1$ **b)** $z^4 - 2 = 2i$ **c)** $z^2 = (1 + i)^2 + 2$ **d)** $z^2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

Hinweis: Wertetabelle aus Aufgabe 4 berücksichtigen.

Aufgabe 4

Berechnen Sie mit der Regel von L'Hospital die folgenden Grenzwerte:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} 3 \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ **b)** $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2-x-12}$ **c)** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$

Aufgabe 5

Zeigen Sie mit Hilfe der geometrischen Reihe, dass $0.\bar{8} = \frac{8}{9}$.

Aufgabe 6

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

a) $\left(\sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k(k+1)}{2k^2+1} \right)_{n \geq 0}$ **b)** $\left(\sum_{k=0}^n \frac{\cos((k+1)\pi)}{\sqrt{k+1}} \right)_{n \geq 0}$ **c)** $\left(\sum_{k=0}^n (-1)^{2k} \frac{2k+1}{3+4^k} \right)_{n \geq 0}$