Universität der Bundeswehr München
Institut für Plasmatechnik und Mathematik
Prof. Dr. Dr. S. Schäffler

HT 2022
Übungsblatt 2

Mathematik 1

Aufgabe 1

Gegeben sei die Funktion

$$f : (0, \infty) \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{x^2 - 1}{2x}.$$

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$g : \mathbb{R} \to (0, \infty), \quad y \mapsto y + \sqrt{y^2 + 1}$$

die Umkehrfunktion zu f darstellt.

Aufgabe 2

Berechnen Sie:

$$\tfrac{7!}{5!}, \qquad \tfrac{(n+3)!}{(n+1)!}\ (n \in \mathbb{N}), \qquad \binom{4}{2}, \qquad \binom{5}{4} + \binom{5}{3}, \qquad \frac{\binom{15}{7}}{\binom{15}{9}}.$$

Aufgabe 3

Berechnen Sie mit Hilfe des binomischen Lehrsatzes folgende Summen:

1) $\sum\limits_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k}$, $n \in \mathbb{N}$ 2) $\sum\limits_{k=0}^{4} \binom{4}{k} 3^k$

Aufgabe 4

Wieviele Teilmengen besitzt eine Menge mit $n \in \mathbb{N}_0$ Elementen?

bitte wenden

Aufgabe 5

a) Es seien $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie

$$2\vec{a} - \vec{b},\ \vec{a} \cdot \vec{b},\ \vec{a} \cdot (3\vec{b}),\ |\vec{a}|,\ |-2\vec{b}|,\ \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2},\ \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}.$$

b) Gegeben seien Vektoren $\vec{a}, \vec{b}$ mit $|\vec{a}| = 2,\ |\vec{b}| = 3$ und $\measuredangle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$. Berechnen Sie $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

c) Berechnen Sie den Winkel $\measuredangle(\vec{c}, \vec{d})$ für $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$.

<u>Hinweis:</u> Für die Cosinusfunktion gilt:

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos(\alpha)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Aufgabe 6

Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in algebraischer Form, also in der Form $z = x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$, dar. Geben Sie zudem für jede komplexe Zahl ihren Real- und Imaginärteil an.

a) $\frac{1}{\sqrt{2}+i}$ **b)** $\frac{1}{i} + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{2+i}$ **c)** $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{13}$

Aufgabe 7

Bestimmen Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der folgenden Gleichung:

a) $z^4 + 2z^2 - 143 = 0$

b) $z^2 + \overline{z} + 1 = 0$

c) $2i + i\overline{z} = -\frac{1}{z},\ z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$.