Universität der Bundeswehr München
Institut für Plasmatechnik und Mathematik
Prof. Dr. Dr. S. Schäffler

HT 2022
Übungsblatt 5

Mathematik 1

Aufgabe 1

Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie die Eigenwerte von A und geben Sie sowohl deren algebraische als auch geometrische Vielfachheiten an. Bestimmen Sie ferner zu jedem Eigenwert die zugehörigen Eigenvektoren.

Aufgabe 2

Gegeben seien die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie die Eigenwerte λ_1 und λ_2 von A und geben Sie eine Matrix $B \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit $B^{-1}AB = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$ an. Sind die Matrizen A und C ähnlich? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3

Geben Sie die Eigenwerte der Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

sowie deren algebraische und geometrische Vielfachheiten an.

Aufgabe 4

Gegeben sei die Abbildung

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad (x, y)^T \mapsto (2x + 3y, 4x + 5y)^T.$$

a) Zeigen Sie mit Hilfe der Eigenschaften (L.1) und (L.2) aus Definition 2.39 des Vorlesungsskriptums, dass f linear ist.
b) Geben Sie die Abbildungsmatrix von f an (bzgl. der natürlichen Basen).