Universität der Bundeswehr München
Institut für Plasmatechnik und Mathematik
Prof. Dr. Dr. S. Schäffler

HT 2022
Übungsblatt 3

Mathematik 1

Aufgabe 1

Gegeben seien folgende Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9 \\ 12 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

a) Normieren Sie die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$, d. h. bestimmen Sie die dazugehörigen Einheitsvektoren $\vec{e}_{\vec{a}}$ und $\vec{e}_{\vec{b}}$.

b) Berechnen Sie die Skalarprodukte $\vec{a} \cdot \vec{c}$ und $\vec{b} \cdot \vec{c}$.

c) Bestimmen Sie $3\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}$.

Hinweis zu a): Für einen Vektor $\vec{a}$ mit $\vec{a} \neq \vec{O}$ wird der Einheitsvektor $\vec{e}_{\vec{a}}$ mittels $\vec{e}_{\vec{a}} = \frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}$ berechnet („der Vektor wird durch seinen Betrag geteilt“). Somit hat $\vec{e}_{\vec{a}}$ dieselbe Richtung und Orientierung wie $\vec{a}$ und den Betrag 1.

Aufgabe 2

Berechnen Sie:

a) $\vec{a} \times \vec{b}$ für $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$.

b) $\vec{a} \times \vec{b}$ sowie $\vec{b} \times \vec{a}$ für $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 3

Berechnen Sie jeweils den Betrag für die folgenden komplexen Zahlen:

a) $z = (2+i)^{10}(4-3i)$ **b)** $z = \frac{1+723i}{1-723i}$

Aufgabe 4

Bestimmen Sie alle Lösungen des linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{rcl} -2y - 3z & = & 1 \\ x - y + z & = & 2 \\ 6x - 2y + z & = & 10 \\ x + y + z & = & 1 \end{array}.$$

bitte wenden

Aufgabe 5

Bestimmen Sie für jedes der folgenden linearen Gleichungssysteme $Ax = b$ mit Hilfe des Gauß-Verfahrens die allgemeine Lösung (sofern sie überhaupt lösbar sind):

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -3 & -5 & -7 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 6

Für welche Werte des Parameters $a \in \mathbb{R}$ hat das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + y + az &= 1 \\ x + ay + z &= a \\ ax + y + z &= a^2 \end{aligned}$$

auch die Lösungen: $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.